Ministerio de Educación Superior

INSTITUTO SUPERIOR MINERO METALURGICO

Dr. Antonio Núñez Jiménez.

Facultad Metalurgia y Electromecánica

Moa – Holguín

TRABAJO DE DIPLOMA

Titulo: Metodología para determinar parámetros eléctricos en Variadores de Velocidad.

Autor: Gabriel Leyva Marrero

Tutor: Ing. Osmany Pérez Aballe

Año 52 de la Revolución

Ministerio de Educación Superior

INSTITUTO SUPERIOR MINERO METALURGICO

Dr. Antonio Núñez Jiménez.

Facultad Metalurgia y Electromecánica

Moa – Holguín

TRABAJO DE DIPLOMA

Titulo: Metodología para determinar parámetros eléctricos en Variadores de Velocidad.

Autor: Gabriel Leyva Marrero

Tutor: Ing. Osmany Pérez Aballe

Año 52 de la Revolución

Declaración de Autoridad

Yo:

Diplomante: Gabriel Leyva Marrero

Tutor: Ing. Osmany Pérez Aballe

Autor del Trabajo de Diploma:

Metodología para determinar parámetros eléctricos en Variadores de Velocidad.

Certificamos su propiedad intelectual a favor del Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa (ISMM) Dr. Antonio Núñez Jiménez, el cual podrá hacer uso del mismo con la finalidad que estime necesaria.

Diplomante.	**Tutor.**
Gabriel Leyva Marrero	**Ing. Osmany Pérez Aballe**

Dedicatoria

Dedico este trabajo a todas aquellas personas que de una forma u otra posibilitaron su realización.

A mi familia por el apoyo que me han brindado durante la carrera, a mis compañeros de aula y a todos mis amigos.

Y de forma especial a mis abuelos que me inculcaron desde pequeño el estudio y gracias a eso podré llegar a ser un profesional.

Pensamiento

"La formulación de un problema, es más importante que su solución."

"Nunca consideres el estudio como una obligación sino como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber."

Albert Einstein

Agradecimientos

He de expresar mi más profundo agradecimiento a mi familia por el interés que ha demostrado en el transcurso de mi carrera, a todos mis amigos que me brindaron su apoyo incondicional, de forma general a aquellos que han hecho posible la realización de este trabajo.

Agradezco a mi tutor Ing.Osmany Pérez Aballe por su ayuda, energía, sentido práctico y comprensión en el trayecto de mi formación como profesional.

Agradezco al Comandante en Jefe Fidel Castro Ruz por posibilitarme estudiar en una sociedad donde el estudio es prioridad de toda persona y a la Revolución por las infinitas posibilidades que ha abierto con su leal protección a todos los estudiantes del país.

A todos.....Gracias

Resumen

El presente trabajo de investigación “Metodología para determinar parámetros Eléctricos en Accionamientos” muestra una compilación de los métodos utilizados en la determinación de la calidad de la energía dichos sistemas, además del cálculo de los parámetros principales, pretendiendo de este modo resolver de forma simple la deficiente información sobre la calidad de la energía en variadores de velocidad.
Se ha descrito en cada uno de los pasos y casos a seguir de forma clara y concisa cada una de las formas de cálculo a las que se refiere, para que un usuario sin previos estudios del tema pueda determinar cada una de las variables que pueda estar afectando el funcionamiento del sistema.

En la implementación del método, se realizaron programas en el software profesional Matlab, donde se visualiza la onda resultante, muestra los gráficos de por ciento de THD así como el valor nominal de la tensión de los armónicos.

Los resultados se muestran en forma de programas y de manera textual, lo que permite apreciar los diferentes métodos utilizado para su determinación.

Summary

The present investigation work "Methodology to determine Electric parameters in drives" it shows a compilation of the methods used in the determination of the quality of the energy statements systems, besides the calculate of the main parameters, seeking this way to solve in a simple way the faulty information about the quality of the energy in speed drives.

It was described in each one of the steps and cases to continue in a clear and concise way each one in the ways of calculate those that refers, so that an user without previous studies of the topic can determine each one of the variables that can be affecting the operation of the system.

In the implementation of the method, they were carried out programs in the professional software Matlab, where the resulting wave is visualized; it shows the graphics of percent of THD as well as the nominal value of the tension of the harmonics.

The results are shown in form of programs and in a textual way, what allows to appreciate the different methods used for their determination.

Índice

Declaración de Autoridad I
Dedicatoria II
Pensamiento III
Agradecimientos IV
Resumen V
Summary VI
Índice VII
Introducción General 1
Etapas a realizar el trabajo 3
Situación Problémica 3
Problema 3
Objetivo 3
Objeto de Estudio 3
Campo de Acción 3
Objetivos Específicos 4
Hipótesis 4
CAPÍTULO I. Marco teórico conceptual. 4
1.0 Introducción 4
1.1 Estudios precedentes. 5
1.2 Variador de Velocidad 5
1.2.1 Principio de funcionamiento. 6
1.2.2 Etapa Rectificadora 7
1.2.3 Etapa intermedia de filtro. 10
1.2.4 Etapa de Inversor. 11
1.2.5 Etapa de control. 12
1.3.0 Motor de Inducción. 15
1.3.1 Principio de funcionamiento 16
1.4.0 Calidad de una Onda sinusoidal. 19
1.4.1 Que se define como una onda senoidal 19
1.4.2 Definición de distorsión armónica 21
1.4.3 Causas que originan la distorsión armónica. 23
1.5 Medición de las principales magnitudes en convertidores. 24

1.5.1 Medición de las magnitudes de las armónicas. 25
Métodos para analizar los armónicos. 26
Método de frecuencia. 26
Análisis linealizados. 27
Análisis no lineal en el dominio del tiempo. 27
Método Wavelet. 27
1.6 MATLAB como procesador matemático para calcular contenido de armónicos.. 28
Capítulo II. Metodología para determinar parámetros Eléctricos en Variadores de Velocidad. 29
2.0 Introducción. 29
Paso #1: Determinación de parámetros a la entrada del variador de velocidad. 29
Caso #3: Monofásico a 3 hilos. 31
Medición el factor de potencia 31
Caso #1: 31
Caso #2: 32
Medición directa del factor de potencia. 32
2.1 Paso #2: Determinación de parámetros a la salida del rectificador 32
2.2.1 Factor de Potencia y Rendimiento en el Rectificador. 32
2.2.2 Rectificadores monofásicos 33
Caso #1: Rectificador monofásico de onda completa 33
Caso #2: Rectificador monofásico de media onda controlado 35
2.2.3 Rectificadores Trifásicos 36
Caso #1: Rectificadores de tres pulsos no controlado (3PNC) 36
Caso #2: Rectificador de tres pulsos controlado 39
Caso #3: Rectificadores trifásicos no controlados. 40
Caso #4: Rectificador controlado trifásico de onda completa 43
2.2 Paso #3: Determinación de parámetros a la salida del inversor. 45
2.2.1 Modulación vectorial para reducción de contenido de armónicos. 45
Caso #1: Inversor monofásico en puente. 51
Caso #2: Inversores Trifásicos. 54
2.4 Paso #4: Determinación de armónicas. 56
2.4.1 Transformada rápida de Fourier para determinación de armónicos de una matriz de cualquier rango. 56
Transformada Discreta de Fourier 56

Expresión Matricial 57
Transformada Rápida de Fourier 57
Cálculo de la FFT 57
2.5 Paso #5: Eficiencia. 59
Caso #1: Eficiencia en el inversor. 59
Caso #2: Eficiencia en el Variador. 62
Conclusiones Generales 63
Recomendaciones 64
Bibliografía. 65
ANEXOS 68

Introducción General

El actual escenario energético mundial está atravesando por una crisis, en la cual, todas las alternativas que tributen al uso más racional de los portadores energéticos, son de una gran importancia. Es indiscutible que el actual modelo energético, basado fundamentalmente en la producción de energía a partir de combustibles fósiles, es insostenible e injusto debido a la desigualdad en el consumo y en el acceso a la energía comercial. Hoy en día un 15 % de la población mundial, los 1000 millones de habitantes de los países desarrollados, consume más del 50 % de los recursos energéticos del planeta, mientras que 2000 millones de personas no tienen acceso a la energía comercial y otros 3000 millones tienen un suministro insuficiente, imposibilitando su desarrollo y condenándolas a la pobreza. [Cruz Blanco, Yunier] [7].

La eficiencia energética no consiste en racionar o reducir el consumo de energía, sino en utilizarla mejor. Los aumentos de productividad y la reducción de los consumos energéticos por unidad de producto constituyen, en realidad, fases de un mismo proceso con aportes significativos al crecimiento, la protección del medio ambiente y la equidad social.

Por ese motivo en este trabajo se pretende ayudar a un mejor aprovechamiento de la energía en cuanto a los accionamientos de velocidad ajustables, que están siendo más y más usados en la industria debido a su importancia de regular velocidad en los motores trifásicos que son ampliamente usados.

Se realizara un análisis de los diferentes aspectos relacionados con los temas que son discutidos en la bibliografía consultada, con el fin de disponer de los elementos básicos y de las tendencias actuales que resultan esenciales para el desarrollo de la investigación.

Bajo condiciones ideales de operación, un sistema eléctrico de potencia se espera sea completamente balanceado, de una frecuencia única y constante y las formas de onda de voltaje y corriente en el sistema senoidales, de amplitud especificada y constante. La calidad de la energía obtenida es entonces perfecta. Desafortunadamente, esta operación ideal no se presenta en sistemas de potencia prácticos debido a que todos los componentes de la red, en menor o mayor grado, poseen la indeseable característica de distorsionar las formas de onda senoidales ideales.

La mayor contribución a este efecto distorsionante, conocido como distorsión armónica de la forma de onda, proviene de cargas y componentes no lineales y variantes en el tiempo.

El problema de la calidad de la energía en los accionamientos incluye la tendencia creciente del contenido armónico, afectando esto a los motores de inducción. Por este motivo este trabajo realiza una metodología para el estudio de la calidad de la energía en el nodo de conexión entre el variador y la máquina.

Etapas a realizar el trabajo

- Búsqueda bibliográfica sobre el tema.
- Realización de una metodología.
- Implementación del Cálculo de armónicos con el software MATLAB.

Situación Problémica

Calidad de la energía suministrada por los convertidores a los motores de inducción.

Problema

Deficiente información en variadores de velocidad en el tema de la calidad de la energía.

Objetivo

Realizar una metodología para el estudio de la calidad de la energía en los convertidores.

Objeto de Estudio

La calidad de la energía en los variadores de velocidad.

Campo de Acción

Variadores de velocidad.

Objetivos Específicos

- Caracterizar los motores de inducción alimentados por variadores de velocidad.
- Realizar una metodología para el estudio de la calidad de la energía en variadores de velocidad.
- Simulación utilizando Matlab del cálculo de armónicos.

Hipótesis

Si se realiza una metodología que estudie la calidad de la energía en los convertidores, entonces es posible determinar las características de las magnitudes de la alimentación de los motores de inducción.

CAPÍTULO I. Marco teórico conceptual.

1.0 Introducción

En el presente capítulo se realiza un análisis de los diferentes aspectos relacionados con los temas que son discutidos en la bibliografía consultada, con el fin de disponer de los elementos básicos y de las tendencias actuales que resultan esenciales para el desarrollo del trabajo.

Además de establecer el Marco Teórico-Metodológico de la investigación, a partir del estado del arte del tema basado en el análisis de los trabajos precedentes, la metodología seguida para su ejecución así como la base teórica que sustenta la investigación y una caracterización integral del estado actual del objeto de estudio.

1.1 Estudios precedentes.

Una investigación científica de acuerdo a lo planteado por Aróstegui, J. M. y otros en 1975 [1], en cualquier área del conocimiento debe siempre estar sustentada por una investigación empírica y por una investigación teórica, de ahí que sea necesario utilizar los métodos que caracterizan a cada una de ellas para desarrollar científicamente las mismas a partir de una clara caracterización del objeto, del planteamiento del problema, los objetivos, la hipótesis y las tareas.

Para desarrollar la investigación fueron consultados diferentes trabajos y estudios, orientando la revisión bibliográfica en dos líneas fundamentales; por una parte, la información relacionada con el enfoque teórico y metodológico del estudio a realizar y por otra, los trabajos sobre el tema de la variación de velocidad, eficiencia en motores de inducción.

Como se conoce, los motores de inducción tienen una elevada eficiencia cuando operan con sus cargas y torques nominales [Bodson, 1996] [2]. Así mismo operando con cargas ligeras, las pérdidas del hierro se incrementan dramáticamente, reduciendo considerablemente la eficiencia [Kusko y Galler, 1983] [17].

Para minimizar las pérdidas en el motor es necesario adecuar su velocidad con los requerimientos que exigen las cargas mecánicas. Lo más avanzado, y perfeccionado que se tiene hasta ahora son los Accionamientos de Velocidad Ajustable (AVA), comercialmente llamados variadores de velocidad, que constituyen en sí convertidores de frecuencia o Inversores Sinusoidales de Voltajes con modulación por ancho de pulsos (VSI a PWM, sus siglas en inglés), aunque también pueden ser modulados por la amplitud de sus pulsos (VSI a PAM); también están los Inversores Sinusoidales de Corrientes (CSI, en inglés).

1.2 Variador de Velocidad

El Variador de velocidad es en un sentido amplio un dispositivo o conjunto de dispositivos mecánicos, hidráulicos, eléctricos o electrónicos empleados para controlar la velocidad giratoria de maquinaria, especialmente de motores. También son convertidores de energía encargados de modular la energía que

recibe el motor. Otra definición sería, los variadores de velocidad son dispositivos que permiten variar la velocidad y la cupla de los motores asíncronos trifásicos, convirtiendo las magnitudes fijas de frecuencia y tensión de red en magnitudes variables.

1.2.1 Principio de funcionamiento.

Esta variación de frecuencia se consigue mediante dos etapas en serie. Una etapa rectificadora que transforma la corriente alterna en continua, con toda la potencia en el llamado circuito intermedio y otra inversora que transforma la corriente continua en alterna, con una frecuencia y una tensión regulables, que dependerán de los valores de consigna. A esta segunda etapa también se le suele llamar ondulador. Todo el conjunto del convertidor de frecuencia recibe el nombre de inversor.

La mayoría de las marcas incluyen dentro del propio convertidor protecciones para el motor, tales como protecciones contra sobreintensidad, sobretemperatura, fallo contra desequilibrios, defectos a tierra, etc, además de

ofrecer procesos de arranque y frenados suaves mediante rampas de aceleración y de frenado, lo que redunda en un aumento de la vida del motor y las instalaciones.

Como debe saberse, el uso de convertidores de frecuencia añade un enorme potencial para el ahorro de energía disminuyendo la velocidad del motor en muchas aplicaciones. Además aportan los siguientes beneficios:

- Mejora el proceso de control y por lo tanto la calidad del producto.
- Se puede programar un arranque suave, parada y freno (funciones de arrancador progresivo).
- Amplio rango de velocidad, par y potencia. (Velocidades continuas y discretas).
- Bucles de velocidad.
- Puede controlar varios motores.
- Factor de potencia unitario.
- Respuesta dinámica comparable con los drivers de DC.

- Capacidad de by-pass ante fallos del variador.

- Protección integrada del motor.

- Marcha paso a paso (comando JOG).

Con respecto a la velocidad los convertidores suelen permitir dos tipos de control:

Control manual de velocidad. La velocidad puede ser establecida o modificada manualmente (display de operador). Posibilidad de variación en el sentido de giro.

Control automático de velocidad. Utilizando realimentación se puede ajustar la velocidad automáticamente. Esta solución es la ideal para su instalación en aplicaciones en las que la velocidad demandada varía de forma continua.

1.2.2 Etapa Rectificadora

El fenómeno de la rectificación se da porque los diodos van conmutando cíclicamente al circuito de CC sobre las fases de CA. Es la tensión de esta red la que va forzando el paso a conducción o bloqueo de los diodos, a esta conmutación se le llama forzada. Si sólo se rectifican las semiondas positivas de la tensión alterna tenemos un montaje de media onda y si se rectifican ambas semiondas, tenemos un montaje de onda completa según el trabajo [Ingeniería en Organización Industrial] [16].

En los montajes de media onda la tensión no es continua pura, ya que exhibe cierto grado de rizado u oscilación en torno a su valor medio. Los diodos que conducen en cada momento son aquellos en los que la tensión de la fase en la que van conectados supera a la de las otras dos.

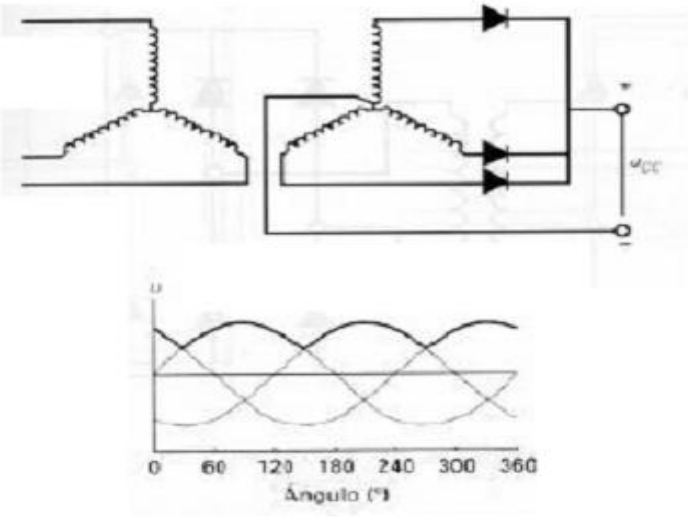


Figura. 1.1: Rectificador trifásico de media onda.

El rectificador trifásico de onda completa o puente de Graetz, está formado por seis diodos y tiene la ventaja del menor rizado. Este puente es de los más empleados en las aplicaciones industriales de potencia.

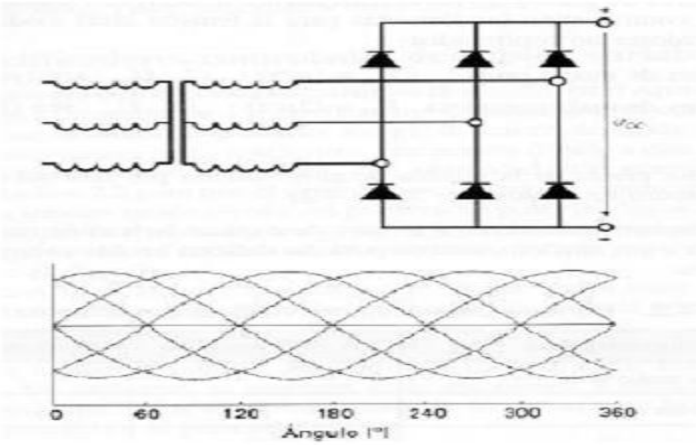


Figura. 1.2: Rectificador trifásico de onda completa. Puente de Graetz

Además convierte la tensión alterna en continua mediante rectificadores de diodos, tiristores, el rectificador más típico es el clásico puente de diodos. Como la alimentación normalmente es trifásica suelen utilizarse seis diodos. A este rectificador le sigue uno o varios condensadores de gran capacidad que se cargan durante los máximos de tensión, por lo que la intensidad de los conductores de cada fase está formada por pares de picos alternados, aunque se puede mejorar añadiendo algunas reactancias.

Los variadores más utilizados utilizan modulación PWM (Modulación de Ancho de Pulsos) y usan en la etapa rectificadora puente de diodos rectificadores. En

la etapa intermedia se usan condensadores y bobinas para disminuir las armónicas y mejorar el factor de potencia.

El circuito completo incluye otros filtros con condensadores y bobinas para reducir las perturbaciones que se propagan hacia la red o las que se reciben de las mismas, descargadores de sobre tensiones, fusibles y otros elementos de protección.

Al dar tensión al equipo, el pico de intensidad inicial que carga los condensadores puede alcanzar un valor muy elevado, capaz de destruir los diodos y fusibles. Este transitorio se reduce con resistencias y reactancias en serie con la entrada o la salida del rectificador. Las resistencias suelen acompañarse de un relé o un contacto que las cortocircuita a los pocos instantes, evitando así que consuman energía permanentemente. A veces se utilizan elementos estáticos, por ejemplo un tiristor, resistencias de coeficiente de temperatura negativo, etc.

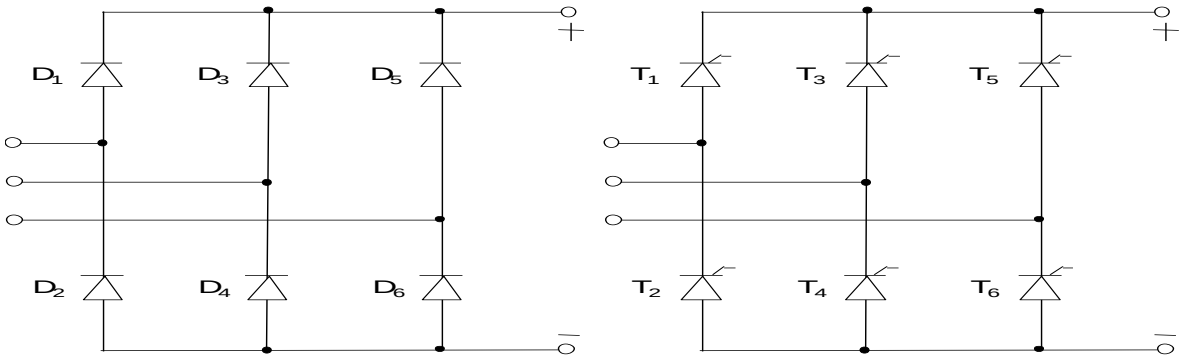


Figura 1.3: a) Rectificador no controlado. b) Rectificador controlado con tiristores.

Con potencias muy grandes es frecuente el empleo de dos rectificadores con salidas unidas y las entradas alimentadas por un transformador provisto de secundarios en estrella y en delta para producir un sistema de tensiones hexafásico. Con esta variante se obtiene una tensión más continua, se reducen los armónicos en la red de CA y pueden utilizarse semiconductores de menor tensión.

En un rectificador que sólo utiliza diodos el sentido de la tensión y la intensidad es fija, por lo tanto, el signo de la potencia no puede cambiar y no es posible el frenado con recuperación de energía. Con potencias grandes esto se consigue

utilizando el rectificador clásico totalmente controlado, a tiristores, seguido de un filtro inductivo. De este modo, aunque el sentido de la intensidad sea fijo, la tensión podrá invertirse si lo admite el inversor que está conectado a continuación. Otra de las ventajas es que se puede controlar la corriente de salida actuando sobre el instante de disparo de los tiristores, pero a costo de consumir reactivo. Existe otro rectificador controlado, basado en un inversor a transistores que se hace funcionar al revés que el inversor de salida. Utilizando modulación por ancho de pulsos, se consume una intensidad casi sinusoidal y en fase con la tensión. De este modo, es posible frenar con recuperación y evitar los problemas con los armónicos y la reactiva.

1.2.3 Etapa intermedia de filtro.

Filtro para suavizar la tensión rectificada y reducir la emisión de armónicos. Los convertidores pueden ser con circuito intermedio de tensión o con circuito intermedio de corriente. La diferencia está en cuál de las dos magnitudes se mantiene constante, aparte del inevitable rizado, cuando no varía la tensión o la intensidad de salida. En la práctica, el circuito intermedio de tensión se reconoce porque el inversor está conectado a los bornes de uno o varios condensadores y el de corriente porque se alimenta a través de una bobina. También puede decirse que, en general, el circuito intermedio de tensión corresponde al rectificador con diodos o transistores y el de corriente al rectificador con tiristores.

Cuando se parte de un rectificador no controlado, el circuito intermedio está formado por condensadores electrolíticos en paralelo o en serie y paralelo, según la potencia y la tensión de trabajo. Una de las misiones de estos condensadores es absorber los picos de energía que devuelve el inversor, especialmente durante la conmutación. Si la carga tira del motor o si la velocidad se reduce bruscamente es probable que el inversor devuelva demasiada energía y la tensión se eleve peligrosamente, esto se evita con un detector de sobre tensión que actúa sobre el convertidor e impide que siga devolviendo energía. Para obtener un frenado más enérgico se debe utilizar un rectificador controlado o, en su defecto, se puede consumir la energía de una resistencia de gran tamaño. También se puede actuar sobre el inversor de modo que alimente el motor con corriente continua. Algunas instalaciones

utilizan varios inversores y motores que comparten el circuito intermedio, de este modo cuando se frena un motor la energía es aprovechada por todos los demás.

1.2.4 Etapa de Inversor.

Convierte la tensión continua en otra de tensión y frecuencia variable mediante la generación de pulsos. Actualmente se emplean IGBT (Isolated Gate Bipolar Transistors) para generar los pulsos controlados de tensión. Los equipos más modernos utilizan IGBT inteligentes que incorporan un microprocesador con toda la protección por sobre corriente, sobre tensión, baja tensión, cortocircuitos, puesta a masa del motor, sobre temperaturas, para esta aplicación se utiliza un inversor en puente trifásico. En general está formado por seis interruptores electrónicos y otros componentes. Las tres líneas que alimentan el motor se conectan secuencialmente al extremo positivo o negativo del circuito intermedio.

Como se trabaja en conmutación, la corriente así obtenida debe ser una onda más o menos rectangular y los motores suelen construirse para ser alimentados con una CA sinusoidal, pero ya volveremos sobre este tema más adelante. Se puede conectar en cada instante un interruptor de la parte superior (el 1, el 3 o el 5), y otro de la inferior (el 2, el 4 o el 6), de manera que siempre queda un borne del motor sin conectar. En este caso cada interruptor solo conduce durante 1/3 del tiempo total, pero así se facilita la conmutación si se utilizan tiristores.

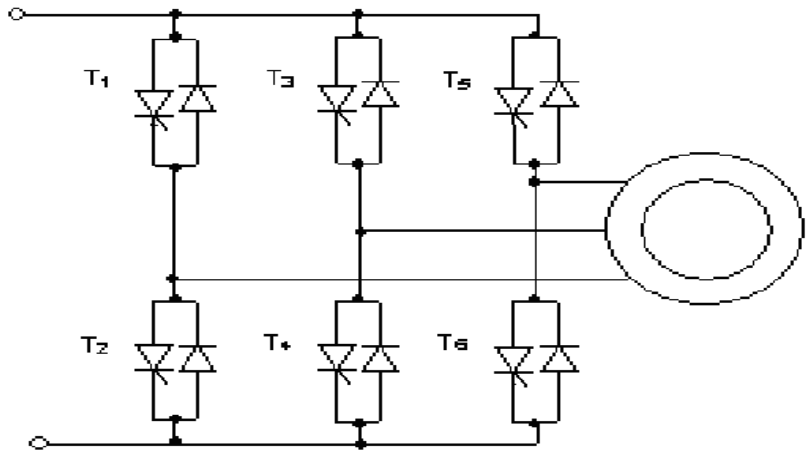


Figura. 1.4: Inversor a tiristores

El circuito auto conmutado es el ejemplo más típico. Alimentado por corriente, cuando se dispara uno de los tiristores situados en la parte superior se bloquea automáticamente cualquier tiristor que estuviera conduciendo en el mismo lado y lo mismo sucede con los de la parte inferior. La intensidad en cada fase del motor es una onda aproximadamente rectangular, como consecuencia el par es pulsante. Esto se nota mucho más al trabajar con frecuencias bajas, porque la inercia no consigue ocultar el defecto, aparte de que el bloqueo de los tiristores puede presentar otras dificultades a bajas velocidades. La forma de onda de la tensión viene impuesta por el motor y acostumbra a ser bastante sinusoidal.

Otra forma de accionar los interruptores es conectar las tres salidas al positivo o al negativo, alternativamente, con un desfase de 120^0. En estas condiciones la tensión de cada borne del motor respecto a un punto del circuito intermedio es una onda cuadrada, pero si se analiza lo que sucede entre fase y el neutro (que se define por el promedio de la tensión en las tres salidas) se comprueba que sigue una ley de variación rectangular algo más parecida a una sinusoide. También se observará que sólo existen seis posibles combinaciones de las tensiones de salida, lo que suele representarse como seis vectores situadas a 60^0 y contrasta con los infinitos valores que puede alcanzar una tensión sinusoidal.

Existe otra posibilidad que se combina con la anterior: Esta es conectar las tres salidas al positivo o al negativo simultáneamente para que la tensión entre ellas sea cero. Esto permite variar la intensidad de la salida de forma continua, aunque la tensión de entrada sea constante. El truco consiste en anular la tensión a una frecuencia relativamente alta (llamada portadora) y variar el valor medio por la relación entre los tiempos de conducción. Como la intensidad no puede cambiar de forma instantánea, gracias a la reactancia de dispersión del motor y otras bobinas que pueden añadirse en serie sigue una ley de variación más suave que se adapta a dicho valor medio. En general está técnica de denomina modulación por ancho de pulso.

1.2.5 Etapa de control.

Esta etapa controla los semiconductores para generar los pulsos variables de tensión y frecuencia. Y además controla los parámetros externos en general,

etc. La frecuencia portadora de los semiconductores se encuentra entre 2 a 16kHz. Una portadora con alta frecuencia reduce el ruido acústico del motor pero disminuye el rendimiento del motor y la longitud permisible del cable hacia el motor. Por otra parte, los IGBT generan mayor calor.

Las señales de control para arranque, parada y variación de velocidad (potenciómetro o señales externas de referencia) estén aisladas galvánicamente para evitar daños en sensores o controles y evitar ruidos en la etapa de control.

El circuito de control y regulación controla los tiristores o transistores del inversor, la tensión se controla aplicando una tensión máxima al motor durante períodos más o menos largos.

La frecuencia se controla con pulsos positivos durante medio período e impulsos negativos durante el siguiente medio período. El circuito de control establece los tiempos de activación y desactivación de los tiristores en los puntos de intersección entre la tensión sinusoidal (onda moduladora) y la tensión triangular (onda portadora).

La frecuencia de la tensión sinusoidal debe ser igual a la frecuencia que se desea obtener de convertidor de frecuencia y, por tanto, se controla por medio de la señal de entrada del circuito de control. La relación entre la amplitud de la tensión sinusoidal y la amplitud de la tensión triangular determina la anchura de los impulsos de tensión que se aplican al motor y por ende el valor de voltaje.

Las formas de ondas no sinusoidales se analizan aplicando el desarrollo en series de Fourier. Cuando la onda es periódica, se pude componer en la suma de una componente continua, una componente fundamental sinusoidal de la misma frecuencia y una serie de armónicos, también sinusoidales, cuya frecuencia es el doble, el triple, etc., de la que tiene la onda de partida. Si todo esto se refiere a un motor de corriente alterna, es posible que algunos armónicos contribuyan a que el rotor gire en el sentido correcto, otros crean un campo en sentido contrario y la mayoría simplemente lo calientan.

Si existe simetría de semionda (si los semiciclos positivos y negativos son iguales) desaparece la componente continua y todos los armónicos pares. Si en las tres salidas se generan las mismas formas de onda, desfasadas a 120^0,

desaparecen todos los armónicos múltiplos de 3. Para la forma de onda de la figura el primer armónico de importancia es el 5 (de secuencia inversa) seguido del 7, 11, etc.

Debido a la reactancia del motor, los armónicos de frecuencia muy elevada tienen poca influencia en la intensidad y basta eliminar las frecuencias más bajas. Esto se consigue aplicando modulación sinusoidal por ancho de pulso: se actúa sobre los tiempos de conducción siguiendo una ley sinusoidal.

Además de la frecuencia básica, el motor estará sometido a frecuencias armónicas indeseables, y su amplitud dependerá de la relación de frecuencia entre la tensión triangular y la tensión sinusoidal (*n*). Las tensiones desiguales más próximas a la tensión triangular serán las de mayor amplitud. Si se elige una relación de n=6 entre la frecuencia triangular y la frecuencia sinusoidal, la quinta y séptima armónica tendrán una amplitud especialmente elevada. Si n=15, las decimoterceras, decimoquintas, y decimoséptimas armónicas van a ser particularmente importante.

Puesto que la reactancia de los devanados del motor aumenta cuando la frecuencia sube, en razón de la autoinducción de los devanados, las frecuencias armónicas elevadas son menos importantes que las armónicas bajas. Además, puesto que todas las frecuencias armónicas que puedan ser divididas por tres están equilibradas por el motor trifásico, la relación entre la frecuencia triangular y la frecuencia sinusoidal debe ser elevada y divisible por tres.

Sin embargo, existen varios motivos para limitar la relación n:

a) Existe un límite con respecto a la velocidad a la cual los tiristores o transistores pueden ser activados o desactivados. Además, cada desactivación forzada de un tiristor cuesta energía. Por lo tanto una relación elevada de n (frecuentes desenergizaciones) corresponde a una reducción del rendimiento del convertidor de frecuencia. Si los tiristores del inversor se sustituyen por transistores es posible reducir las pérdidas por desenergización.

b) Una relación de n elevada corresponde a numerosos “agujeros” en la tensión, la cual, por tanto, no puede tomar el valor máximo; sin embargo, este valor es necesario cuando se desea obtener el momento máximo a frecuencia nominal del motor. Pero a frecuencias bajas del motor, es normal tener una

elevada relación de n y obtener, una tensión que corresponde a la frecuencia. Con un motor de 380 v, 50 Hz, la tensión a 50 Hz, necesita ser solamente (380*5)/38 y puesto que la frecuencia básica es baja no se produce el problema que se describe en el inciso a, debido a una elevada relación de n.

1.3.0 Motor de Inducción.

Estos motores son los más usados en la industria; tienen un estado similar al del motor sincrónico, pero el rotor está construido con barras o bobinas que se conectan en corto circuito. El campo magnético rotatorio del estator inducirá una fuerza electromotriz en los conductores del rotor, como éstos están en corto circuito, por ellos circulará una corriente que producirá el campo magnético necesario en el rotor para hacer que este último gire. Los motores de inducción siempre operarán a una velocidad inferior a la de los motores sincrónicos, o sea, la de sincronismo. Esto se debe a que si el rotor girara a esa velocidad, las líneas de campo magnético rotatorio no cortarían los conductores del rotor, no habiendo por lo tanto inducción en este último.

Es pues necesario que exista siempre una diferencia entre velocidad sincrónica y la velocidad del motor de inducción. A esta diferencia se le llama deslizamiento, el cual varía de acuerdo a la carga, al voltaje de la red y al diseño del motor.

Los motores de inducción se fabrican de dos (2) tipos: con rotor de jaula de ardilla y con rotor bobinado; a este último se le conoce también como motor de anillos. El rotor de jaula de ardilla tiene unas barras que van conectadas en circuito sin que se requiera ningún tipo de conexión exterior por medio de anillos. Es el más sencillo, económico y el comúnmente usado en las industrias.

El rotor bobinado, como su nombre lo indica, lleva unas bobinas que se conectan a unos anillos deslizantes colocados en el eje; por medio de unas escobillas se conecta el rotor a unas resistencias que se pueden variar hasta poner el rotor en corto circuito al igual que el eje de jaula de ardilla [Fitzgerald A]. [8]

1.3.1 Principio de funcionamiento

Están basados en el accionamiento de una masa metálica por la acción de un campo giratorio. Están formados por dos armaduras con campos giratorios coaxiales una es fija y la otra móvil, también se les llama estator y rotor.

El devanado del rotor, que conduce la corriente alterna que se produce por inducción desde el devanado del estator conectado directamente consiste en conductores de cobre o aluminio vaciados en un rotor de laminaciones de acero. Se instalan anillos terminales de cortocircuito en ambos extremos de la jaula de ardilla o bien en uno de los extremos en el caso del rotor devanado. Los motores de inducción de rotor devanado son menos utilizados debido a su mayor costo y a que requieren de más mantenimiento que los de jaula de ardilla. [Kostenco, M] [18].

El rotor bobinado tiene un devanado trifásico del mismo número de polos y fases que el del estator y cuyos terminales se conectan a tres anillos deslizantes sobre los cuales descansan tres escobillas a través de las cuales pueden introducirse resistencias externas (tal como se muestra en la figura 1.5 b) o conectarse a otro circuito exterior. Por otra parte, el rotor de jaula consta de un número determinado de barras, de cobre o aluminio, cortocircuitadas a través de anillos situados en los extremos del rotor. Este último tiene la gran ventaja de ser más pequeño y barato y necesitar menos mantenimiento siendo, por esta razón, el más utilizado en la industria. Aunque el rotor sea de jaula, para su estudio puede suponerse un rotor bobinado equivalente, con sus terminales cortocircuitados, tal como se muestra en la figura 1.5 c).

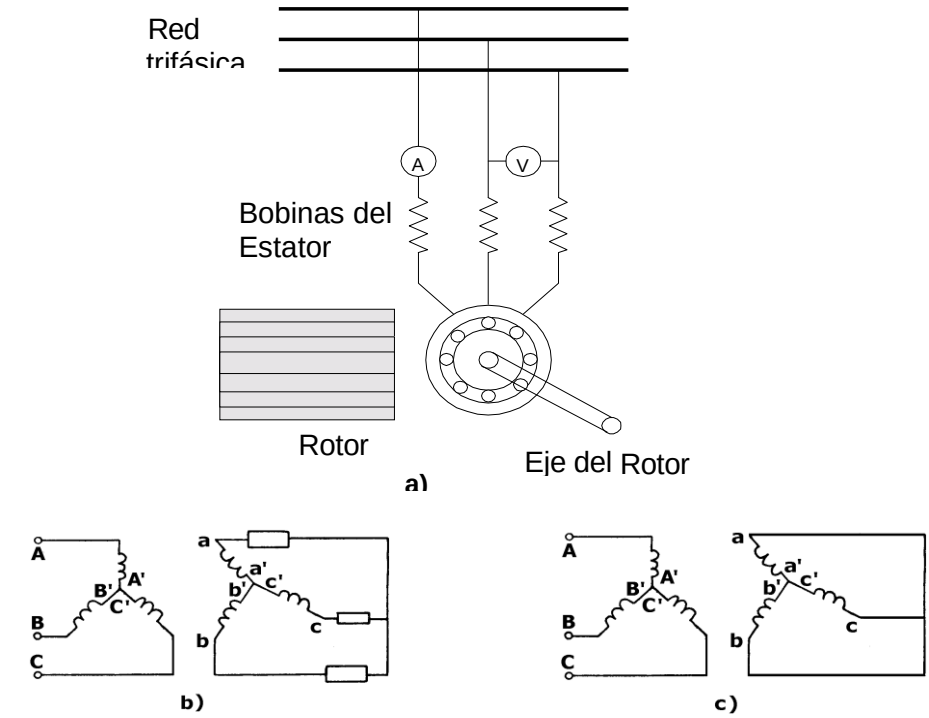


Figura 1.5: a) Esquema de instalación de un motor de inducción.

b) Esquema circuital del motor con resistencias externas.

c) Esquema circuital del motor sin resistencias externas.

Para analizar el principio de operación de esta máquina se supondrá primero que el circuito del rotor está abierto y que, por tanto, sólo circula corriente por el devanado del estator. Esta corriente sirve para producir el campo magnético de acoplamiento (despreciando las pérdidas de núcleo) y es denominada Corriente magnetizante, o sea, para cada fase se cumple que:

$$i_s = i_M \qquad (1.1)$$

donde i_M es el valor instantáneo de la corriente magnetizante.

Esta corriente provoca una fuerza magnetomotriz giratoria $\vec{F}_m$ y un flujo ϕ_m que induce una fuerza electromotriz en el estator igual a:

$$E_S = 4{,}44 . f_1 . W_S . K_{devS} . \phi_m \qquad (1.2)$$

donde W_s es el número de espiras por fase del devanado del estator y K_{devS} el factor de devanado del estator. También, en cada fase del rotor se induce una Fem. Er. dada por:

$$E_R = 4{,}44 . f_1 . W_R . K_{devR} . \phi_m \qquad (1.3)$$

En este caso el rotor no gira debido a que no estar circulando corriente por él.

Si ahora se cierra el circuito del rotor comienza a circular corriente por él. Esta corriente reacciona con el flujo giratorio del entrehierro (ϕ_m) y crea un momento (torque o par) que hace girar al motor, acelerándolo. Esta rotación se produce en el mismo sentido que la del flujo giratorio, trayendo como consecuencia que la velocidad relativa de los conductores del rotor, con respecto al flujo del estator, disminuya, disminuyendo, por tanto, la Fem. inducida en el rotor y la corriente. Este proceso de disminución de corriente y aumento de la velocidad continúa hasta que el valor de corriente es tal, que el momento o par que ella produce equilibra el momento externo de la carga mecánica del motor. Entonces, la velocidad y el valor efectivo de la corriente se hacen constantes y se alcanza el estado estacionario. Esta velocidad estable n_2 tiene que ser menor que la velocidad sincrónica n_1 a la cual se mueve el flujo giratorio para que exista movimiento relativo entre el flujo y los conductores del rotor. A mayor carga mecánica externa mayor velocidad relativa, mayor Fem. inducida y mayor corriente, implicando esto menor velocidad del rotor. El valor de la velocidad relativa en por unidad se denomina Deslizamiento y está dado por:

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \qquad (1.4)$$

En el motor trifásico, las bobinas se colocan en las ranuras interiores del estator. Las fases del devanado del estator se conectan en tipo estrella (Y) o triángulo (Δ), cuyos bornes son conectados a la red.

El devanado del rotor también es trifásico (o polifásico) y se coloca en la superficie del cilindro. En el caso simple se une en corto circuito.

Cuando el devanado del estator es alimentado por una corriente trifásica, se induce un campo magnético giratorio, cuya velocidad (síncrona) es:

$n_1 = \frac{60 f_1}{P}$, siendo f_1 la frecuencia de la red y *P*, pares de polos. (1.5)

Sobre los conductores con corriente, empleados en el campo magnético, actúan fuerzas electromagnéticas; estas fuerzas crean un M_{elmagn} que arrastra al rotor tras el campo magnético. Si este M_{elmagn} es lo

suficientemente grande entonces el rotor va a girar a velocidad n_2.

$$M_{elmag1} = M_{freno2}$$

Este es el funcionamiento de la máquina en régimen de motor y es evidente en este caso.

$$0 \leq n_2 < n_1$$

De donde se deduce que en el régimen de motor: $0 < s \leq 1$

En generador: $s > 0$

En frenado electromagnético: $s > 1$

La principal característica de los MA es la presencia del deslizamiento s, es decir la desigualdad de velocidades entre el campo del estator y la velocidad del rotor

$$n_2 \neq n_1$$

1.4.0 Calidad de una Onda sinusoidal.

La presencia de los armónicos de orden superior causa problemas en la calidad y eficiencia de la energía suministrada por los inversores sinusoidales de voltajes a los accionamientos con motores asincrónicos, muy utilizados en las industrias [Rojas Puron Luis D] [25]

1.4.1 Que se define como una onda senoidal

Una onda senoidal consiste de una frecuencia única, y su espectro es un punto único. Teóricamente, una onda senoidal existe un tiempo infinito y nunca cambia según el trabajo de Instrumentación y Control Automático [15]. La transformada matemática, que convierte la forma de la onda del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia se llama la **transformada de Fourier** y comprime toda la información en la onda senoidal de un tiempo infinito en un punto. El pico en el espectro que mostramos abajo tiene una anchura finita.

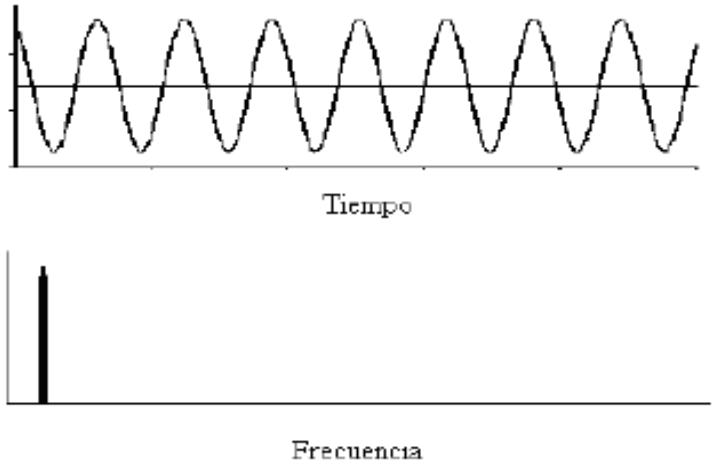


Figura 1.6: El espectro de una onda senoidal.

Existen muchos tipos de perturbaciones eléctricas, que pueden afectar la calidad de una onda senoidal, desde la producida por la caída de un rayo o la conexión de un condensador, a la corriente absorbida por un equipo de regulación electrónica de velocidad de un motor de corriente continua. Tan sólo en el último caso de los ejemplos citados se da una perturbación periódica, es decir, la perturbación se repite en cada período de la onda a frecuencia de red (cada 20 ms en caso de una frecuencia de red de 50 Hz). El método de Fourier permite descomponer este tipo de ondas en varias componentes Fig. 1.7 según la [Guía sobre la calidad de ondas de energía] [9]

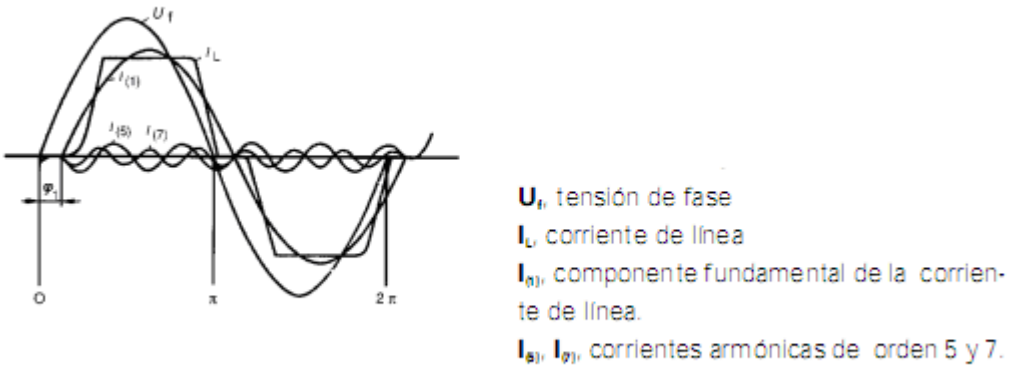


Figura 1.7: Descomposición en armónicos de la corriente absorbida por un rectificador puente trifásico, solo aparecen los armónicos 5 y 7 por simplicidad.

- Una onda senoidal a la frecuencia de red o frecuencia fundamental.

- Una serie de ondas senoidales de frecuencias múltiplo de la de red y denominadas armónicas, y por último,
- Una, no siempre existente, componente continúa. La ventaja de este método es la de permitir el estudio de las redes con ondas senoidales, sistema de fácil tratamiento matemático.

Existe un gran número de dispositivos que distorsionan el estado ideal de las redes eléctricas. Las principales fuentes de corriente armónicas en la actualidad son los inversores y rectificadores con control de ángulo de fase. Algunos de ellos han existido desde la formación de los sistemas de potencia, y otros son producto de la aplicación de dispositivos de electrónica de potencia utilizados para el control moderno de las redes eléctricas. Como ejemplo se puede mencionar el convertidor de línea. Este dispositivo se utiliza tanto como rectificador (AC-DC) como inversor (DC-AC) y en aplicaciones de alta y baja potencia.

Un efecto adicional de la presencia de armónicos de tensión en la alimentación a motores, es la reducción del par eficaz generado por el motor, equivalente a una reducción en la amplitud de la componente fundamental de la tensión, como consecuencia de los armónicos de secuencia negativa que dan lugar a un campo magnético rotativo que gira en sentido contrario al campo rotativo creado por la componente fundamental. De estudios realizados, se demuestra que para limitar estos efectos de armónicos sobre motores, no basta con limitar la distorsión total de la onda, ya que algunos armónicos (por ejemplo, el segundo), tienen efectos más perjudiciales que el resto. Asimismo, demuestran que los motores menores de 5 CV (Caballo Vapor 1 CV igual a 735 W) se ven más afectados según [Llamas Terrés Armando] [12].

1.4.2 Definición de distorsión armónica

Se dice que existe distorsión armónica cuando la onda sinusoidal, prácticamente pura, que generan las centrales eléctricas sufre deformaciones en las redes de alimentación a los usuarios. Es la medida de distorsión más común (THD por sus siglas en ingles) se aplica para ambos corriente y tensión y es definido como el valor rms de los armónicos dividido por el valor rms del fundamental y multiplicado por 100 %. El THD de la corriente varía desde un

pequeño por ciento a más de 100 %, el THD del voltaje es usualmente menor del 5 %. El voltaje del THD por debajo del 5 % es ampliamente considerado como aceptable, pero los valores por encima del 10 % son inaceptables y causan problemas para equipos sensibles y cargas según [Guía sobre la calidad de la onda en las redes eléctricas] [9]. Para cuantificar el grado de deformación de una onda de tensión o de intensidad que no es sinusoidal pura aunque sí periódica, con 50 Hz de frecuencia se recurre a su análisis frecuencial. Este se lleva a cabo normalmente mediante la transformada rápida de Fourier, un algoritmo de cálculo que nos proporciona los contenidos de las diferentes ondas sinusoidales puras que componen la onda deformada. Estos contenidos se refieren a:

• La componente fundamental de la onda (50 Hz de frecuencia).

• Las componentes de frecuencias armónicas (múltiplos de 50 Hz), que reciben la denominación de armónicos de tensión o de intensidad. Su presencia debe limitarse. Así mismo, aparecen en las redes otras componentes de la onda de tensión que se denominan terarmónicos, cuyas frecuencias no son múltiplos enteros de la fundamental. Estos ínterarmónicos se presentan tanto a unas ciertas frecuencias como en forma de espectro de banda ancha. Son de poca importancia, por lo que generalmente no se les tiene en cuenta. A los armónicos se les designa normalmente por su orden, un número que resulta de la relación existente entre su propia frecuencia y la de la componente fundamental.

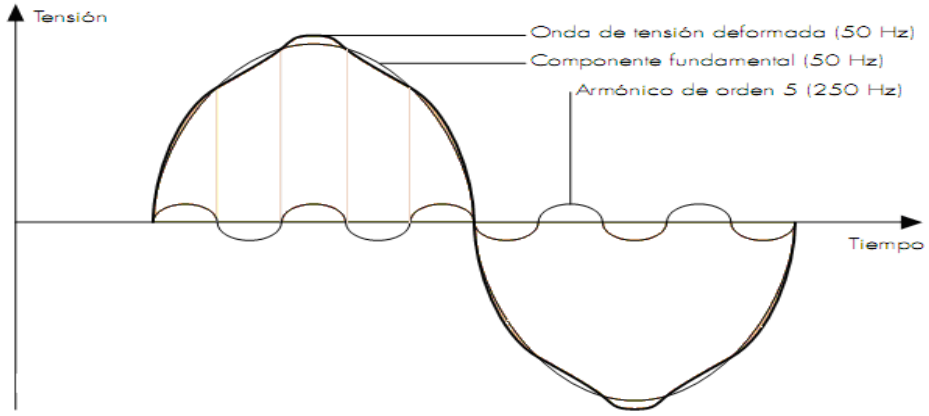


Figura. 1.8: Onda de tensión deformada y sus componentes.

En la figura 1.8 se representa una onda de tensión de 50 Hz deformada que contiene únicamente:

• Componente fundamental

• Armónico de orden 5

Los contenidos o tasas de los diferentes armónicos de tensión que constituyen una onda deformada se expresan en forma de porcentaje respecto de la componente fundamental, de acuerdo con la siguiente relación:

$$U_n(\%) = 100\ \frac{U_n}{U_1}$$

En esta expresión, U_n es la amplitud del armónico de tensión de orden n y U_1, la amplitud de la componente fundamental de la onda de tensión.

1.4.3 Causas que originan la distorsión armónica.

Se puede considerar que, en su mayor parte, los equipos y elementos que componen los sistemas de distribución de energía eléctrica son lineales. En otras palabras, que su característica de intensidad/tensión se mantiene constante.

No obstante, hay algunos equipos que tienen características no lineales, es decir, cuya intensidad demandada no es sinusoidal pura y sí, por tanto, una onda deformada. Estos equipos emiten armónicos a la red general de alimentación eléctrica en el punto de conexión común (PCC). [Bodson J.] [2].

Cabe subrayar que los armónicos de tensión de una red pueden verse amplificados, incluso en puntos alejados de la carga perturbadora que los origina, si se dan condiciones de resonancia. Estas pueden aparecer en un punto determinado de la red, cuando son conectados en él condensadores para la corrección del factor de potencia. Las sobretensiones así generadas se producen fundamentalmente a una cierta frecuencia de resonancia, según la expresión:

$$Fr = 50 \prod \frac{Scc}{Q}$$

donde Scc es la potencia de cortocircuito de la red y Q, la potencia reactiva nominal de la batería de condensadores.

1.5 Medición de las principales magnitudes en convertidores.

El objetivo básico de un sistema de medición es la adquisición de información del mundo físico a la máxima velocidad posible, con la mayor exactitud que se pueda obtener y con el menor coste. Si esto se usa para adquirir conocimiento hablaremos de sistema de medición o sistema de medida. Un sistema de medición es una estructura compleja que agrupa un conjunto de instrumentos, un dispositivo o sistema en el que se mide, unas conexiones entre estos elementos y por último, y más importante, unos programas que se encargan de automatizar el proceso y de garantizar la repetibilidad de las medidas. El objetivo final, que no debe perderse de vista, del proceso de automatización de las medidas es el aumento de la calidad. Esta calidad puede entenderse desde el punto de vista del usuario del producto o del servicio que ha pasado por el proceso de prueba o desde el punto de vista del ingeniero que desarrolla, pone en marcha y mantiene el sistema de instrumentación que realiza este proceso de prueba, y que cada vez con mayor insistencia debe ajustarse a estándares internacionales.

La detección y la predicción de armónicos constituyen los dos campos principales del análisis digital de armónicos, que permiten hacer una evaluación y diagnóstico de la calidad de la energía. El primer campo determina y procesa en tiempo real la información del contenido armónico monitoreado en la red mientras que el último predice la distorsión armónica en la red mediante modelos analíticos implementados para simulación digital. A la última categoría corresponden las técnicas descritas en esta contribución. El comportamiento periódico de una red eléctrica puede ser determinado directamente en el dominio del tiempo mediante la integración de las ecuaciones diferenciales que describen la dinámica del sistema una vez que la respuesta transitoria ha transcurrido y se obtiene el estado estacionario periódico. Este procedimiento, conocido como de Fuerza Bruta requiere generalmente de integrar sobre un

número considerable de periodos de tiempo para que los transitorios decaigan a proporciones despreciables. Ha sido sugerido únicamente para casos en que el estado estacionario periódico pueda ser alcanzado rápidamente en pocos periodos de tiempo. Este caso generalmente se presenta en sistemas donde se consideran fuentes ideales y que además se tiene suficiente amortiguamiento. Se ha propuesto una técnica para obtener la solución periódica en estado estacionario del sistema sin requerir calcular el transitorio completo. Este método está basado en un algoritmo de solución del sistema por medio de iteraciones Newton. Más recientemente se ha introducido una novedosa metodología para la rápida obtención en el dominio del tiempo de la solución periódica en estado estacionario de sistemas eléctricos con componentes no lineales y variantes en el tiempo. Se fundamenta en la aceleración de la convergencia de las variables de estado al Ciclo Limite, y aplicación de métodos iterativos del tipo Newton. Esta técnica se ha utilizado con éxito en el modelado en el dominio del tiempo de componentes tales como la máquina síncrona, transformador de potencia, hornos de arco, y de sistemas que contienen una combinación de dichos componentes. Sin embargo, su aplicación se ha limitado hasta ahora a la solución de redes de pequeña y mediana escala.

1.5.1 Medición de las magnitudes de las armónicas.

1- Las magnitudes de la contaminación armónica se obtienen mediante mediciones y/o ensayos

2- Observando la circulación de corrientes armónicas en el sistema (sin la presencia de condensadores) haciendo las mediciones desde la subestación hasta el PCC (en varios puntos del sistema), donde se origina la distorsión armónica. Deben realizarse mediciones simultáneas de corrientes y tensiones.

3- Realizando ensayos a los equipos contaminantes a fin de caracterizarlos eléctricamente y obtener los espectros armónicos de las corrientes que inyectan al sistema.

Métodos para analizar los armónicos.

Existe una gran variedad de métodos analíticos usados para estudiar los armónicos y evaluar las soluciones de su problemática. Todos los métodos de análisis de armónicos emplean aproximaciones, linealizaciones de uno u otro tipo, presentando ventajas y desventajas los diferentes métodos, ninguno de ellos es el mejor en todas las situaciones. Ocasionalmente, dos o más métodos nos darán ligeras diferencias en los resultados cuando se usan para estudiar el mismo problema, en muy raras ocasiones pueden tenerse recomendaciones contradictorias de cómo reducir los armónicos. En general, estos métodos pueden agruparse en cuatro principales categorías.

Método de frecuencia.

El estudio del comportamiento de los armónicos de un circuito, un aparato eléctrico o de una parte del sistema ante una serie de pasos de frecuencias discretas, en cada paso se usa un modelo apropiado dependiente de la frecuencia para la parte que se analiza. En este análisis se pueden escoger los armónicos de frecuencia 60, 120, 180, 240, 300 etc., ciclos/seg. Este método es el más apropiado para análisis de condiciones posibles de resonancia y para análisis de diseño de filtros.

El análisis con diferentes frecuencias puede ser hecho junto con los estudios de flujo de carga, con análisis para la frecuencia de 60, 120, 180 y 240 ciclos, usando los valores de impedancias para las frecuencias mencionadas anteriormente y representando como generadores de armónicos a sus fuentes. Esta aproximación tiene la ventaja de que los programas de flujo de carga normales pueden ser usados para los flujos armónicos, identificando de esta manera los flujos de armónicos a través del sistema.

Desafortunadamente el método de las frecuencias, con frecuencia falla en el diagnostico de los problemas de los armónicos, por diferentes razones, entre ellas tenemos: El flujo armónico y el flujo de frecuencia fundamental son aditivos, esta superposición puede causar saturación y otros problemas con cargas no lineales. El método de la frecuencia parece ser el mejor para

identificar los armónicos que pueden causar problemas en circuitos y diferentes sistemas y donde pueden existir problemas de resonancia.

Análisis linealizados.

Usualmente se aplican las técnicas de inyección de corriente, se utilizan para estudiar fuentes armónicas compuestas de varias ondas cuadradas, los equipos y circuitos deben ser representados como conjuntos de elementos lineales conectados en serie y en paralelo, o al menos lineales con cada rango de frecuencia.

Las ventajas de este método son su relativa simplicidad, su buena representación de porque y como las armónicas son creadas y como se propagan. Modelos de este tipo son frecuentemente construidos, después de que la naturaleza general de los armónicos en un sitio en particular son conocidas, como un modelo para estudio del comportamiento y propagación de los armónicos de una manera más detallada.

Análisis no lineal en el dominio del tiempo.

Directamente se aplica a cargas no lineales simulando modelos en el dominio del tiempo. En programas tales como el EMTP o como mejor se conoce actualmente ATP, así como lo que se ha llamado distorsión armónica en el tiempo con modelos para el flujo de potencia, los cuales calculan el aspecto de flujos de potencia usando modelos de cargas no lineales y modelos en líneas de equipos eléctricos representando sus impedancia a través del aspecto de frecuencias.

El ATP es la mejor herramienta para hacer análisis de problemas severos, su aproximación es muy buena y presenta una buena habilidad para realizar interacciones complejas de energía y equipo. Es el método preferido para evaluar los transitorios originados por armónicos como los causados por las corrientes de inrush originados por los transformadores.

Método Wavelet.

Utiliza técnicas analíticas basadas en la teoría wavelet como análisis en el dominio de la frecuencia. Esta teoría utiliza análisis tanto en el dominio de la frecuencia como en el tiempo.

Se recomienda aplicar dos o los 3 métodos discutidos anteriormente para evaluar los problemas de armónicos, tal vez los resultados serán diferentes, pero esto identifica los límites del conocimiento acerca del problema que se analiza y que se tiene un rango amplio de posibles soluciones que deben ser exploradas.

1.6 MATLAB como procesador matemático para calcular contenido de armónicos.

Matlab es un programa que nos permite realizar cálculos numéricos con vectores y matrices. También puede trabajar con escalares, tanto reales como imaginarios. Una de las capacidades más atractivas es la de poder realizar de manera muy sencilla una amplia variedad de gráficos en dos y tres dimensiones. Además haciendo uso de una herramienta tan poderosa como la transformada rápida de Fourier se convierte en un poderoso instrumento a la hora de determinar el contenido de armónicos de cualquier rango de datos.

En el Anexo # 2 se muestran algunos ejemplos de programas sencillos para el análisis de señales.

Utilizando el análisis de la transformada rápida de Fourier podemos descomponer una señal en sus componentes armónicos, por ejemplo si tenemos una señal cuadrada la cual podemos escribir como

$$f(t) = \frac{4v}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}sennw_0t = \frac{4v}{\pi}(sen\omega_0t + \frac{1}{3}sen3\omega_0t + \frac{1}{5}sen5\omega_0t + \ldots)$$

Capítulo II. Metodología para determinar parámetros Eléctricos en Variadores de Velocidad.

2.0 Introducción.

En el presente capítulo se pretende recoger las vías de estimación de los diferentes parámetros de cada una de las etapas presentes en el variador de velocidad para así poder caracterizar la energía que entregan al sistema. También permite de manera sencilla y sin un equipamiento complejo visualizar las formas de ondas y el contenido armónico de la energía que es entregada a la carga.

También se recogen métodos para la determinación de parámetros necesarios como la visualización de los armónicos en los inversores, y el cálculo de la eficiencia en los mismos.

Paso #1: Determinación de parámetros a la entrada del variador de velocidad.

En las gráficas mostradas a continuación se reflejan los casos más típicos de configuraciones de sistemas usados industrialmente donde pueden estar presentes los variadores de velocidad.

Caso #1: Trifásico a 4 hilos.

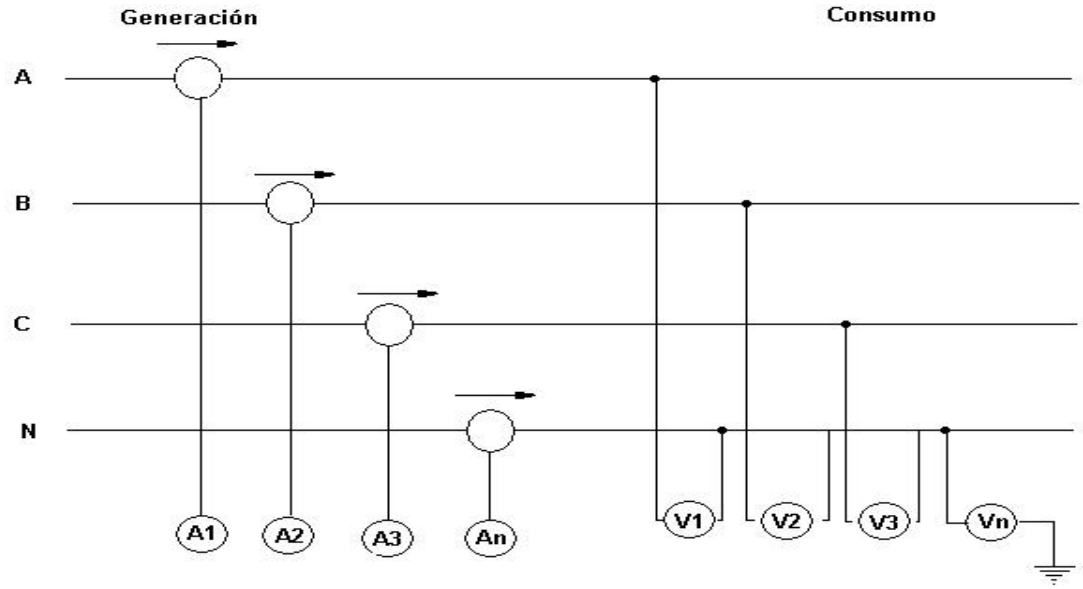


Figura. 2.0: Método de medición para sistema trifásico con 4 hilos.
Caso #2: Trifásico a 3 hilos.

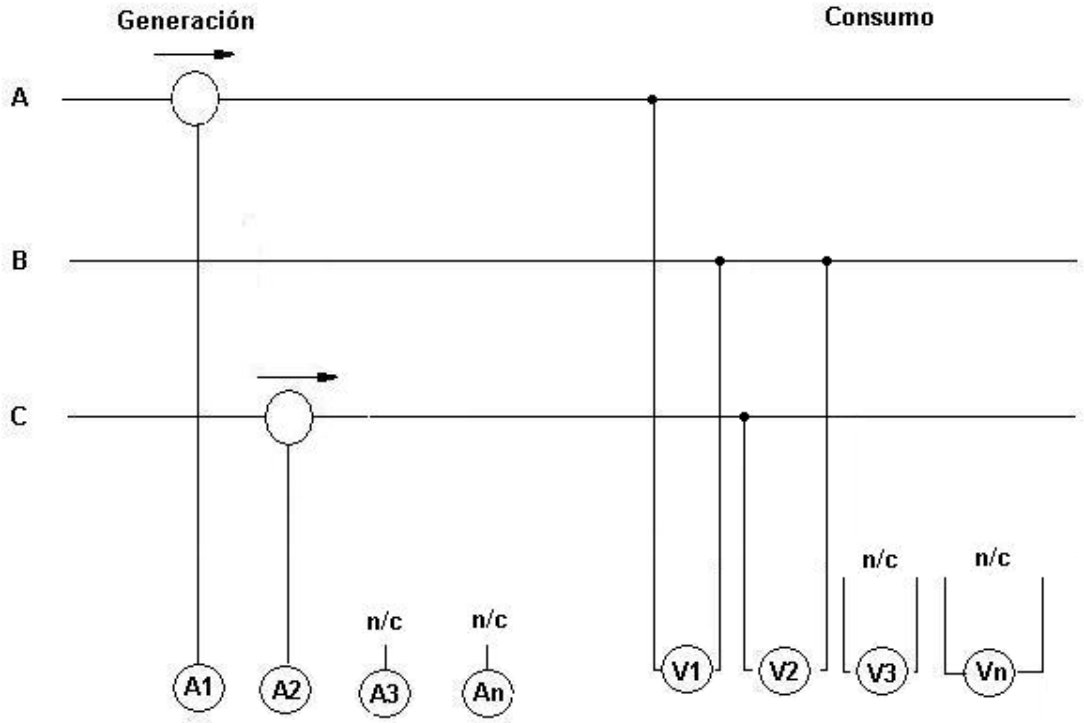


Figura. 2.1: Método de medición para sistema trifásico tres hilos.

Caso #3: Monofásico a 3 hilos.

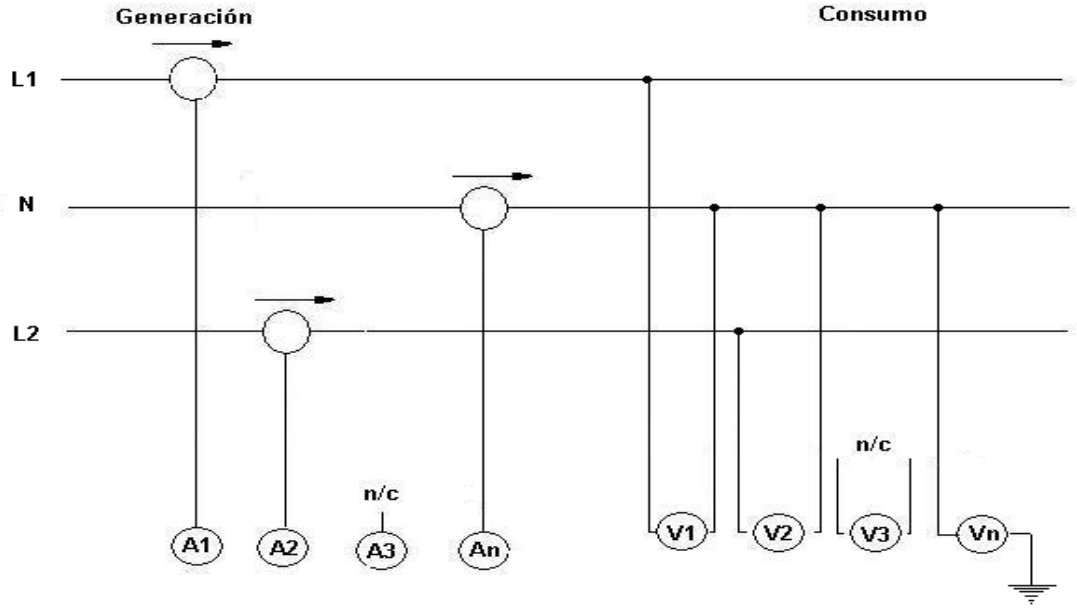


Figura. 2.2: Método de medición para línea monofásica a 3 hilos (conexión Edison)

Medición el factor de potencia

Caso #1:

Medición del factor de potencia con voltímetro, amperímetro, vatímetro y varímetro, la expresión

$$p(t) = i(t).u(t)$$

de la potencia activa en función de los valores eficaces de tensión y corriente permite determinar, para una carga monofásica (o una fase de una carga trifásica desequilibrada) el valor del factor de potencia mediante el uso de voltímetro, amperímetro y vatímetro. En corriente trifásica, si el sistema es perfecto, sólo hay que agregar 3 a la expresión anterior. Si el sistema trifásico es asimétrico y desequilibrado la determinación del factor de potencia promedio o total se realiza midiendo las potencias activas y reactivas totales. La cantidad de vatímetros y varímetros empleados dependerá del tipo de sistema (tri o tetrafilar). Es fácil entender que cualquiera de las conexiones estudiadas para

medir P y Q según las características del sistema nos permitirá calcular el factor de potencia.

Caso #2:

Medición directa del factor de potencia.

En la práctica podemos realizar mediciones directas, de manera analógica, se realiza mediante instrumentos denominados cofímetros o indicadores del factor potencia, la exactitud de estos aparatos es menor, pero la medición resulta más rápida y sencilla. Los cofímetros empleados industrialmente son logómetros, es decir aparatos indicadores que miden la relación de dos ó más magnitudes eléctricas, en este caso corrientes y tensiones.

2.1 *Paso #2: Determinación de parámetros a la salida del rectificador*.

En la bibliografía consultada los rectificadores más utilizados son los que se muestran a continuación.

2.2.1 Factor de Potencia y Rendimiento en el Rectificador.

Los rectificadores son elementos consumidores de corriente no sinusoidal y, por lo general, la fundamental esta desplazada con respecto a la tensión de alimentación. Por ello, el factor de potencia del rectificador depende tanto del factor de defasaje como del coeficiente de distorsión, donde

$\cos\varphi = V\cos\lambda$

El factor de defasaje $\cos\lambda$ se puede hallar por la relación

$\cos\lambda = \frac{P}{S_1}$ donde $S_1 = P_1^2 + Q_1^2\ ^{1/2}$.

El ángulo de defasaje, si se desprecia la corriente de vacío, se puede determinar por la relación

$\lambda = \alpha + \frac{\mu}{2}$

El coeficiente de distorsión, suponiendo que la tensión de la red es sinusoidal se puede determinar de la siguiente expresión.

$$V = \frac{I_{L1}}{I_L} = \frac{1}{\left(1 + \sum \frac{I_{nl}^2}{I_L^2}\right)^{1/2}}$$

Una buena aproximación será calcular V para las dos primeras armónicas, las que posean mayor amplitud. La eficiencia de un rectificador viene dada por

$$\eta = \frac{P_d}{P_d + P_a},$$

Donde P_a son las pérdidas en las válvulas, transformador, reactancias y elementos auxiliares del rectificador. El consumo de potencia de estos elementos puede ser del orden de (0.5-3%) P_d

También se puede expresar la eficiencia del rectificador como el producto

$$\eta = \eta_{TR}\eta_V$$

Donde η_{TR} es eficiencia del transformador y η_V es la eficiencia de las válvulas.

Si no se incluye las pérdidas en los elementos auxiliares

$$\eta_V = \frac{U_d}{U_d + U_a}$$

Puesto que U_a (caída en las válvulas) varia poco, si se aumenta la tensión de CD de salida, aumenta η_V y este es particularmente alto cuando se utilizan semiconductores; cuando se opera a altas tensiones η_V puede ser del orden de 99.

2.2.2 Rectificadores monofásicos

Caso #1: Rectificador monofásico de onda completa

Los rectificadores monofásicos de onda completa se utilizan en un rango de potencia desde algunos watts hasta 5 kW., aproximadamente.

Estos circuitos se construyen en dos variantes fundamentales

a) rectificador con derivación central

b) rectificador tipo puente

Las dos variantes son usadas profusamente como fuentes de CD y en accionamientos eléctricos, especialmente en tracción.

Rectificador de dos pulsos con derivación central (no controlado).

En la figura 2.3 se muestra el circuito y las formas de onda de la tensión y las corrientes del rectificador [Muhammad H. Rashid] [20].

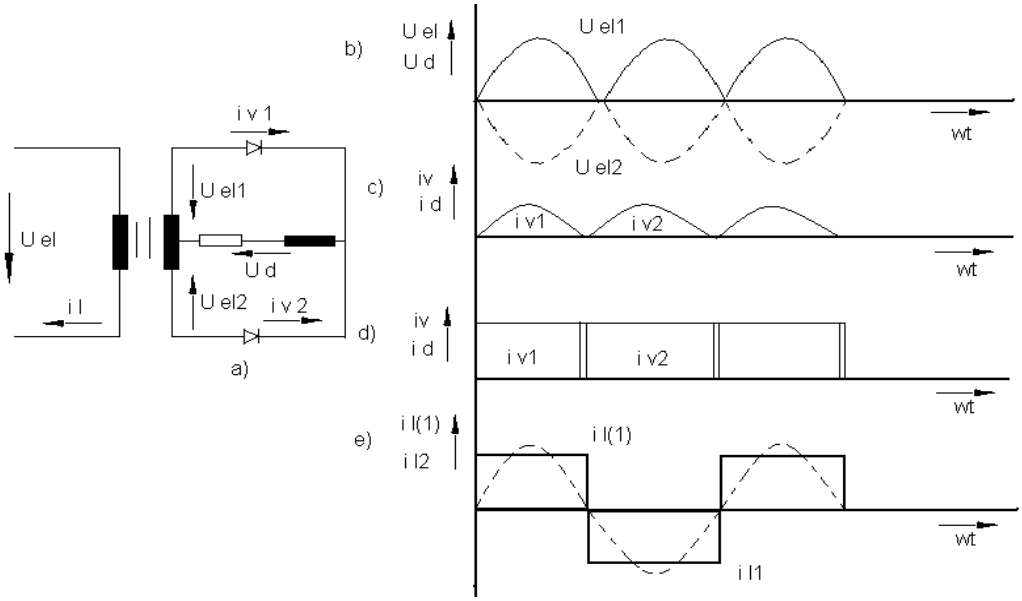


Figura. 2.3: Circuito rectificador de dos pulsos derivación central a) circuito b) forma de onda de tensión rectificada c) forma de onda de la corriente rectificada sin filtro d) forma de onda de la corriente rectificada con filtro e) forma de onda de la corriente primaria y su fundamental(cuando se filtra).

La tensión media ideal rectificada se obtiene de la tensión de fase del secundario del transformador donde

$$U_{el1} = \sqrt{2}U_{el} sen\omega t \quad \text{y} \quad U_{el2} = -U_{el1}$$

Por lo que

$$U_{dio} = \frac{1}{\pi}\int_{\omega t}^{\pi} \sqrt{2}U_{el} sen\omega t d\omega t = 0.90U_{el} \qquad (2.1)$$

Se puede ver en la figura 2.3 b) que el valor máximo inverso que se aplica al semiconductor viene dado por la expresión

$$U_{RM} = 2\sqrt{2}U_{el} = \pi U_{dio}$$

Si la carga es resistiva, sin filtro, la corriente así como la tensión rectificada son semiondas sinusoidales.

Cada uno de los enrollados conduce una semionda de corriente, solo trabaja la mitad del periodo y por supuesto el factor de utilización del transformador no es bueno.

La corriente primaria es sinusoidal sin deformación y no existe, por lo tanto componente de CD en el lado secundario, solo semiondas sinusoidales.

Si se filtra la onda de salida (corriente) esta se aplana, y tomara forma cuadrada (si $L \rightarrow \infty$) y lo será también la corriente primaria. Podemos decir, para generalizar, que mientras mejor se filtre la salida, mas se deforma la corriente primaria (desviación de seno).

Caso #2: Rectificador monofásico de media onda controlado

En muchas aplicaciones se requiere que la tensión de salida del rectificador se pueda variar en un rango más o menos amplio, por ejemplo, para controlar la velocidad de motores de CD.

En tales circuitos se utilizan rectificadores controlados de silicio (RCS) cuya operación se explicara basado en un rectificador de media onda.

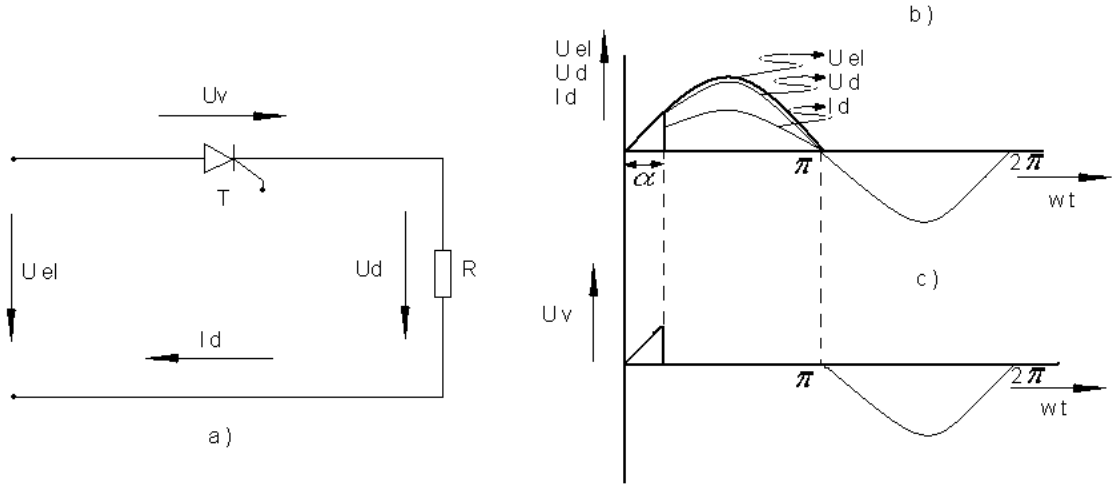


Figura. 2.4: Rectificador de media onda controlado con carga resistiva a) Circuito b) formas de onda de $U_{el,}$ $U_{d,}$ $I_{d,}$ c) formas de onda a través del tiristor U_r

El circuito se muestra en la figura 2.4 en el solo se ha sustituido el diodo por un tiristor, así mismo, la figura 2.4 b) y c) muestra las formas de onda de las tensiones y las corrientes del rectificador. Cuando el electrodo de control del tiristor se le aplica una señal en wt = wt_1 se obtendrá una tensión de salida rectificada ideal.

$$U_{el} = \frac{1}{2\pi}\int_{\omega=\alpha}^{\pi}\sqrt{2}U_{el}sen\omega td\omega t = \frac{1+\cos\alpha}{2}U_{dio}$$

Donde α es el ángulo de encendido

Al tiristor se le aplica tensión de bloqueo durante $0 \leq \omega t \leq \alpha$ y tensión inversa cuando $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$, en ambos casos el valor máximo posible con carga resistiva es $\sqrt{2}U_{el}$.

2.2.3 Rectificadores Trifásicos

Caso #1: Rectificadores de tres pulsos no controlado (3PNC)

A este rectificador de le llama también de media onda trifásico y opera hasta capacidades de 50 A aproximadamente.

Se comenzara analizando el circuito rectificador de tres pulsos estrella-estrella, pues a pesar de lo poco práctico del rectificador por sus desventajas, nos es valioso desde el punto de vista didáctico, ya que de forma sencilla se pueden estudiar todos los problemas que aparecen en los rectificadores más complejos [Muhammad H. Rashid] [20].

En el rectificador ideal se supondrá que:

a) las tensiones de alimentación son sinusoidales
b) la corriente directa es completamente plana
c) la caída en los semiconductores es despreciable
d) se desprecia asimismo la corriente de magnetización
e) el núcleo del transformador no se satura

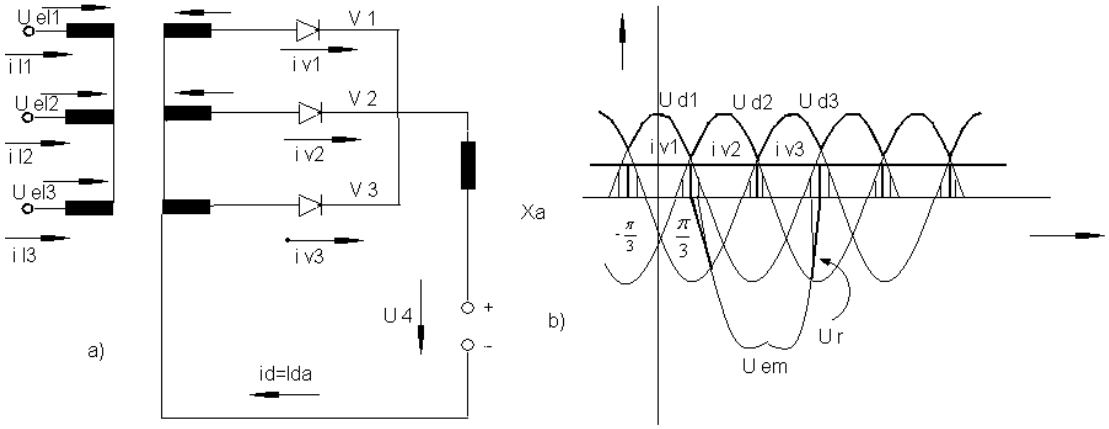
Para estos rectificadores se calcula la tensión de la siguiente forma.

Tensión de salida del rectificador 3PNC

En la figura 2.5 a) y b) se muestra el circuito y las formas de onda de las tensiones de fase en el secundario y son

$$U_{el1} = \sqrt{2}U_{el}\cos\omega t$$

$$U_{el2} = \sqrt{2}U_{ele}\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$



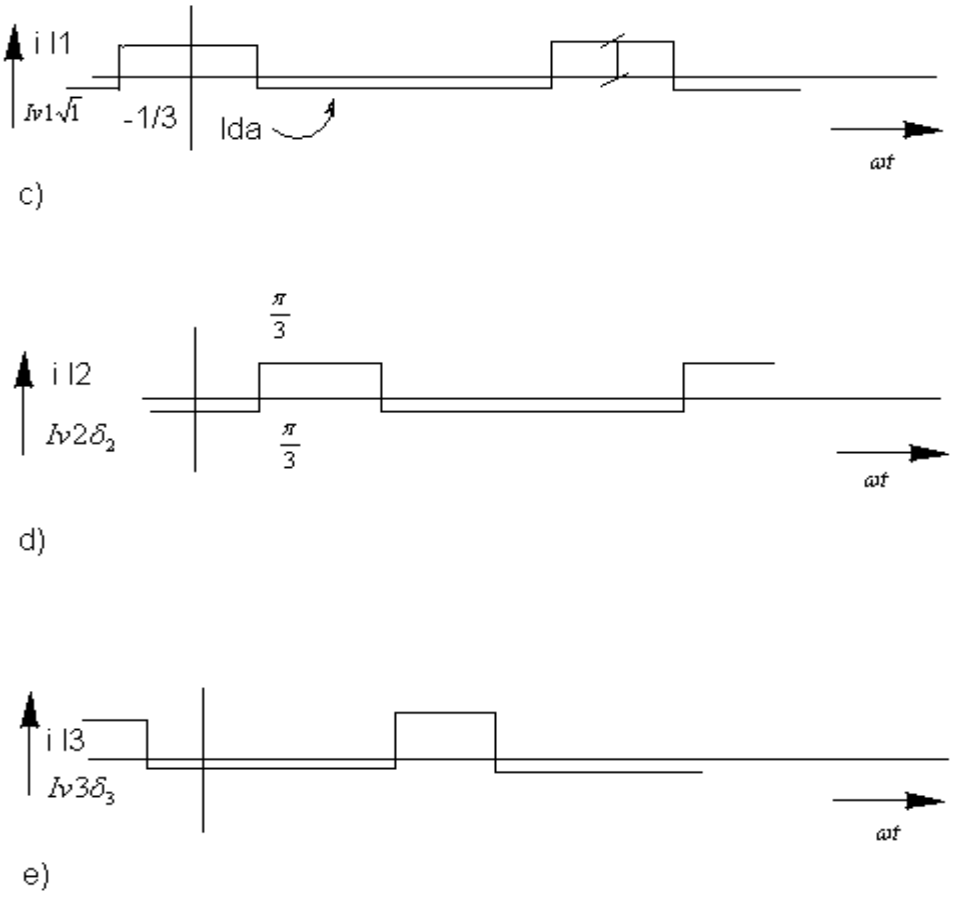


Figura. 2.5: Circuito de tres pulsos a), circuito b), c) d) y e) formas de onda de tensión y corriente.

$$Uel_3 = \sqrt{2}Uel\cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

La fase que conduce es aquella en la cual la tensión inducida es más alta, por lo que la tensión rectificada viene dada por las cúpulas de las tensiones de fase figura 2.5 b) y el valor medio ideal U dio se halla integrando solamente entre $\omega t = 0$ y $\omega t = \frac{\pi}{3}$

$$Udio = \frac{3}{\pi}\int_0^{\frac{\omega}{3}}\sqrt{2}Uel\cos\omega t d\omega t = \frac{sen\frac{\omega}{3}}{\frac{\pi}{3}}$$

$\sqrt{2}Uel = 1{,}17Uel$

Las armónicas de la tensión de salida vienen expresadas de nuevo por la descomposición por el método de Fourier.

$$Ud = Udio\left[1 - \sum_{v=3,6,9} \frac{2\cos v\omega t}{v^2 - 1}\right]$$

Como se observa aparecen armónicas del orden 3, 6,9 etc.

Caso #2: Rectificador de tres pulsos controlado

Si las válvulas del rectificador se sustituyen por elementos controlados (tiristores), entonces se puede variar la tensión de salida rectificada, mediante un pulso de encendido, retardando a este con respecto al ángulo de conmutación natural, y se habla entonces de control de fase.

El ángulo de encendido se expresa normalmente por α , y se mide a partir del ángulo de conmutación natural, también se puede medir desde el cruce de la onda por cero y se expresa entonces por α '.

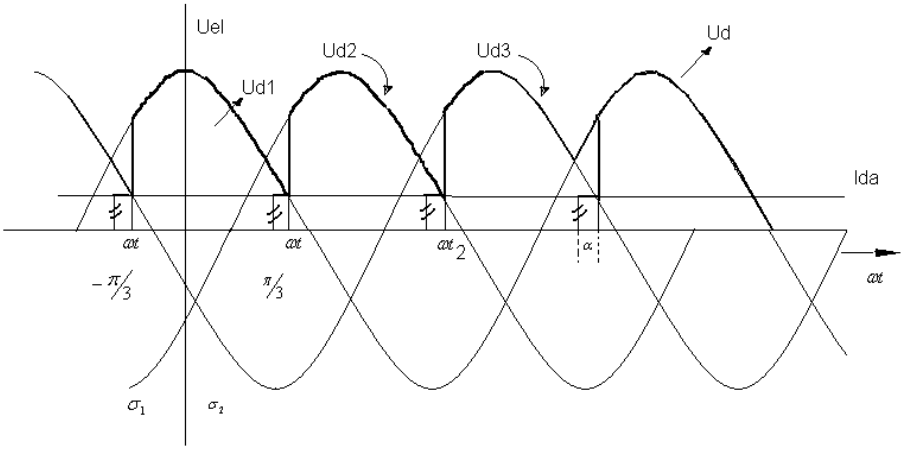


Figura. 2.6: Circuito de tres pulsos controlado. Forma de onda de la corriente de carga filtrada (L).

Cada elemento rectificador comienza su conducción con un ángulo de atraso, o sea, en $\omega t_1, \omega t_2, \omega t_3$ (figura 2.6).

La forma de onda de las tensiones Uel_1, Uel_2, Uel_3, que se representan en la figura 2.6 con línea gruesa, es la tensión rectificada. Comparando esta tensión con la tensión rectificada del rectificador no controlado se nota que:

- como resultado de un atraso del encendido, la tensión CD que aparece en la carga es menor que U dio.
- la tensión alterna superpuesta a la componente media de CD es mayor, por lo que aumenta el factor de rizado.
- Si en la carga existe una inductancia grande, esta absorbe la componente alterna y la i_d es constante.
- El valor medio de la tensión rectificada es por tanto

$$Udi\alpha = \frac{3}{2\pi}\int_{-\pi/3+\alpha}^{\pi/3+\alpha}\sqrt{2}Uel\cos\omega t d\omega t = \sqrt{2}Uel\frac{3}{\pi}sen\frac{\pi}{3}\cos\alpha$$

Y como $\sqrt{2}Uel\frac{3}{\pi}sen\frac{\pi}{3} = Udio$

Entonces $Udio = Udio\cos\alpha$

Como conclusión se puede decir que el ángulo de encendido α permite regular la tensión de salida y en el caso de cargas con inductancias grandes, α puede variar de 0 hasta $\frac{\pi}{2}$, y la corriente de CD será completamente plana, además la razón $Udi\alpha / Udio$ será independiente del numero de pulsos del rectificador. Si $\alpha = 90^0$, el valor medio de la tensión rectificada es cero.

Caso #3: Rectificadores trifásicos no controlados.

Puede operar con o sin transformador y genera componentes ondulatorias de seis pulsos en el voltaje de salida. Los diodos están numerados en orden de secuencia de conducción, cada uno de ellos conduce durante 120^0. La secuencia de la conducción de los diodos es 12, 23, 34, 45, 56 y 61. El par de diodos conectados entre el par de líneas de alimentación que tengan la diferencia de potencial instantáneo más alto de línea a línea serán los que conduzcan. En una fuente conectada en estrella trifásica el voltaje de línea a

línea es $\sqrt{3}$ veces el voltaje de fase. Las formas de onda y los tiempos en conducción de los diodos aparecen en la figura 2.8. [Rangel Saura Marcos, Correa Saura Arturo][24].

El voltaje promedio de salida se encuentra a partir de

$$Vcd = \frac{2}{2\pi/6}\int_0^{\pi/6}\sqrt{3}Vm\cos\omega t d(\omega t)$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{\pi}Vm = 1.654Vm$$

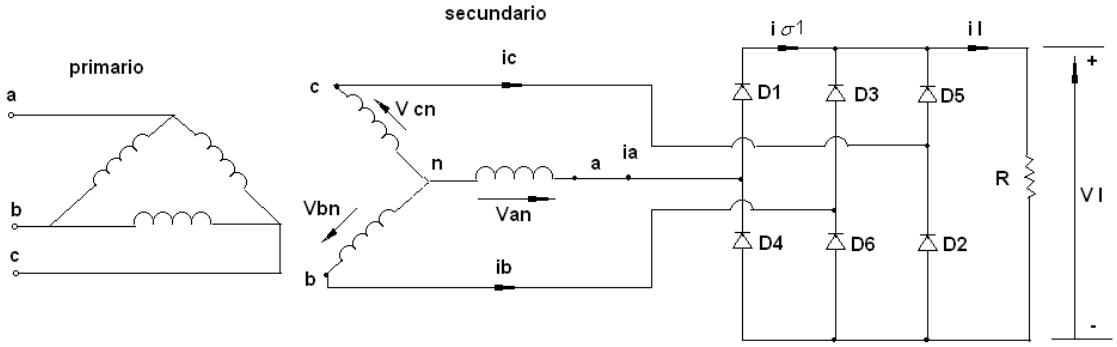


Fig. 2.7: Rectificador puente trifásico

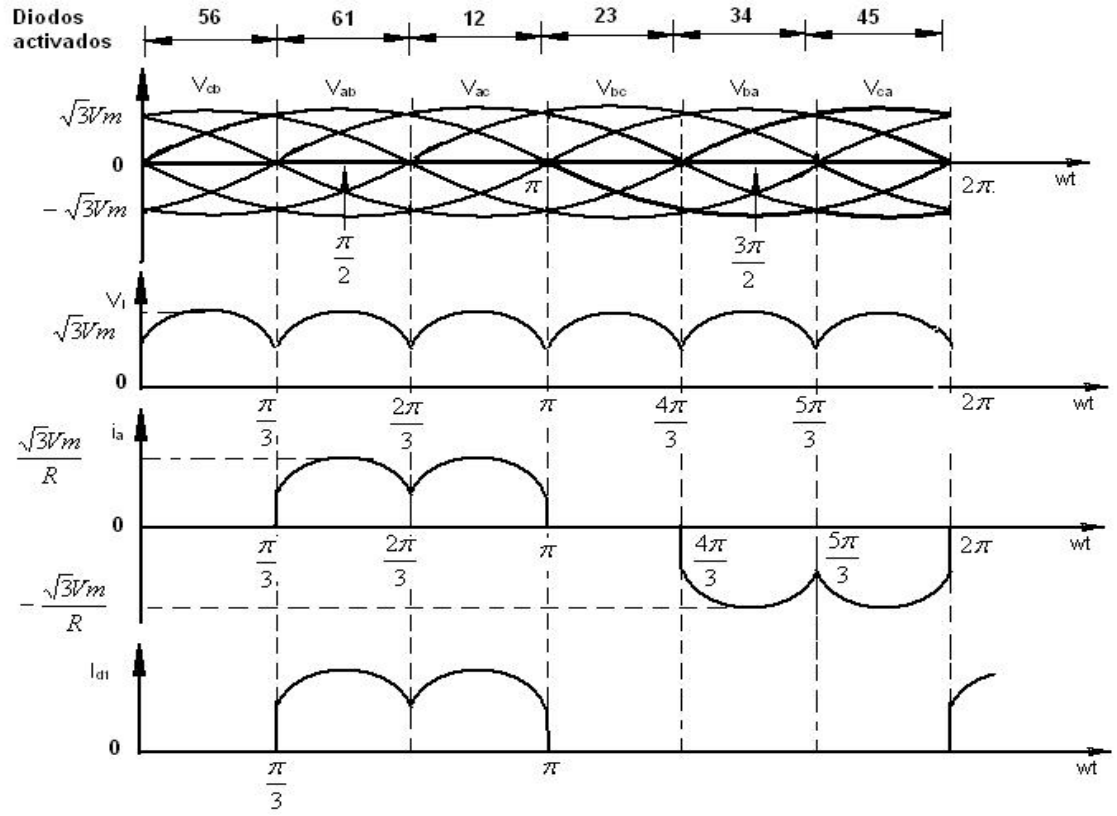


Figura. 2.8: Formas de onda y tiempos de conducción de los diodos.

Donde Vm es el voltaje de fase pico. El voltaje rms de salida es.

$$Vrms = \left[\frac{2}{2\pi/6} \int_0^{\pi/6} 3V^2 m \cos^2 \omega t d(\omega t) \right]^{1/2}$$

$$= \left(\frac{3}{2} + \frac{9\sqrt{3}}{4\pi} \right)^{1/2} Vm = 1.6554\, Vm$$

Si la carga es puramente resistiva, la corriente pico a través de un diodo es $\mathrm{Im} = \sqrt{3}Vm / R$ y el valor rms de la corriente del diodo es

$$Ir = \left[\frac{4}{2\pi} \int_0^{\pi/6} I^2 m \cos^2 \omega t d(\omega t) \right]^{1/2}$$

$$= \mathrm{Im} = \left[\frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} sen \frac{2\pi}{6} \right) \right]^{1/2}$$

$= 0.5518\,\mathrm{Im}$

El valor rms de la corriente secundaria del transformador es:

$$Is = \left[\frac{8}{2\pi}\int_0^{\pi/6}\cos^2 \omega t d(\omega t)\right]^{1/2}$$

$$= \mathrm{Im}\left[\frac{2}{\pi}\left(\frac{\pi}{6}+\frac{1}{2}sen\frac{2\pi}{6}\right)\right]^{1/2}$$

$=0.7804\ \mathrm{Im}$

Caso #4: Rectificador controlado trifásico de onda completa

En la figura 2.9 se representa el esquema, el circuito de control se encarga de disparar parejas de tiristores a partir de un ángulo α medido a partir del punto de cruce entre diferencia de tensiones máximas o tensión compuesta hacia la salida que se determina tal y como se vio para el rectificador no controlado, es útil un diagrama fasorial desfasado un ángulo α en retraso, que permite calcular la tensión de salida como la máxima proyección sobre el eje horizontal positivo de las tensiones compuestas (Figura 2.10).

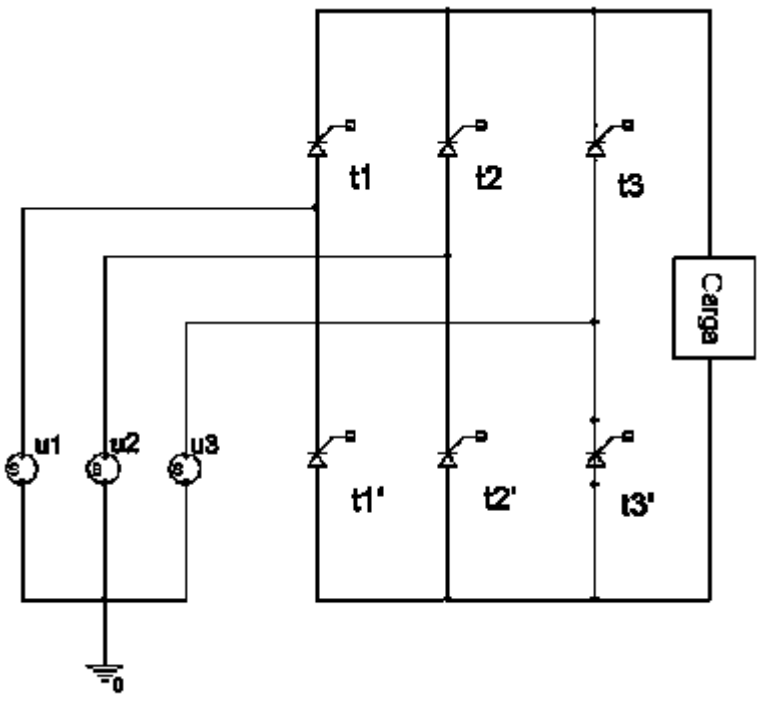


Figura. 2.9: Rectificador trifásico de onda completa.

El valor medio de la tensión de salida, para carga de corriente constante, se obtiene entonces como:

$$U_m = U_p\sqrt{3}\frac{3}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha}\cos\varphi.d\varphi = U_p\sqrt{3}\frac{3}{\pi}\ sen\varphi\ \Big|_{\frac{-\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha} = U_p\sqrt{3}\frac{3}{\pi}\left[\wedge sen\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right) - sen\left(-\frac{\pi}{6}+\alpha\right)\right] =$$

$$U_p\sqrt{3}\frac{3}{\pi}\left(sen\frac{\pi}{6}\cos\alpha + \cos\frac{\pi}{6}sen\alpha + sen\frac{\pi}{6}.\cos\alpha - \cos\frac{\pi}{6}sen\alpha\right) = U_p\sqrt{3}\frac{3}{\pi}\cos\alpha =$$

$$U_p\frac{3\sqrt{3}}{\pi}\cos\alpha = 1,654U_p\cos\alpha$$

Puede comprobarse que el efecto del ángulo de disparo es análogo al caso del rectificador monofásico. En la figura 2.12 se representa la tensión de salida para distintos ángulos de disparo.

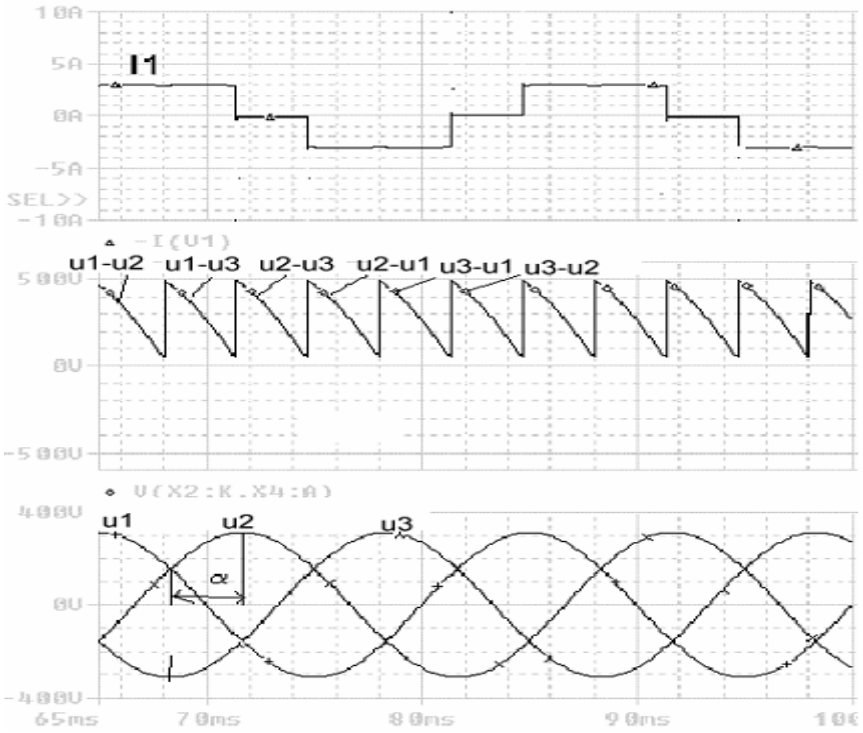


Figura. 2.10: Ondas en el rectificador controlado de onda completa.

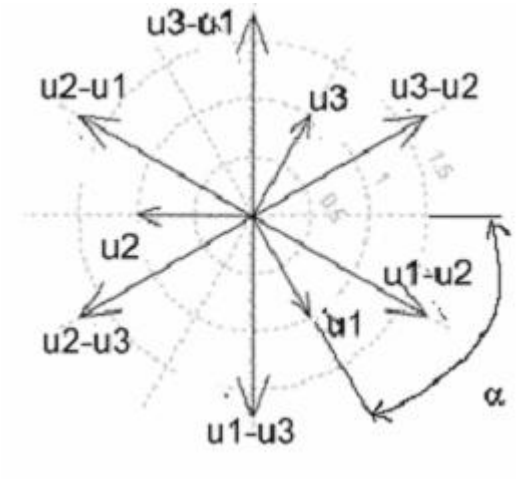


Figura. 2.11: Diagrama fasorial en el rectificador controlado de onda completa.

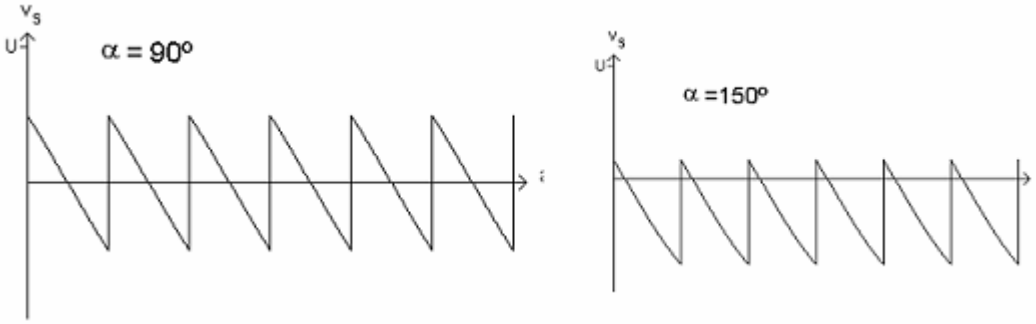


Figura. 2.12: Ondas de tensión de salida para distintos ángulos de disparo.

2.2 *Paso #3: Determinación de parámetros a la salida del inversor.*

2.2.1 Modulación vectorial para reducción de contenido de armónicos.

Con el objetivo de disminuir el contenido de los armónicos de la onda de tensión se utiliza el modulador basado en el vector espacial de tensión o modulación vectorial, cuya esencia del método consiste en hacer mínima la diferencia de este vector con el vector espacial de tensión $U^{(s)}$ durante el mismo período.

Utilizando la modulación sinusoidal regular o uniforme en la cual la onda moduladora es una aproximación a etapas de la onda sinusoidal, tal como se muestra en la figura 2.13, donde la onda sinusoidal se aproxima a una onda cuyo valor es constante en cada período de la portadora e igual al valor de la onda sinusoidal al principio de este período o en su punto medio.

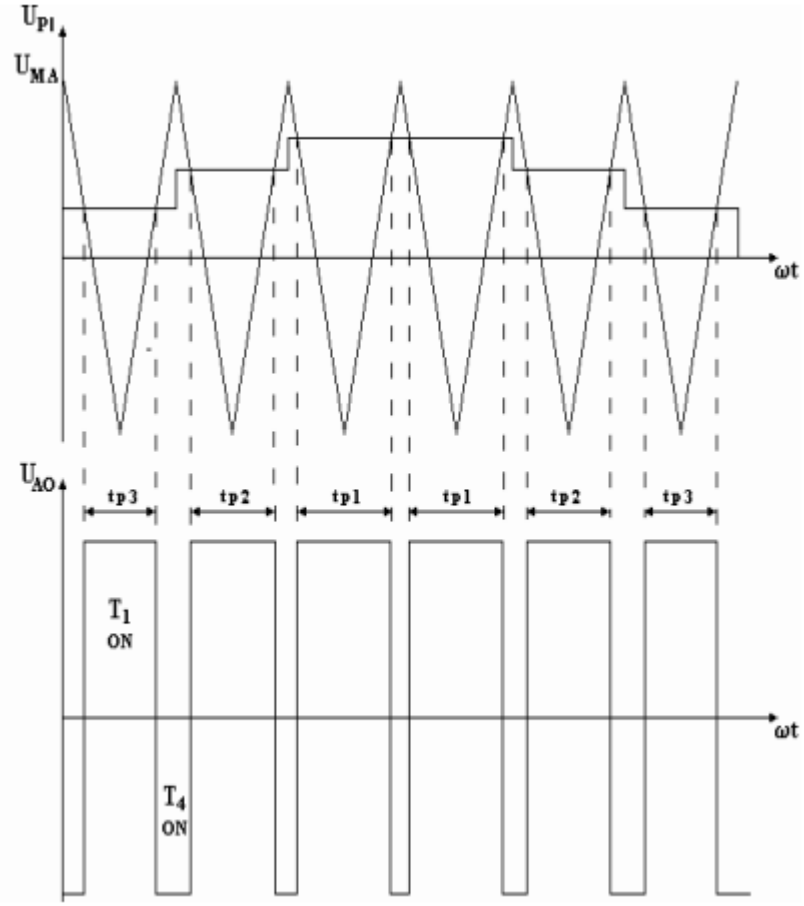


Figura. 2.13: Modulación sinusoidal regular.

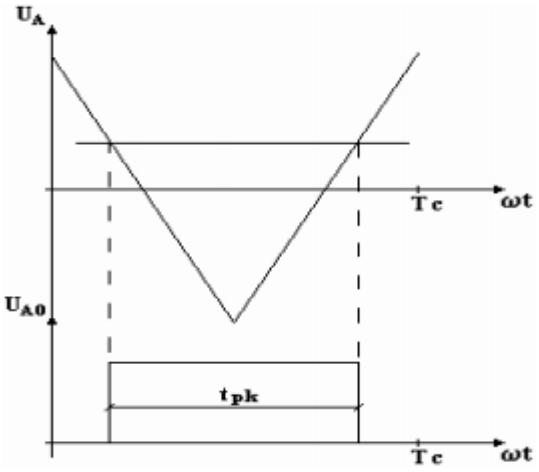


Figura. 2.14: Un período de la portadora en la modulación sinusoidal regular.

Como el pulso es simétrico con respecto al punto medio del período de la portadora (ver figura 2.14), y su valor es:

$$t_{pk} = \frac{T_C}{2}.(1+(\frac{m_u}{2})sen\omega_k.t_k) \quad (2.2)$$

Donde $T_c = \frac{1}{f_c}$ pero como $f_c = R_c.f_1$; y $R_c 12.n$;

Entonces $T_c = \frac{1}{12.n.f_1}$

Al considerar que se trabaja con el valor del seno
en el punto medio del intervalo:

$$\omega_k.t_k = \frac{\pi}{12.n} + (k-1).\frac{\pi}{6.n}$$

Donde k va desde 1 a 12.n, por tanto

$$\omega_k.t_k = \frac{\pi(2k-1)}{12.n}$$

Y por consiguiente

$$t_{pk} = \frac{T_C}{2}.\left(1+\left(\frac{m_u}{2}\right)\text{sen}\left[\frac{\pi.(2.k-1)}{12.n}\right]\right) \quad (2.3)$$

Si se trabaja manteniendo constante la relación U/f entonces $m_u.T_c$ también se mantiene constante
y (2.3) se convierte en:

$$t_{pk} = \frac{T_C}{2} + K_1.sen\left[\frac{\pi.(2.k-1)}{12.n}\right] \quad (2.4)$$

Donde $K_1 = m_u.\frac{T_c}{4}$

Cada una de las conexiones en el bloque de transistores corresponde a un valor del vector espacial de la tensión de fase en el motor. Las relaciones del vector espacial trifásico son:

$$U^{(s)} = \left(U_{AN} + a.U_{BN} + a^2.U_{CN}\right)$$

$$U_\alpha = U_{AN}; \quad U_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}.\left(U_{BN} - U_{CN}\right) \qquad (2.5)$$

$$\left|U^{(s)}\right| = \sqrt{U_\alpha^2 + U_\beta^2}; \quad \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{U_\beta}{U_\alpha}\right)$$

El esquema del modulador atendiendo a la estrategia U/f se ilustra en la figura 2.15.

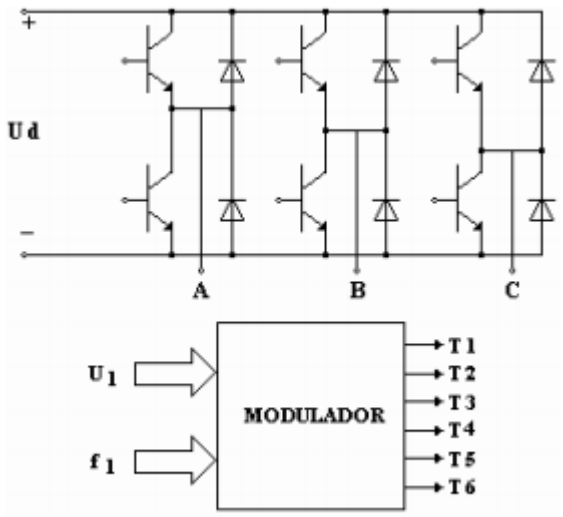


Figura. 2.15: Esquema del modulador.

El resultado de esta modelación se muestra en la figura 2.16 observándose también que el plano complejo queda dividido en seis secciones de 600 cada una.

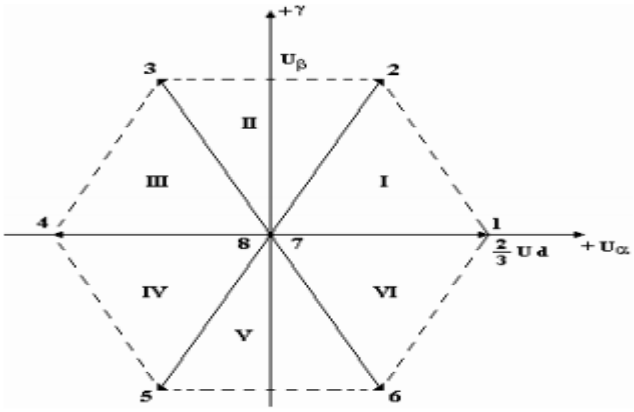


Figura. 2.16: Posibles vectores espaciales con el inversor autónomo trifásico.

Trabajando con el PWM optimizado, que tiene dos variantes:

- La eliminación de armónicos.
- La minimización del valor efectivo de la onda sinusoidal.

El primer método es el más utilizado y una onda típica que se propone eliminar la 5ta y la 7ma armónica de tensión se muestra en la figura 2.16.

En general, la amplitud de la armónica n en esta onda es:

$$U_{\max.n} = \frac{4}{n.\pi}.\frac{U_d}{2}.\left[1+2.\sum_{k-1}^{3}(-1)^k.\cos n.\alpha_k\right] \qquad (2.6)$$

Donde k=1.2.3…

La tensión de la 1ra armónica es:

$$U_{\max.1} = \frac{2.U_d}{\pi}.\left[1-2.\cos\alpha_1+2.\cos\alpha_2-2.\cos\alpha_3\right] \qquad (2.7)$$

La tensión de 5ta armónica, que debe eliminarse, es igual a:

$$U_{\max.5} = \frac{2.U_d}{5.\pi}.\left[1-2.\cos5.\alpha_1+2.\cos5.\alpha_2-2.\cos5.\alpha_3\right]=0 \qquad (2.8)$$

y la de 7ma

armónica, que también debe eliminarse:

$$U_{\max.7} = \frac{2.U_d}{7.\pi}.\left[1-2.\cos7.\alpha_1+2.\cos7.\alpha_2-2.\cos7.\alpha_3\right]=0 \qquad (2.9)$$

El índice de modulación se define ahora como:

$$m_{PWM} = \frac{U_{\max.1}}{(U_d/2)} \qquad (2.10)$$

Es posible reducir los armónicos atendiendo a este índice. Ejemplos de ellos se muestran en las figuras 2.17 y 2.18.

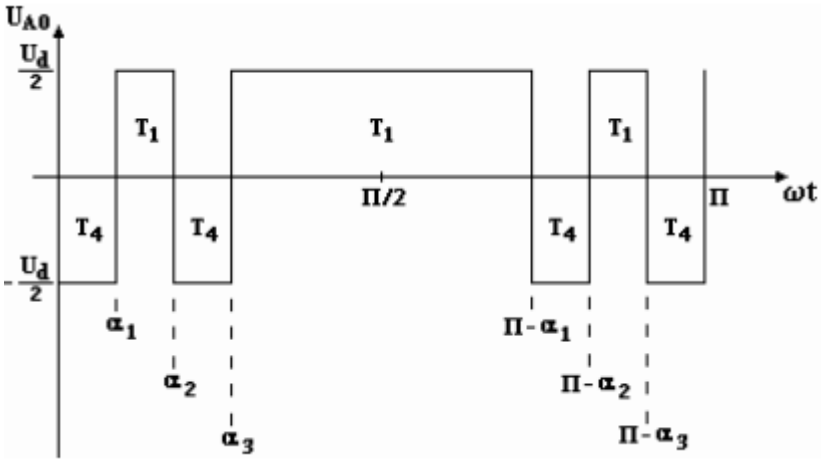


Figura. 2.17: PWM optimizado con eliminación de 5ta y 7ma armónicos.

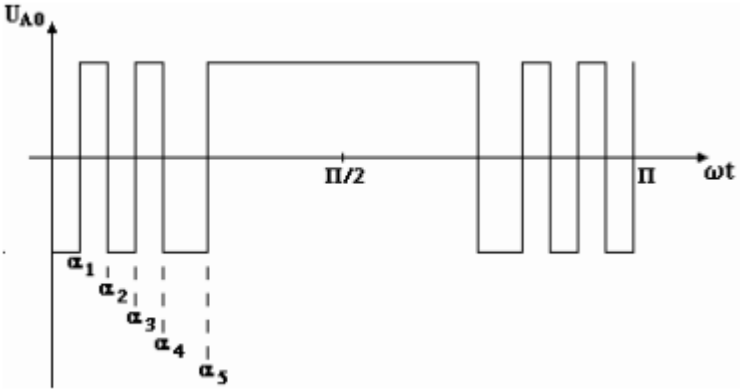


Figura. 2.18: PWM optimizado con eliminación de 5ta, 7ma, 11nay 13ra armónicos.

La eficiencia del inversor sinusoidal de tensión VSI a PWM, puede ser calculada usando la expresión (2.11) dada por siguiente:

$$\eta_{VSI} = \frac{P_{VSI} - P_{\Delta P}}{P_{VSI}} \qquad (2.11)$$

Donde:

P_{vsi} – es la potencia de la fuente inversora de tensión, [kW].

$P_{\Delta P}$ – son las pérdidas de la potencia dentro de la fuente inversora de tensión, [kW].

La eficiencia del motor asincrónico puede ser determinada usando la conocida expresión dada en (2.12):

$$\eta_{MA} = \frac{P_{sal}}{P_{en}} = \frac{P_{mec}}{P_{en}} = \frac{T_{car}.\omega_{MA}}{P_{en}} \qquad (2.12)$$

donde:

Psal – es la potencia de salida en el árbol del motor asincrónico, [kW].

Pmec – es la potencia mecánica en el árbol del motor asincrónico.

Tcar – es el torque de carga o resistivo del motor eléctrico, [N.m].

ωMA – es la velocidad angular del motor asincrónico, [rad/s].

Caso #1: Inversor monofásico en puente.

En la figura 2.19 se muestra el circuito con las formas de onda de tensión y de corriente, así como la función unitaria S, la cual denominamos función de conmutación y que representa el estado del bloque de conmutación en cuanto a las ramas que conducen en cada intervalo de tiempo. Así para S positivo, los conmutadores *K1* y *K3* están cerrados o sea, conducen y *K2* y *K4* están abiertos. Para S negativo ocurre la situación opuesta. [Muhammad H.Rashid][21].

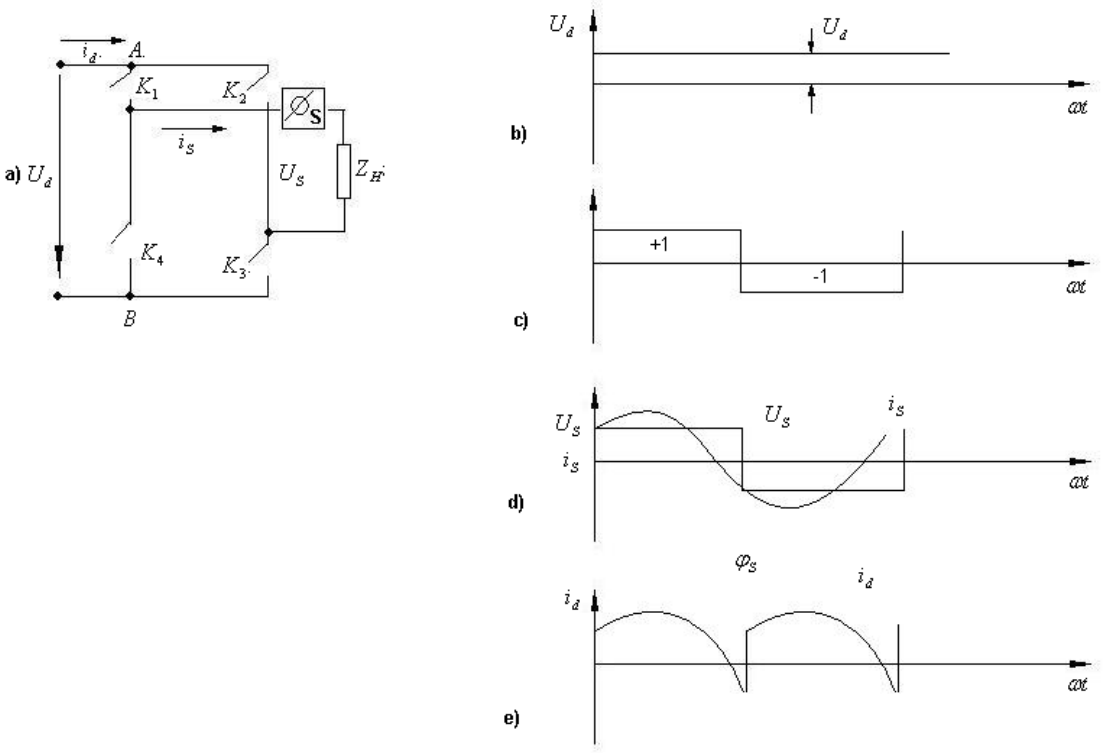


Figura. 2.19: a) Circuito del inversor de tensión b) formas de onda de tensión y corriente para i_S en adelanto un ángulo ψ_S en relación con la tensión $U_{S(1)}$

En este circuito puede plantearse, en cuanto a la potencia, que

$$U_d i_{do} = U_{S(1)} I_{S(1)} \cos\psi_{S(1)}$$

De aquí que pueda escribirse también que

$$i_{do} = K_1 I_{S(1)} \cos\psi_{S(1)}$$

Donde i_{do} es la componente constante de la corriente i_d

$$K_1 = \frac{K_{S(1)}}{U_d}$$

Note que en el inversor en estudio, la tensión de salida y de entrada no cambia con la carga por tratarse de una fuente de tensión el circuito de suministro.

Así puede decirse que

$$i_{do} = K_2 i_{da(1)}$$

Donde $i_{da(1)}$ es la componente activa de la corriente de salida.

La dependencia o relación entre la corriente y la tensión a la entrada y la salida pueden establecerse por medio de la función de conmutación S, de manera que

$U_S = U_d.S$ (2.13)

Y también

$i_d = i_S.S$ (2.14)

Las expresiones (2.13) y (2.14) son expresiones generales que se cumplen para cualquier forma de onda en las tensiones y corriente a la entrada y a la salida

Si recordamos las características que diferencian el inversor de corriente al de tensión , puede verse fácilmente que si la corriente de entrada se considera constante para el inversor de corriente, podrá escribirse en similares condiciones que

$U_d = K_2 U_{sa(1)}$

Donde

$$K_2 = \frac{i_{S(1)}}{i_d}$$

Y

$U_{sa(1)} = U_{sl} \cos\psi s(1)$

De la misma forma, las expresiones que relacionan las tensiones y corrientes a la entrada y a la salida de manera general quedan como:

$i_S = i_d.S$

Y

$U_d = U_S.S$

Utilizando la ecuación

$$i_0 = \sum_{n=1,3,5...}^{x} \frac{2V_s}{n\pi\sqrt{R^2 + (n\omega L)^2}} sen(n\omega t - \theta_n)$$

la corriente de línea i_a para una carga RL está dada por:

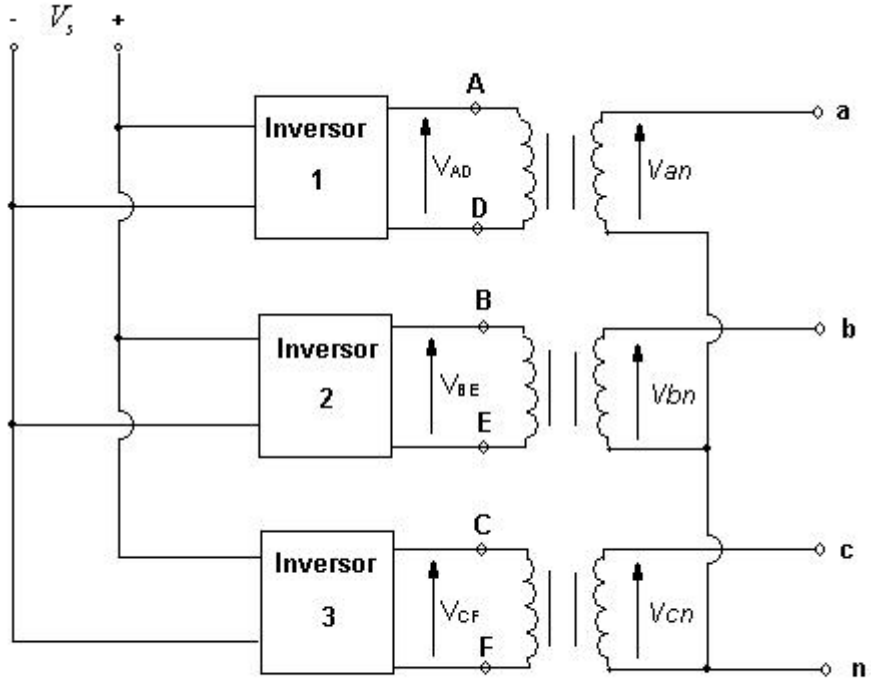
$$i_a = \sum_{n=1.3.5...}^{x} \left[\frac{4V_s}{\sqrt{3}n\pi\sqrt{R^2 + (n\omega L)^2}} \cos\frac{n\pi}{6} \right] sen(n\omega t - \theta_n)$$

Donde $\theta_n \tan^{-1}(n\omega L / R)$

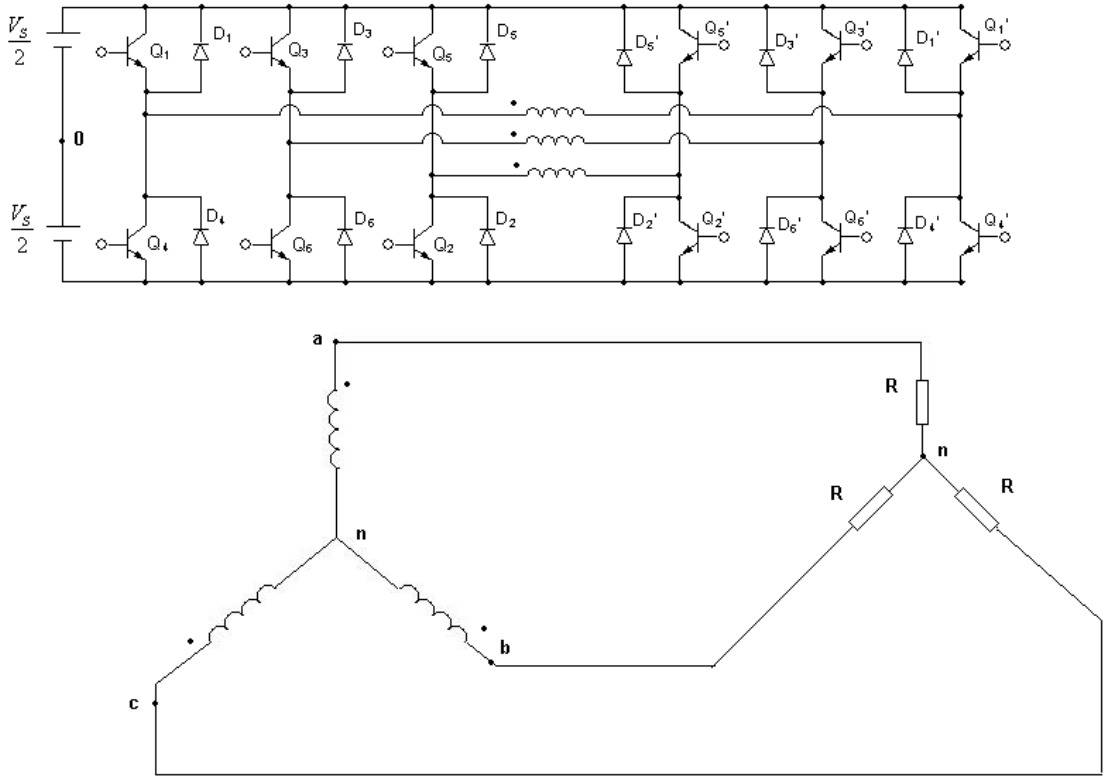
Caso #2: Inversores Trifásicos.

Los inversores trifásicos se utilizan normalmente en aplicaciones de alta potencia. Tres inversores monofásicos de medio puente o de puente completo pueden conectarse en paralelo, tal y como se muestra en la figura 2.20 a), para formar la configuración de un inversor trifásico. Las señales de compuerta de los inversores monofásicos deben adelantarse o atrasarse 120^0 uno con respecto al otro, con el fin de obtener voltajes trifásicos balanceados. Los embobinados primarios del transformador deben del transformador deben aislarse uno de otros, en tanto que los embobinados secundarios pueden quedar conectados en estrella o en delta. Por lo general, el secundario del transformador se conecta en estrella, a fin de eliminar armónicas múltiplos de 3 (n= 3, 6,9…) que aparecen en los voltajes de salida (la disposición del circuito de muestra en la figura) este dispositivo requiere de tres transformadores monofásicos, 12 transistores y 12 diodos. Si los voltajes de salida de los inversores monofásicos no están perfectamente equilibrados en magnitud y en fase los voltajes de salida trifásicos también estarán desequilibrados.

Se puede obtener una salida trifásica a partir de una configuración de seis transistores y seis diodos, tal como la que se muestra en la figura 2.21. A los transistores se les puede aplicar dos tipos de señales de control: conducción a 180^0 o conducción a 120^0.



a) Diagrama squemático



b) Diagrama de circuito.

Figura. 2.20: Inversor trifásico formado por tres inversores monofásicos.

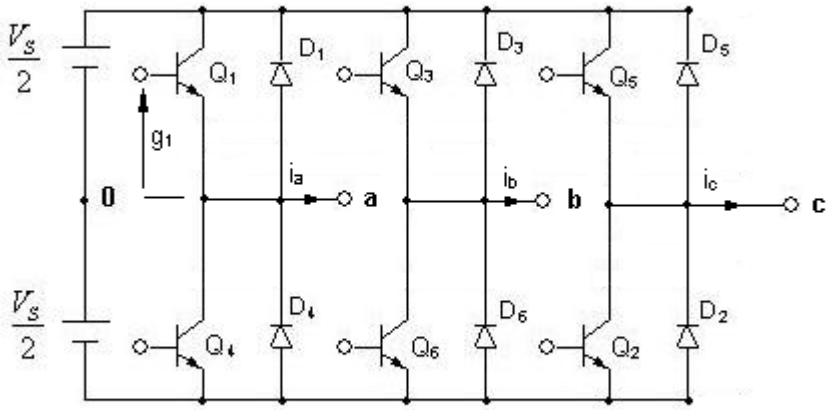


Figura. 2.21: Inversor trifásico puente.

2.4 Paso #4: Determinación de armónicas.

2.4.1 Transformada rápida de Fourier para determinación de armónicos de una matriz de cualquier rango.

Extendiendo el período de integración T a infinito, la diferencia entre las frecuencias armónicas tiende a cero y x (nf) se convierte en una función continua de la frecuencia que depende de:

$$x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

Que se conoce como transformada directa de Fourier, y que convierte una señal en el campo del tiempo en una señal en el campo de la frecuencia.

Transformada Discreta de Fourier

Cuando la señal ha sido muestreada en el dominio del tiempo, se utiliza la transformada discreta de Fourier, que se define por el par de expresiones siguientes:

$$x(f_k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(t_n) e^{-j2\pi kn/N}$$

$$x(t_n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(f_k) e^{j2\pi kn/N}$$

Donde f_k y t_n son las frecuencias y tiempos obtenidos en el muestreo de la señal y N es la cantidad de muestras por ciclo empleadas.

Expresión Matricial

Si se declara la constante W = exp(j2π/N), entonces puede declararse la siguiente expresión matricial para la transformada discreta de Fourier:

$$\begin{bmatrix} x(f_0) \\ x(f_1) \\ \vdots \\ x(f_k) \\ \vdots \\ x(f_{N-1}) \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & W & & W^n & & W^{N-1} \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots \\ 1 & W^k & & W^{kn} & & W^{k(N-1)} \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots \\ 1 & W^{N-1} & \cdots & W^{(N-1)n} & \cdots & W^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t_0) \\ x(t_1) \\ \vdots \\ x(t_n) \\ \vdots \\ x(t_{N-1}) \end{bmatrix}$$

Transformada Rápida de Fourier

El cálculo de la expresión matricial precedente requiere la realización de N2 multiplicaciones complejas, lo que hace impráctico computacionalmente el cálculo de la transformada discreta en su forma original.

No obstante, para resolver este problema se ha creado un algoritmo de cálculo que solo requiere efectuar 1/N·log2(N) multiplicaciones, lo que significa un gran ahorro de tiempo.

Este algoritmo se conoce como **Transformada Rápida de Fourier (FFT)**, y el mismo está implementado en diversos sistemas computacionales disponibles.

Cálculo de la FFT

Utilizando este análisis podemos descomponer una señal en sus componentes armónicos, por ejemplo si tenemos una señal cuadrada la cual podemos escribir como

$$f(t) = \frac{4v}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} sennn\omega_0 t = \frac{4v}{\pi} (sen\omega_0 t + \frac{1}{3} sen3\omega_0 t + \frac{1}{5} sen5\omega_0 t + \ldots)$$

La aplicación de la FFT a la forma de onda del ejemplo considerado, con 12 muestras por ciclo y empleando la función **fft** del Matlab sería:

```
f = 60;
w = 2*pi*f;
T = 1/f;

N = 12;
t = 0:T/N:T*(1-1/N);
v = 100*sin(w*t) + 25*sin(3*w*t) + 20*sin(5*w*t);

X = 1/N * fft(v);
```

Este programa se usa para el cálculo del contenido de armónicos en casos como un conjunto de mediciones efectuadas a la salida/entrada del variador de velocidad.

```
clear,clc
delta=0.00013;
%gabriel1
Gabriel
y = B;
C = max(y)/sqrt(2);
% efectivo de los valores de Un
t = linspace(0,length(y),length(y));
%t = 0:delta:0.01654;
Un=C; % Tensión nominal del circuito
subplot(311)
plot(1000*t,y),grid
ylabel('Señal')
xlabel('tiempo (ms)')
```

% Es difícil identificar los componentes de frecuencia solo observando la señal original.

% Convirtiendo al dominio de la frecuencia, la transformada rápida de Fourier de la señal de ruido y es encontrada tomando el punto-512 de la transformada rápida de Fourier

```
%N=1024;
        Y = fft(y);

% El espectro de energía, una medida de la energía a varias frecuencias es
   Pyy = abs(Y(1:length(Y)/2)); % Modulo
   Pyy=Pyy/max(Pyy)*100;

% Grafica los primeros 257 puntos (los otros 255 puntos son redundantes)
% en un eje de frecuencia significante:
  Urea1 = Pyy(2)*Un/100; % Tensión nominal en volt para el primer armónico.

%f = delta*((0:N/2-1)/N);
f = (0:length(Y)/2-1)*(1/delta)/(length(Y));
 Uhar = Pyy(2:length(f)/2)*Un/100;

k=0:length(Pyy)-1;
subplot(312)
bar(k(4:length(f)/2),Pyy(4:length(f)/2)),grid
ylabel('(Uth) (%)')
xlabel('No. armónicos')
subplot(313)
bar(f(4:length(f)/2),Pyy(4:length(f)/2)*Un/100),grid
ylabel('(Uth) (V)')
xlabel('Frecuencia')
```

2.5 Paso #5: Eficiencia.

Caso #1: Eficiencia en el inversor.

El comportamiento del inversor se puede describir por el modelo propuesto por Schmidt, según artículo publicado en [http://www.ujaen.es/investiga.][11]. Según dicho modelo, la eficiencia instantánea de conversión η_k viene dada por la siguiente ecuación:

$$\eta_k = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}} = \frac{p_{out}}{p_{out} + k_0 + k_1 p_{out} + k_2 {p_{out}}^2} \qquad (A.58)$$

Donde:

$P_{entrada}$ es la potencia instantánea disponible a la entrada del inversor (W).

P_{salida} es la potencia instantánea suministrada a la salida del inversor (W).

$P_{nominal}$ es la potencia nominal de salida del inversor (W).

$p_{out} = P_{salida} / P_{nominal}$ (adimensional).

k_0 es el coeficiente que representa las pérdidas de autoconsumo (adimensional).

k_1 representa las pérdidas proporcionales a la potencia (adimensional).

k_2 representa las pérdidas proporcionales al cuadrado de la potencia (adimensional).

Este modelo calcula la eficiencia del inversor en función de la potencia de salida, por lo tanto no se puede usar para modelar el comportamiento del sistema, ya que el dato disponible es la potencia de entrada del inversor y el dato que se desea obtener es la potencia de salida.

Se usa una expresión polinomial de la eficiencia del inversor en función de la potencia de entrada:

$$\eta_b = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}} = \frac{P_{entrada} - P_{perdidas}}{P_{entrada}} = \frac{p_{in} - (b_0 + b_1 \cdot p_{in} + b_2 \cdot p_{in}^2)}{p_{in}} \qquad (A.59)$$

Donde:

$P_{entrada}$ es la potencia instantánea disponible a la entrada del inversor (W).

P_{salida} es la potencia instantánea suministrada a la salida del inversor (W).

$P_{nominal}$ es la potencia nominal de salida del inversor (W).

$p_{in} = P_{entrada} / P_{nominal}$ (adimensional).

b_0, b_1 y b_2 son coeficientes de pérdidas característicos del inversor.

Los valores de los coeficientes utilizados son b_0=0,02 b_1=0,02 b_2=0,07. Estos valores se corresponden con los valores medios obtenidos por Schmidt para los coeficientes k a partir de una muestra representativa de inversores existentes en el mercado (k_0=0.02, k_1=0.025, k_2= 0.08).

Para comprobar la bondad de los valores de b obtenidos empíricamente, se realiza el siguiente proceso para las distintas potencias (para cien valores de p_{in} entre 0 y 1):

1.- Obtención del valor de la eficiencia h_b para una determinada potencia de entrada (p_{in})
2.- Cálculo de la potencia de salida a partir de los valores anteriores ($p_{out} = h_b\ p_{in}$)
3.- Obtención del valor de la eficiencia h_k para la potencia de salida obtenida (p_{in})
4.- Cálculo del error:

$$e = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\left|\eta_{k_i} - \eta_{b_i}\right|}{\eta_{k_i}} \qquad (A.60)$$

El valor obtenido para el error es de 0,16%, demostrándose la similitud de la eficiencia calculada a partir de la potencia de entrada y la del modelo de Schmidt. Este hecho se puede comprobar visualmente en la siguiente gráfica, donde se representa el valor de la eficiencia en función del valor de $p_{in} = P_{entrada} / P_{nominal}$.

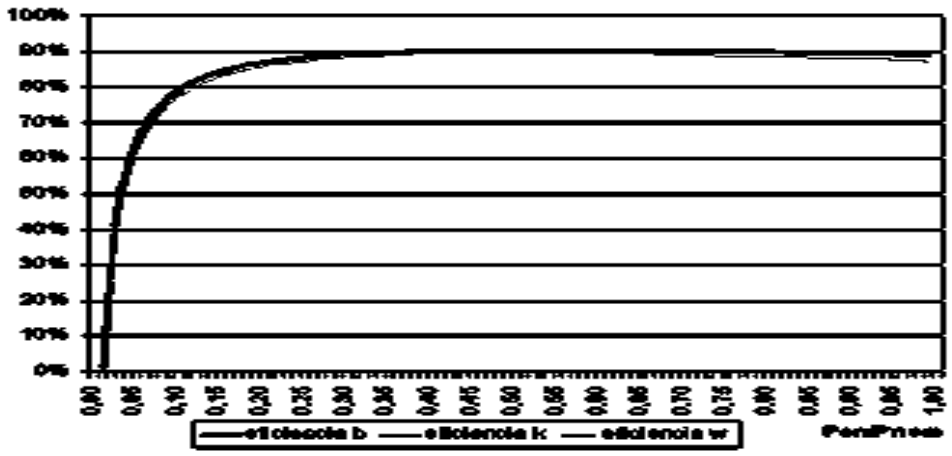


Figura. 2.22: Eficiencia del inversor.

El modelo de inversor propuesto, también se ha comparado con un modelo polinómico del siguiente tipo:

$$\eta_w = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}} = \frac{w_0 + w_1 \cdot p_{in} + w_2 \cdot p_{in}^2}{p_{in}} \quad (2.15)$$

Tensión alterna a la salida del inversor.

$$U_{sf} = U_d (2/D - 1)$$

Donde D depende del ángulo de disparo de los semiconductores.

Corriente a la salida del inversor

$$I_S = \sqrt{I_M^2 + I_R^2}$$

Caso #2: Eficiencia en el Variador.

Para determinar la eficiencia a la salida del variador se utilizan las siguientes formulas

$$\eta_{sistema} = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}} * 100$$

Donde la potencia de salida del variador de velocidad se calcula en el paso #4, ejemplo caso #2 donde

$$P_{salida} = U_{sf} . I_S . fp$$

Y para el cálculo de potencia de entrada se realiza con las mediciones de la manera mostrada en el paso #1, por ejemplo el caso #1.

$$P_{entrada} = \sqrt{3} U . I . fp$$

Conclusiones Generales

- Se han descrito los principios en que se fundamentan las metodologías para el análisis de la calidad de la energía.
- Se ha dado de manera concisa el detalle de su formulación analítica y proceso iterativo.
- Se han presentado varios casos de estudio para ilustrar la aplicación práctica de las distintas metodologías para obtener la solución periódica.
- Se ha analizado el potencial de las metodologías y marcos de referencia utilizados para la determinación de la distorsión armónica en sistemas de potencia.
- Se uso el software rector de la carrera Matlab para la determinación de los valores de armónicos utilizando la herramienta matemática de la transformada rápida de Fourier.
- Siendo este trabajo de investigación de gran impacto para la industria, por los análisis que se deriven de los resultados de los cálculos de cada uno de los pasos de la metodología.

Recomendaciones

1- Presentar este trabajo en el Fórum Tecnológico Especial de Energía Enermoa

2- Divulgarlo para el uso de personas no especializadas en el tema.

3- Continuar profundizando el tema, para su mejor enriquecimiento.

Bibliografía.

1- Aróstegui, J. M. y otros.: Metodología del Conocimiento Científico. La Habana: Editorial de Ciencias Sociales, 1978. 445 p

2- Bodson J. Digital control improves variable speed drives. EPE Journal. Vol. 2. No. 4. December 1992. pp 243 – 248.

3- Costa Montiel Angel**,** capítulo III: convertidores estáticos de frecuencia.

4- CYDESA, Armónicos.

5- Colectivo de Autores, Instrumentación y control Automático, Universidad Nacional de Cuyo Facultad de Ingeniería,

6- COSTA MONTIEL, A. Determinación Experimental de los Parámetros del Motor de Inducción Trifásico Considerando la variación de los Parámetros del Rotor. [s.l]: [s.n]. 2005

7- Cruz Blanco, Yunier. Propuesta de Variadores de Velocidad en el Primer Impulso del Combustible de la CTE de Felton. Tesis en opción al título de ingeniero eléctrico. ISMM, Moa, 2009

8- Fitzgerald A. Kingsley Ch., Umans S., Electric Machinery. Editorial McGraw Hill. New York. 2000

9- Guía sobre la calidad de la onda en las redes eléctricas. UNESA comité de distribución, comisión técnica.

10- Guía para la calidad de la Energía, Centro Español de información del Cobre, Marzo 2001.

11- http://www.ujaen.es/investiga.

12- http://www.wikipedia.org/wiki

13- Hugo Argañaraz, José Mediciones Eléctricas - Medición De Potencia, Energía Y Factor De Potencia, Universidad Nacional Del Sur, Departamento De Ingeniería Eléctrica Y De Computadoras 2003.

14- Ignacio Pérez Abril, calidad de la energía, 2002.

15- Instrumentación y Control Automático, universidad Nacional de Cuyo, Facultad de Ingeniería.

16- Ingeniería en Organización Industrial, Rectificadores controlados, Universidad del país Vasco.

17- Kusko A., Galler D., Control means for minimization of losses in ac and dc motor drives. IEEE Transactions on Industry Aplications, Vol 19, No. 4. pp 561 – 570. July – august 1983.

18- Kostenco, M.; Piotrosky, L. Máquinas Eléctricas, Tomo II. Editorial Mir, Moscú, 1976.

19- Llamas Terrés Armando, Profesor del Departamento de ingeniería eléctrica del ITESM campus monterrey, efectos de las armónicas en los sistemas eléctricos.

20- Muhammad H. Rashid, Electrónica de Potencia, Circuitos, dispositivos y aplicaciones, parte I , Purdue University at Fort Wayne,

21- Muhammad H. Rashid, Electrónica de Potencia, Circuitos, dispositivos y aplicaciones, parte II , Purdue University at Fort Wayne,

22- M. Jantsch, H. Schmidt y J. Schmid. 'Results on the concerted action on power conditioning and control', 11th European photovoltaic Solar Energy Conference, Montreux, 1992, pp. 1589-1592

23- Medina Aurelio, Metodologías avanzadas para el modelado y análisis de armónicos y su impacto en la calidad de la energía, Morelia, Mich., MÉXICO, 2001.

24- Rangel Saura Marcos, Correa Saura Arturo, Electrónica de Potencia. Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de la Habana, 1986.

25- Rojas Puron Luis D; Matile Ivanilda; Toledo Fabiana; Hernandez Jose; Cuba, Estimador neuronal de pérdidas para eficiencia en Inversores a PWM de accionamientos con motores asincrónicos, Departamento de Eléctrica, Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa, Departamento Ingeniería Eléctrica, Universidade do Mackenzie, Sao Paulo, Brasil. 2009

26- Pérez J.Riu Costa, Javier Rosell Ferrer, Juan ramos Castro, Sistemas de Instrumentación, Universidad Politécnica de Cataluña, Ediciones UPC 1995.

27- Robledo Leal Gerardo Manuel, Calidad de la Energía Eléctrica: Camino a la Normalización, Comisión Nacional de Electricidad, México 2008

28-Tejada Peralta Alexis, Alumno de la Maestría en Ingeniería Eléctrica del Programa de Graduados en Ingeniería del ITESM Campus Monterrey

29-Voldek, A. I. Máquinas Eléctricas. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1974.

ANEXOS

Anexo #1

Armónicos	Orden del armónico (n)	Tasa del armónico (%) AT (100 kV Γ U> 30 kV)	Tasa del armónico (%) MT (30 kV Γ UΓ 1 kV) y BT
Impares no múltiplos de 3	5	2,0	6,0
	7	2,0	5,0
	11	1,5	3,5
	13	1,5	3,0
	17	1,0	2,0
	19	1,0	1,5
	23	0,7	1,5
	25	0,7	1,5
	> 25	0,2 + 0,5 x 25/n	0,2 + 1,3 x 25/n
Impares múltiplos de 3	3	2,0	5,0
	9	1,0	1,5
	15	0,3	0,3
	21	0,2	0,2
	> 21	0,2	0,2
Pares	2	1,5	2,0
	4	1,0	1,0
	6	0,5	0,5
	8	0,2	0,5
	10	0,2	0,5
	12	0,2	0,2
	> 12	0,2	0,2
Tasa de distorsión total (%)		8,0	3,0

Tabla. 1: Niveles de CEM (Compatibilidad Electromagnética) para las tasas de los armónicos de tensión.

Compatibilidad Electromagnética. Se denomina Compatibilidad Electromagnética (CEM) a la aptitud de un aparato o de un sistema para funcionar de forma satisfactoria en su entorno electromagnético, y sin producir él mismo perturbaciones electromagnéticas intolerables para todo lo que se encuentre en dicho entorno.

Anexo #2

Vamos a graficar los armónicos de esta función generando uno por uno y posteriormente haremos un programa para obtenerlos.

```
t = 0:.1:10;
y = sin(t);
plot(t,y),
```

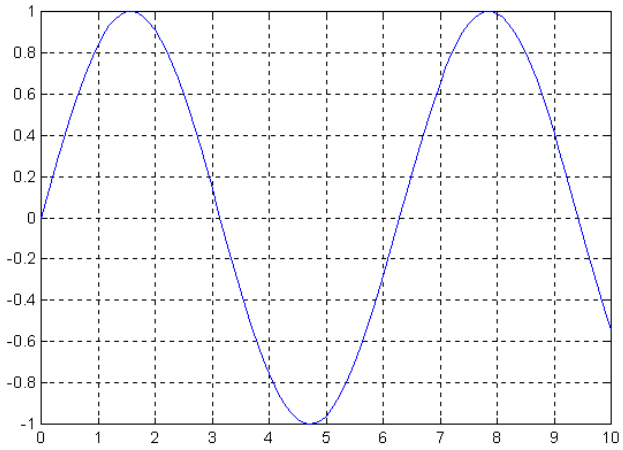


Figura. 1: Primer armónico

```
y = sin(t) + sin(3*t)/3;
plot(t,y)
```

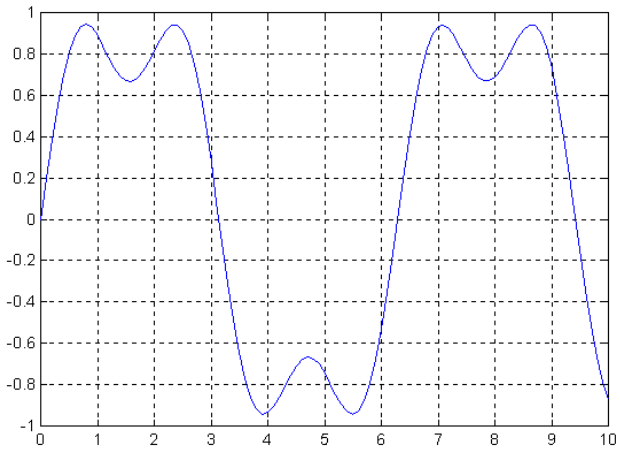


Figura. 2: Adición de dos armónicos

```
y = sin(t) + sin(3*t)/3 + sin(5*t)/5 + sin(7*t)/7 + sin(9*t)/9;
plot(t,y)
```

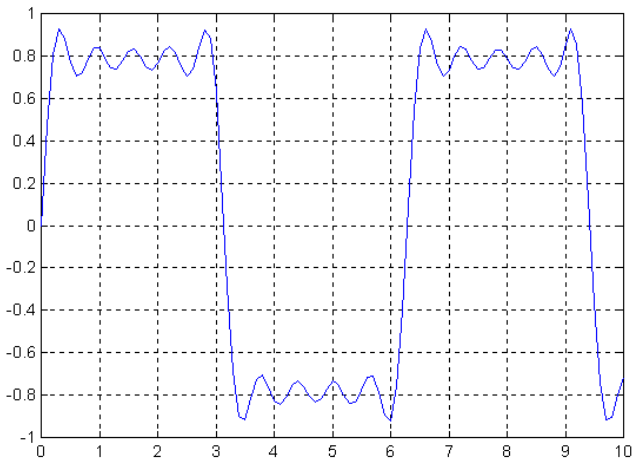


Figura. 3: Adición de tres armónicos

```
t = 0:.02:3.14;
y = zeros(10,max(size(t)));                    %abriendo espacio para
almacenar los
                                                valores de los armónicos
x = zeros(size(t));
```

```
% programa para generar los armónicos de una señal cuadrada
%Programa para obtener los armónicos de una señal cuadrada
%con un periodo de T = 1 seg.
%Gabriel Leyva Marrero
%Instituto Superior minero-metalúrgico de Moa.
T = 1;
Wo = 2*pi/T;
t = 0:0.001:pi;
y = square(2*pi*t/T);
plot(t,y,'r-')
grid
hold on
x = 0;
for k = 1:2:10
```

```
    x = x + (4*sin(k*Wo*t))/(pi*k);
  y((k+1)/2,:) = x;
  plot(t,x), pause
end
title('componentes armónicos')
xlabel('tiempo'), ylabel('amplitud')
```

Anexo #3

Ejemplo de cálculo de la transformada rápida de Fourier.

Cálculo de la FFT

La aplicación de la FFT a la forma de onda del ejemplo considerado, con 12 muestras por ciclo y empleando la función **fft** del Matlab sería:

```
f = 60;
w = 2*pi*f;
T = 1/f;

N = 12;
t = 0:T/N:T*(1-1/N);
v = 100*sin(w*t) + 25*sin(3*w*t) + 20*sin(5*w*t);

X = 1/N * fft(v);
```

Resultados de la FFT

La respuesta obtenida se ofrece en la siguiente tabla, donde se dan las equivalencias entre los valores de la serie compleja obtenidos por la FFT y los coeficientes de la serie trigonométrica:

n	F(Hz)	Trigonométrica	X=1/N*fft(y)	n	F(Hz)	Trigonométrica	X=1/N*fft(y)
0	0	½ a_0	0.0000	11	– 60	½ (a_1 + j b_1)	0.0000 + j50.0000
1	60	½ (a_1 – j b_1)	0.0000 – j50.0000	10	– 120	½ (a_2 + j b_2)	0.0000 + j00.0000
2	120	½ (a_2 – j b_2)	0.0000 – j00.0000	9	– 180	½ (a_3 + j b_3)	0.0000 + j12.5000
3	180	½ (a_3 – j b_3)	0.0000 – j12.5000	8	– 240	½ (a_4 + j b_4)	0.0000 + j00.0000
4	240	½ (a_4 – j b_4)	0.0000 – j00.0000	7	– 300	½ (a_5 + j b_5)	0.0000 + j10.0000
5	300	½ (a_5 – j b_5)	0.0000 – j10.0000	11	– 60	½ (a_1 + j b_1)	0.0000 + j50.0000
6	360	½ (a_6 – j b_6)	0.0000 – j00.0000				

Tabla. 2: Equivalencias entre los valores de la serie compleja obtenidos por la FFT y los coeficientes de la serie trigonométrica

FFT Transformada discreta de Fourier

FFT(X) es la Transformada discreta de Fourier (DFT) de vector X. Para matrices, la operación FFT es aplicada a cada columna. Para N-D orden, la operación FFT opera en la primera non-singleton dimensión.

FFT(X,N) es el punto-N FFT, rellenado con ceros si X tiene menos de N puntos y truncado si tiene más.

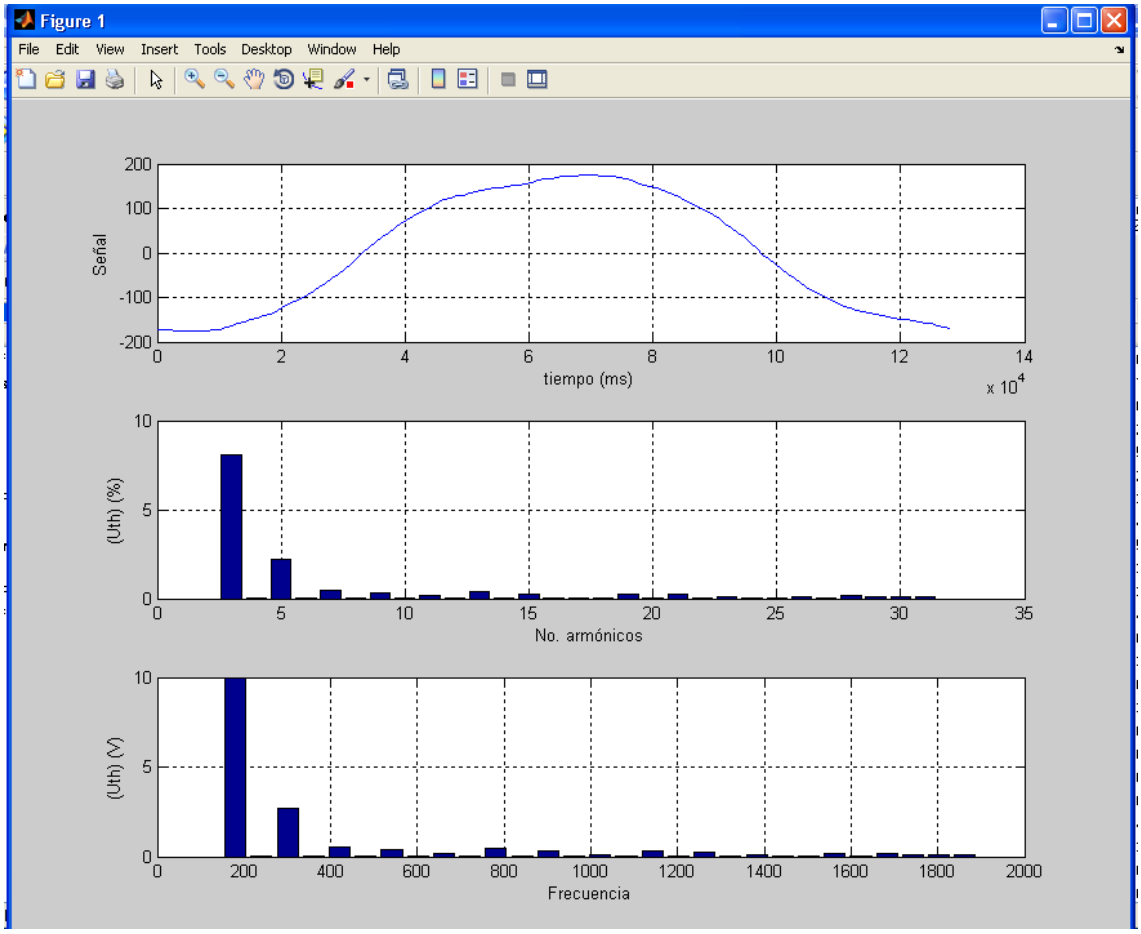
FFT(X,[],DIM) o FFT(X,N,DIM) aplica la operación FFT a través de la dimensión DIM.

Para longitud N entrada de vector x, el DFT es una longitud N vector X, con elementos

$$X(k) = \sum_{n=1}^{N} x(n)*\exp(-j*2*pi*(k-1)*(n-1)/N),\ 1 <= k <= N.$$

The inverse DFT (computed by IFFT) is given by

$$x(n) = (1/N) \sum_{k=1}^{N} X(k)*\exp(j*2*pi*(k-1)*(n-1)/N),\ 1 <= n <= N.$$

Anexo #4

Formas de onda y contenido de armónico de un rango de mediciones cualquiera.