

TRABAJO DE DIPLOMA

En Opción al Título de Ingeniero de Minas

**DETERMINACIÓN DE LA PRECISIÓN DEL MODELO
DIGITAL DEL TERRENO EN LOS YACIMIENTOS
LATERÍTICOS CON PENDIENTES MAYORES DE 30%**

Autor: Michael Entombo Bosala

**Tutores: Dr. C. Orlando Belete Fuentes
Dr. C. Arístides A. Legrá Lobaina**

Moa, Curso 2014-2015
“Año de 57 de la Revolución”



FACULTAD GEOLOGIA-MINERÍA
Departamento de Minería

TRABAJO DE DIPLOMA

En Opción al Título de Ingeniero de Minas

**DETERMINACIÓN DE LA PRECISIÓN DEL MODELO DIGITAL DEL
TERRENO EN LOS YACIMIENTOS LATERÍTICOS CON
PENDIENTES MAYORES DE 30%**

Autor: Michael Entombo Bosala

Tutores: Dr. C. Orlando Belete Fuentes

Dr. C. Arístides A. Legrá Lobaina

Moa, Curso 2014-2015
“Año de 57 de la Revolución”

PENSAMIENTOS

En mi primera defensa ninguno estuvo a mi lado, sino que todos me desampararon; no les sea tomado en cuenta.

Pero el Señor estuvo a mi lado, y me dio fuerzas para que por mi fuese cumplida la predicación, y que todos los gentiles oyesen.

Así fui liberado de la boca del león y el Señor me libraré de toda obra mala, y me preservará para su reino celestial.

A Él sea la gloria por los siglos de los siglos. Amén.

Timoteo 4: 16-18

“La inteligencia no es la capacidad de imponerse, sino de servir a los demás”

José Martí Pérez.
Maestro de todos los tiempos

DEDICATORIA

Dedico este trabajo de diploma primeramente a Dios por permitirme cumplir una meta más en mi vida, a mis padres por su apoyo, educación y amor hacia mí, a mis hermanas y a mi hermano, primas y primos, sobrinos y sobrinas, tíos y tías, en especial al Embajador de la República del Congo en Cuba y a la familia Kandot, Zenda y Mavambu quien en conjunto con mis Padres han sido mi motivo, mi fuerza y la razón de ser para cada día seguir adelante y alcanzar esta gran meta como lo es mi formación como profesional.

Les dedico también a quienes, de una u otra forma me brindaron su apoyo incondicional.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios todopoderoso por estar conmigo en todo momento y hacer que mi camino sea lleno de felicidad y de muchas bendiciones, gracias Papá bendecido sea tu nombre.

Doy mi agradecimiento especial a la Revolución Cubana por haberme dado la oportunidad de realizar mis estudios superiores y formarme como profesional en tan prestigiosa institución educativa como lo es el “Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa”.

A todos los profesores del Departamento de Minería y Geología, gracias por brindarme y transmitirme sus conocimientos de una forma correcta e incondicional y así formarme académicamente y permitirme culminar con éxito mi carrera y graduarme como un excelente profesional.

A mis tutores: Dr.C Orlando Belete Fuentes y Dr. C. Arístides A. Legrá Lobaina. Gracias por haberme guiado y orientado en la culminación de este trabajo de diploma.

A la empresa Comandante Ernesto Guevara de Moa, a la empresa minera Moa Níquel S.A Comandante “Pedro Sotto Alba”, gracias por permitirme realizar y vincular mi trabajo de diploma con la producción.

A mis papas (François y Luisa) quienes a pesar de la distancia estuvieron y están siempre pendientes de mí, gracias papitos bellos, porque me han sabido dirigir siempre por el camino del bien, los amo mucho que Dios los proteja .

A mis hermanas (Mado, Anna, Thithy, Esperance, Niclette, Fanny) a mi único hermano Salomón, a mis primos y primas, a mis tíos y a mis sobrinos, porque ustedes junto con mis padres han sido mi fuerza y mi valentía para que yo cada día alcance nuevos logros y propósitos.

A mis hermanas fallecidas (Odette, Silvy, Tabita) y a mi tío Camille que desaparecieron físicamente durante mi estancia en Cuba.

A mis amigos de distintos países, mis compañeros de aula, al Colectivo de Estudiantes Extranjeros y a mis amistades cubanos, quienes más que mis amigos son mis hermanos, por estar siempre en los momentos en que más los he necesitado.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos de gran pendiente
Michael Entombo Bosala

Sin olvidar mis amistades que se preocuparon por mí en todos los tiempos que necesitaba: Papa Roger, Ma Mami, Ma Laurene, Ma Françoise, Manota y a mi novia Liuvís.

Son muchas las personas a las que debo mi agradecimiento pero de manera general les agradezco a todos quienes han marcado huellas imborrables en mi vida en especial durante la estancia en este bello país a todos ustedes mil gracias que Dios les bendiga siempre.

RESUMEN

La presente investigación se realizó con el objetivo de determinar la precisión del Modelo Digital del Terreno (MDT) en los yacimientos lateríticos de gran pendiente, pertenecientes a la empresa Comandante Ernesto Guevara de Moa.

Se realizó un estudio de los métodos de interpolación del Surfer-10 en la construcción de los MDT, partiendo de datos secundarios provenientes de relieves con pendientes mayores de 30% y haciendo uso de los estadísticos descriptivos, tales como el Error Medio Cuadrático, la Desviación Estándar, el Error Estándar y otros.

Como resultados principales se obtuvo que los interpoladores que ofrece el Surfer, no se pueden utilizar: Vecinos naturales, Métrica de datos, Polinomios locales, Regresión polinomial, Vecino más cercanos, Media móvil y Distancia inversa. Se pueden utilizar los interpoladores, Kriging, Mínima curvatura, Funciones de base radiales, Interpolación lineal con triangulación y el Método modificado de Shepard, porque cumplen con la condición necesaria para la comparación con el modelo realizado a mano y obtener mayor similitud con el terreno natural. Se propuso además, un índice eficaz para evaluar el error geométrico de interpolación lineal con triangulación de Delaunay. Los resultados obtenidos en esta investigación permitieron determinar la precisión de los interpoladores que ofrece en Surfer-10, para construir el Modelo Digital del Terreno en los yacimientos lateríticos de gran pendiente.

Palabras claves. Modelo Digital del Terreno, Interpolación Delaunay, Precisión.

ABSTRACT

The present investigation was carried out with the objective of determining the precision of the Digital Pattern of the Land (MDT) in the lateritic deposits of great slope, belonging to the Commanding company Ernesto Guevara of Moa.

It was carried out a study of the methods of interpolation of Surfer-10 in the construction of MDT, leaving of secondary data coming from reliefs with slopes bigger than 30% and making descriptive use of the statistical ones, such as the Half Quadratic Error, the Standard Deviation, the Standard Error and others.

As main results it was obtained that the interpolation methods that Surfer offers, they cannot be used: Natural neighbors, Metric of data, local Polynomials, Polynomial Regression, nearest Neighbor, Half motive and inverse Distance. The interpolation methods that can be used are Kriging, Minimum bend, radial base Functions, lineal Interpolation with triangulation and the modified Method of Shepard, because they fulfill the necessary condition for the comparison with the pattern carried out by hand and to obtain bigger similarity with the natural land. It also intended, an effective index to evaluate the geometric error of lineal interpolation with triangulation of Delaunay. The results obtained in this investigation allowed to determine the precision of the interpolation methods that offers in Surfer-10, to build the Digital Pattern of the Land in the lateritic deposits of great slope.

Key words: Digital Model of the Terrain, Delaunay's Interpolation, Precision.

INDICE

INTRODUCCIÓN	12
CAPÍTULO I. ESTADO DEL ARTE DE LA INVESTIGACIÓN	5
1.1 Introducción al MDT	5
1.2 El concepto de MDT	6
1.3 Métodos de interpolación	7
1.4 Estado de la temática en el extranjero	9
1.5 Estado de la temática en Cuba	13
CAPITULO II. ESTUDIO DE LOS MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN DEL SURFER	20
2.1 Introducción	20
2.2 Preparación de la base de datos	21
2.3 Construcción del mapa de la base de datos	21
2.4 Generación de los modelos a partir de los doce métodos de interpolación	23
2.5 Construcción de los mapas de los modelos, superposición sobre el mapa base	23
2.6 Obtención de los residuos entre los puntos de la data y los de la rejilla	36
2.7 Cálculo de los elementos de estadística descriptiva de cada modelo	36
CAPÍTULO III. ANALISIS DE MÉTODO DE INTERPOLACIÓN LINEAL CON TRIANGULACIÓN	38
3.1 Introducción	38
3.2 Caso de estudio	41
3.3 Resultados	42
CONCLUSIONES	51
RECOMENDACIONES	52
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	53

DECLARACIÓN DE AUTORIDAD

Yo Michael Entombo Bosala autor del Trabajo de Diploma. Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendientes mayores de 30%, con mis tutores Dr.C. Orlando Belete Fuentes y Dr.C. Arístides Legrá Lobaina, declaramos la autoridad intelectual del mismo al servicio del Departamento de Minería del Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa, para que dispongan de su uso como y cuando estimen conveniente.

Y para que así conste firmamos a continuación.

Dr.C. Orlando Belete Fuentes

Tutor

Dr.C. Arístides A. Legrá Lobaina

Tutor

Michael Entombo Bosala

Diplomante

INTRODUCCIÓN

La industria minera constituye la base de materia prima para la metalúrgica. Sin metales no podría subsistir prácticamente ninguna rama de un país. La materia prima necesaria para la obtención de los metales la constituyen los minerales cuya extracción es la tarea primordial de la industria minera. La eficiencia de la industria metalúrgica depende en gran medida de la calidad del material que se le suministra. Existe una estrecha relación entre ambas industrias, todo el proceso funciona como un sistema donde intervienen trabajos geológicos, de extracción, transporte de mineral y proceso de beneficio y planta metalúrgica.

El aumento de los volúmenes de producción de níquel es una dirección estratégica del desarrollo de la economía de Cuba, que posee una perspectiva duradera.

El perfeccionamiento de la industria del níquel es posible no solamente a costa de la introducción en explotación de nuevos yacimientos lateríticos, nuevas fábricas, sino también por el mejoramiento y estabilización de la calidad de la materia prima que se entrega a las plantas metalúrgicas, y el perfeccionamiento de los métodos de cálculo de volumen y de la determinación operativa de la masa volumétrica (explotación racional de las reservas disponibles en los depósitos). Estas direcciones de trabajo poseen gran actualidad, ya que Cuba es un país de recursos limitados, por lo que se debe hacer un uso racional de los mismos.

En los últimos años, la Cartografía ha sufrido gran evolución, pues el producto obtenido por ahora, cartografía analógica, está siendo sustituido por cartografía digital, de características totalmente diferentes.

La explotación práctica de la cartografía digital pasa necesariamente por la formación de modelos matemáticos que contemplen una superficie continua, definida de forma funcional, y que se aproximen de la mejor forma posible a la superficie real del terreno que se pretende representar. A estos modelos matemáticos se les denomina de forma genérica como “Modelos Digitales del Terreno” (MDT).

Un modelo digital constituye una representación numérica de la distribución espacial de una variable cuantitativa y continua.

Un Modelo Digital del Terreno es por tanto, una representación numérica de las características topográficas del terreno, a partir de las coordenadas tridimensionales de los puntos que le definen.

Para la generación de un MDT es importante tener en cuenta la adquisición de datos, que al fin y al cabo será una nube de puntos con coordenadas geométricas X; Y; Z, que representen de manera fiel la superficie topográfica. Esta nube de puntos, con distribución totalmente irregular, serán los datos de partida que se utilicen para la formación del MDT mediante su procesamiento con algoritmos de cálculo o métodos de interpolación. De esta forma, la superficie topográfica real se puede aproximar a una superficie matemática discreta.

En Cuba, varias instituciones emplean los MDT en proyectos de ingeniería, agrimensura, minería y otros. Entre estos usos, se encuentra el cálculo de volúmenes de los yacimientos lateríticos de la provincia de Holguín para la industria del Níquel, que es una de las principales fuentes de exportación del país.

Autores como, Fallas (2007), Felicísimo (2008), Morillo (2002), Pérez (2009), Zubrinic (2003) y otros, han abordado en sus estudios el tema de la precisión de los métodos de interpolación en la generación de Modelos Digitales de Terrenos, pues consideran que este es un factor clave para garantizar la calidad del modelo, sin embargo, en ninguna de las bibliografías consultadas se define cual es el interpolador que permite mayor precisión en la representación de relieves montañosos con pendientes abruptas como son los yacimientos lateríticos de Moa en la provincia de Holguín.

Por su parte, Belete (1997) demostró que gran parte de la diferencia del volumen de mineral calculado por topografía y los informados por la planta, se debe a la inexactitud de construcción de los MDT, pero no estableció una estrategia de cómo resolver el problema.

Años después, el propio Belete (2004) demostró que el MDT en montañas con pendientes abruptas, pierde precisión. Otros investigadores cubanos, tales como Legrá (2014), Batista (2011) y Herrera (2012), realizaron investigaciones parecidas, llegando a las mismas conclusiones.

De ahí que se planteara como **situación problemática** en este estudio que: los yacimientos lateríticos del norte de la provincia de Holguín se explotan con pendientes mayores de 30%,

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

hecho este que influye directamente en que las curvas de nivel obtenidas a partir del MDT contengan un valor elevado de error de representatividad del relieve, y no exista un método para determinar su precisión.

Por lo tanto, el **problema de la investigación** consiste en la necesidad de determinar la precisión del MDT en los yacimientos lateríticos de Moa, partiendo de datos provenientes de relieves con valores de pendientes mayores que 30%.

Como **objeto de estudio**: los yacimientos lateríticos del noreste de la provincia de Holguín, Cuba.

Y su **campo de acción** es: la precisión de los métodos de interpolación para construir el MDT.

Para dar respuesta al problema se establece como **objetivo general**:

- Determinar la precisión del Modelo Digital del Terreno en los yacimientos lateríticos de Moa, partiendo de datos provenientes de relieves con valores de pendientes mayores que 30%.

Para el desarrollo de la investigación se ha partido de la **hipótesis** de que si se hace un estudio de los residuos de la superposición de los MDT obtenidos en esta investigación, entonces es posible determinar la precisión del MDT en los yacimientos lateríticos de Moa, partiendo de datos provenientes de relieves con valores de pendientes mayores que 30%.

Como **objetivos específicos** se plantean los siguientes:

- Realizar una búsqueda bibliográfica relacionada con el tema sobre la precisión de los interpoladores para construir el MDT en estos yacimientos ferro níquelíferos del noreste holguinero.
- Recopilar toda la información topográfica relacionada con la construcción y aplicación del MDT en laminaria del Níquel.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

- Realizar un estudio de los residuos de la superposición para construir el MDT en los yacimientos lateríticos del noreste de la provincia de Holguín.
- Validar el método obtenido en un estudio de caso.

Los principales **métodos de investigación** empleados en el trabajo se exponen a continuación:

- **Histórico-lógico:** para la actualización del estado del arte relacionado con las teorías y los modelos actualmente usados para describir los métodos de interpolación y los MDT.
- **Sistémico:** para la sistematización de la teoría básica de los interpoladores.
- **Inductivo-deductivo:** para la determinación de las limitaciones de las investigaciones precedentes consultadas, al ser aplicadas al MDT.
- **Experimental:** para la corrida del MDT y la obtención de los datos experimentales necesarios para la validación de los modelos matemáticos establecidos.
- **Computacional:** para la validación de los modelos, el cálculo de los parámetros fundamentales del proceso y la creación de los gráficos de comportamiento de interés para la investigación.

CAPÍTULO I. ESTADO DEL ARTE DE LA INVESTIGACIÓN

1.1 Introducción al MDT

Un MDT es una estructura numérica de datos que representa la distribución espacial de una variable cuantitativa y continua.

Los MDT están codificados en cifras, por lo cual son modelos simbólicos. Los MDT presentan algunas ventajas sobre el resto de otros tipos de modelos, derivadas de su naturaleza numérica:

- No ambigüedad: cada elemento del modelo tiene unas propiedades y valores específicos y explícitos.
- Verificabilidad: los resultados se construyen mediante pasos explícitos y concretos que pueden ser analizados uno a uno y comprobados en todas las fases del proceso.
- Repetitividad: los resultados no están sometidos, a menos que de diseño expresamente, a factores aleatorios controlados y pueden ser comprobados y replicados las veces que se desee.

La diferencia básica entre los modelos digitales y los modelos analógicos reside en que los primeros están codificados en cifras, lo que permite su tratamiento por medios informáticos. Los mapas son la versión analógica de los MDT y se los denomina modelos analógicos del terreno (MAT). Ambos tipos de modelos se complementan y no es previsible la total sustitución de unos por los otros.

Para llegar a la elaboración de los modelos digitales es necesario efectuar un proceso de codificación de la información, que permite una representación virtual en forma de cifras.

La aplicación de los MDT es muy variada; algunos de ellos son (Burroughs (1986); ESRI (1996 y 1997b); Golden Software (1999); McCullagh (1990); WeibelyHeller (1991). Estos modelos se pueden emplear en:

- Estimaciones de volúmenes a remover o rellenar en trabajos de ingeniería
- Cartografía topográfica;
- Mapeo y estudios batimétricos e hidrológicos;

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

- Mapeo geológico y geofísico;
- Simulación y análisis del paisaje;
- Estimar área a inundaren proyectos hidroeléctricos;
- Estudios de intervisibilidad para definir ubicación de antenas para telecomunicaciones;
- Análisis estadístico del terreno;
- Determinación de pendiente, aspecto y sombreado del terreno;
- Visualización en 2.5D.

1.2 El concepto de MDT

El término MDT fue acuñado, según Petrie y Kennie (1990) por Miller y La Flamme, dos ingenieros del Instituto Tecnológico de Massachusetts, a finales de los años 50. Según estos investigadores un modelo digital del terreno es una representación estadística de una superficie continua del terreno mediante un conjunto infinito de puntos cuyos valores en X; Y; Z son conocidos y están definidos en un sistema de coordenadas arbitrario.

A continuación se definen algunos términos asociados a los modelos digitales de elevación (Burrough, 1986; Petrie y Kennie, 1990):

- **Modelo digital de elevación (MDE)**

En este caso la palabra elevación enfatiza el concepto de medición de altura con respecto a un *datum* y la generación por parte del modelo de valores absolutos de altura. Este término se utiliza con frecuencia en los Estados Unidos para describir una red rectangular o hexagonal de puntos con valores de elevación obtenidos por métodos fotogramétricos o cartográficos.

- **Modelo digital de altura (MDA)**

Este término aparentemente se originó en Alemania y su significado es similar al anterior; ya que las palabras altura y elevación pueden utilizarse como sinónimos.

- **Modelo digital de la tierra (MDT)**

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

En término parte del hecho de que la superficie terrestre es un continuo y que por lo tanto se pueden utilizar métodos de interpolación para obtener estimaciones de “Z” para aquellos sitios de los cuales no se posea información. El término se utiliza en Inglaterra, sin embargo con el tiempo se ha ido reemplazando por modelo digital del terreno.

- **Modelo digital del terreno**

Un concepto más general; y a que el eje Z incluye el uso de elevaciones (Ej.: metros sobre el nivel del mar) como de alturas (Ej.: levantamiento topográfico); y los accidentes típicos del paisaje (Ej.: ríos, riscos, cañadas, etc.). Para muchos usuarios el término incluye tanto los elementos planimétricos como hipsométricos propios del paisaje; así como la información derivada a partir del modelo (Ej.: pendiente, intervisibilidad y orientación, entre otros).

La capacidad de elaborar MDE a partir de curvas de nivel o valores puntuales(X, Y, Z) es una de las operaciones de mayor interés para los usuarios de los Sistemas de Información Geográfica. Existe una gran diversidad de programas (Thoen, 1997) que permiten crear modelos digitales de elevación sin embargo, en el ambiente nacional, la mayoría de los usuarios utilizan Surfer (2010), IDRISI (Eastman, 1998) y las extensiones Spatial Analyst y 3D Analyst de ArcView (ESRI, 1996; 1997b) para crear sus modelos.

1.3 Métodos de interpolación

La interpolación tiene como objetivo estimar, a partir de una muestra, valores de Z para un set de puntos (X; Y). La interpolación puede utilizarse para cumplir tres funciones: (a) estimar valores de Z para ubicaciones particulares (X; Y); (b) estimar valores de Z para una cuadrícula rectangular; (c) cambiar la resolución de la cuadrícula en un archivo raster, método conocido como remuestreo.

Los interpoladores que operan a partir de puntos pueden clasificarse como:

- **Exactos:** Cuando preservan los valores originales de los puntos de muestreo.
- **Noexactos:** No mantienen los valores originales de los puntos de muestreo.
- **Globales:** La interpolación está basada en todos los puntos de muestreo.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

- **Locales:** La interpolación está basada en un subset de los puntos de muestreo.

Desde el punto de vista de la superficie asumida por el interpolador, Burrough (1986) los clasifica en dos grandes categorías: los que asumen que la superficie es discreta y los que asumen una superficie continua.

Métodos basados en unidades discretas

- Uso de elementos externos del paisaje para definir unidades homogéneas. En este caso el analista establece los límites entre unidades previamente definidas y por lo tanto el resultado no es replicable, ni es posible evaluar estadísticamente los errores asociados a la definición de los límites de las entidades. Algunos ejemplos prácticos de dicho método son:
 1. Mapas coropléticos;
 2. Mapas de unidades de suelos;
 3. Mapas de formaciones geológicas y geomorfológicas;
 4. Mapas de uso-cobertura del suelo.

Uso de algoritmos para determinar el límite entre unidades homogéneas

Esta técnica es utilizada en el área de procesamiento digital de imágenes o en el análisis de conjuntos de datos multi variados y se fundamenta en la premisa de que existen unidades homogéneas en el set de datos. La función del algoritmo es tratar de definir los límites entre dichas unidades. Esta técnica es apropiada cuando la variación en la superficie es abrupta o discontinua (Ej. Mapas de uso-cobertura de la tierra). Los polígonos de Thiessen (Fig.2) forman parte de este grupo de interpoladores; el método de análisis consiste en limitar el área de influencia (unidades discretas) a partir de un set de puntos. Cuando la distribución de los puntos es equidistante (Ej. Grilla regular), los polígonos coinciden con el área de cada celda. El tamaño y la configuración de los polígonos dependen de la distribución de los puntos originales. Una limitante del método es que el valor para cada polígono se obtiene a partir de un solo punto y por lo tanto no es posible estimar el error asociado a dicha estimación (ver fig.1.1).

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

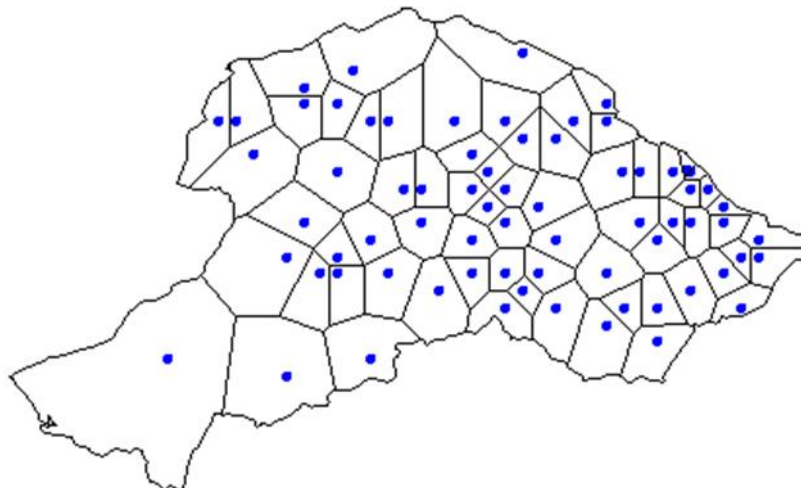


Figura 1.1. Polígonos de Thiessen. Cuenca del río Grande de Tárcoles, Costa Rica. Software: ArcView V3.2.

1.4 Estado de la temática en el extranjero

FRANCO (2012) plantea que en estos momentos, son dos las aplicaciones de CAD más extendidas en el universo informático. Por un lado está el tan conocido AutoCAD, y por otro su competencia directa, MicroStation. Existen programas especializados para los fines que estamos tratando que se integren con ambos programas, permitiendo realizar todo el trabajo sin necesidad de pasar por varias aplicaciones distintas. Entre estas podemos mencionar SiteWorks, originalmente diseñada para MicroStation pero ya disponible también para AutoCAD y TerraModeler, para MicroStation. La primera es de Intergraph y puede obtenerse copia de evaluación en las páginas que esta multinacional tiene en Internet (<http://www.intergraph.com>). La segunda puede adquirirse a través de BentleySystems Ibérica, junto al programa MicroStation completo.

Por su parte Felicísimo (2012) expone que la captación de la información altimétrica constituye, lógicamente, el paso inicial en el proceso de construcción del MDE, e incluye la fase de transformación de la realidad geográfica a la estructura digital de datos manipulable

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

por medios informáticos. Numerosos autores han coincidido en que esta fase inicial es la más costosa (en términos de tiempo y trabajo) de todo el proceso de manejo de los MDE. Por añadidura, se trata de la fase de mayor transcendencia ya que la calidad de su resultado es el principal factor limitante para todos los tratamientos que se realicen posteriormente. Tras la captación de los datos, estos deben ser estructurados de forma adecuada para el manejo por parte de las aplicaciones informáticas, lo cual puede realizarse de formas variadas, aún dentro del mismo esquema general (matricial, vectorial, etc.). A continuación analizaremos las principales alternativas que existen en la actualidad para realizar estas operaciones, hasta llegar al resultado de esta fase: un MDE preparado para ser sometido a las pruebas de control necesarias para la evaluación de su calidad, para la detección y corrección de errores.

Este autor considera que en la cartografía convencional la descripción de las elevaciones a través del mapa topográfico constituye la infraestructura básica del resto de los mapas. El papel equivalente en los MDT lo desempeña el modelo digital de elevaciones (MDE), que describe la altimetría de una zona mediante un conjunto de cotas. Siguiendo la analogía cartográfica, es posible construir un conjunto de modelos derivados, elaborados a partir de la información contenida explícita o implícitamente en el MDE. Los modelos derivados más sencillos pueden construirse exclusivamente con la información del MDE y reflejan características morfológicas simples (pendiente, orientación, etc.). Además añade que es posible elaborar otros modelos más complejos, utilizando conjuntamente auxiliar es posible elaborar otros modelos más complejos, utilizando conjuntamente la descripción morfológica del terreno y simulaciones numéricas de procesos físicos.

Según Priego y otros (2012), es importante tener en cuenta la adquisición de datos (Topografía, Fotogrametría, o Cartografía existente), que al fin y al cabo será una nube de puntos con coordenadas tridimensionales (X;Y;Z), que representen de manera fiel la superficie topográfica a representar. Esta nube de puntos, con distribución totalmente irregular, serán los datos de partida, cuyo procesamiento mediante algoritmos de cálculo, se utilicen para la formación del modelo digital del terreno. De esta forma, la superficie topográfica real se puede aproximar a una superficie matemática discreta formada por superficies elementales planas triangulares, y que se definen a partir de los puntos de coordenadas tridimensionales. Los

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

algoritmos que se utilizan para la formación de la malla de triángulos irregular, se basan fundamentalmente en la triangulación de Delaunay, o bien, en su estructura o bien, en su estructura dual, el diagrama de Voronoi; pues se trata de estructuras computacionales, que permiten la construcción de una triangulación óptima para la representación del terreno dual.

Fabián (2012) plantea que un modelo es un objeto, concepto o conjunto de relaciones que se utiliza para representar y estudiar de forma comprensible una porción de la realidad empírica. El modelo reproduce solamente algunas propiedades del objeto o sistema original que queda representado por otro sistema de menor complejidad. Tal simplificación se puede llevar a cabo de muchas maneras, en función de los objetivos que sea necesario cubrir al establecerlo. Los modelos se construyen para conocer o predecir propiedades del objeto real. La existencia de la relación simétrica entre modelo y realidad permite que un resultado relativo al modelo pueda traducirse en otro relativo al objeto real y permitir que las respuestas derivadas del modelo sean aplicables a la realidad sin perder sentido, dado que el modelo representa la realidad con una cantidad menor de información, existe un error inherente al proceso de modelización que puede ser reducido pero no eliminado.

López (1996) propone los sistemas de información, sistemas de ingenierías, las estructuras de la base de datos, los modelos digitales del terreno por método geográficos y otras cosas más, y afirma que la precisión del MDT depende principalmente de la geometría y del intervalo del muestreo y que la mejor geometría se obtiene a partir de triángulos irregulares, al ser esta la forma más simple y que mejor se puede ajustar a la topografía del terreno, mientras que el intervalo de muestreo depende fundamentalmente de la precisión del modelo, y ésta se fija con el criterio de que las superficies definidas por los triángulos formados se ajusten de tal forma al terreno que la separación entre el modelo analítico que defina el MDT y las formas topográficas sea inferior a la precisión impuesta. Y afirma que el método más operativo para crear la base de datos es el que se conoce bajo la denominación de TIN (Triangulate Irregular Network), el cual está constituido por triángulos irregulares cuyos vértices definen todos los cambios significativos que son precisos medir para lograr una correcta definición topográfica del terreno.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

Méndez y López (2010) realizaron un estudio comparativo de la exactitud vertical del modelo digital de elevación mundial ASTER GDEM para zonas del Uruguay, realizado como parte de una colaboración para su evaluación. Asimismo, se evalúa el MDE disponible en el Conjunto de Datos Provisorios de la IDE de Uruguay, elaborado por el MGAP a partir de las curvas de nivel digitalizadas por el MTOP de las cartas oficiales 1:50.000 del SGM. La comparación se realizó contra datos de campo asegurando así la independencia de las fuentes. Los resultados muestran que, de acuerdo al NSSDA, el modelo MGAP-CDP es más exacto que el ASTER GDEM y que la superficie de error es más suave.

Coelho & Libberger (2004) plantean que la información de pendientes es fundamental en lo que se refiere a la elaboración de los más variados mapas que abordan los riesgos de erosión. En función de eso, fue realizado un análisis de la precisión en el mapeo, con la intención de obtener un mapa de pendientes lo más cercano a la realidad. Fueron generados mapas de pendientes, a partir de información digitalizada a escala 1:100.000, de un área representativa de la cuenca empleando dos métodos: por medio del cálculo de pendientes mediante la utilización de un ábaco gráfico (considerando como cierta la veracidad terrestre) y realizando el cálculo de pendientes utilizando herramientas de análisis de modelos digitales de terreno (con mallas de resolución 5x5, 15x15, 20x20, 25x25 y 50x50 metros). Posteriormente, esos planos fueron cruzados y analizados utilizando un sistema de información geográfica (GIS) a nivel de precisión del mapeo, según las ecuaciones adaptadas de Mendonça (1980). Los mejores resultados se obtuvieron con un modelo digital de terreno con una resolución de celda de 15x15 metros (71,50%), siendo esta, por consiguiente, la resolución final escogida en la confección del mapa de pendientes para toda el área de estudio. La prueba realizada se mostró satisfactoria para la obtención del análisis de la precisión del mapeo, en la confección del mapa de pendientes del terreno a través del GIS. De haber necesidad de una mayor precisión en la determinación de las clases de pendientes en algún proyecto más específico, el dato deberá ser obtenido a través del ábaco manual.

Pérez & Francois (2008) evaluación de los errores de modelos digitales de elevación obtenidos por cuatro métodos de interpolación, afirma que son pocos los estudios enfocados en la evaluación de los errores inherentes a los modelos digitales de elevación (MDE), y *Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.*

Michael Entombo Bosala

evalúa los errores de los MDE obtenidos por diferentes métodos de interpolación (ARC/INFO, IDRISI, ILWIS y NEW-MIEL) y con diferentes resoluciones, con la finalidad de obtener una representación del relieve más precisa. En este estudio, que se llevó a cabo con base en curvas de nivel cada 50 m en una zona montañosa, la resolución más idónea fue de 30 m.

En el análisis de calidad de un Modelo Digital de Elevaciones generado con distintas técnicas de interpolación de Morillo y otros (2002) se plantea que el Modelo Digital de Elevaciones como definición esquemática del relieve del terreno, tiende a ser una representación fiel, en tanto, los algoritmos interpolantes consigan estimaciones correctas. La prolongación del MDE se extiende a toda una serie de modelos derivados que pueden ser un buen soporte de otras variables biofísicas, que también pueden verse afectadas por el error. El error y la fiabilidad del MDE con distintos algoritmos de interpolación, y su contraste en función del número y la calidad de los puntos de control es el objetivo de esta comunicación. Los autores analizan 6 modelos de interpolación: Spline, Kriging, IDW, Topogrid, Vecinos naturales y TIN. Afirman que no existen diferencias significativas (0.01) entre la aplicación de los distintos algoritmos analizados, por lo que se puede interpretar que las curvas de nivel en esta zona abrupta aportan información suficiente para una correcta definición del relieve. El número de puntos de control incide en la fiabilidad (error en la estimación del error) de la media (EM) que hace que esta varíe entre $\pm 0,12$ m y $\pm 0,16$ m según el nivel de confianza (95% y 99% respectivamente).

1.5 Estado de la temática en Cuba

Téllez (2012) propone un procedimiento para el diseño geométrico de caminos mineros con el software AutoCAD Civil 3D. Elaboró un procedimiento integral que permite incorporar nuevos métodos para diseñar caminos mineros para las empresas de proyectos, demostrando su factibilidad en trabajos realizados en las minas del noreste holguinero. La aplicación del procedimiento propuesto permitió tomar decisiones concretas con respecto al diseño del vial de la nueva planta de ferroníquel. Se demostró con el procedimiento la elevada precisión en el diseño de viales con AutoCAD Civil 3D, además de la considerable disminución en el costo por concepto de errores técnicos.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

Según Belete (1997), gran parte de la diferencia del volúmen calculado por topografía y las informadas por la planta se debe a la inexactitud de construcción de los Modelos Digitales del terreno, pero no estableció una estrategia de cómo resolver el problema, tampoco propone hacer un estudio de los MDT en yacimientos dependientes abruptas.

Este mismo autor (2004), realizó un trabajo de investigación en una granja de Sabaneta, Guantánamo, donde demostró que el MDT en montaña con pendientes abruptas, pierde precisión. El autor realizó la interpolación de las curvas de nivel utilizando los 9 métodos de interpolación del Surfer-4, y posteriormente construyendo el modelo a mano, en cuya comparación determinó el cruzamiento de las curvas de nivel, decayendo la exactitud del modelo.

Otros investigadores cubanos, tales como Legrá (2014), Batista (2013) y Herrera (2013), realizaron investigaciones parecidas, llegando a las mismas conclusiones.

La respuesta a la interrogante de qué método de interpolación -de los doce que comprende el sistema profesional SURFER-10- alcanza mayor precisión en la modelación digital de elevaciones, específicamente, en terrenos montañosos como los de los yacimientos lateríticos del noreste de la provincia de Holguín, donde las pendientes predominantes son mayores de 30% y, por tanto, no se conoce con exactitud el error de representatividad del relieve, fue tratado por Calaña y Belete (2014). Para el desarrollo del trabajo partieron de un mapa base con curvas de nivel a equidistancia de 5m y a escala 1:10 000, a partir de esta data se generan las rejillas con cada método de interpolación, luego se obtienen los residuos entre la data y cada uno de los modelos y se determinan el error medio, el error medio cuadrático (EMC), la desviación estándar, la varianza y el error estándar en cada caso y afirman que el mejor modelo obtenido para esta data es el generado por el interpolador Funciones de Bases Radiales (FBR), pues el EMC de esta rejilla no es significativamente mayor que el del correspondiente al Método Modificado de Shepard (MMS) -el menor EMC de todos- y en cambio, el error estándar del modelo (FBR) es menor que el del modelo generado por el (MMS). Además, el mapa de curvas de nivel de este modelo ofrece mejores resultados en cuanto a la coincidencia con el mapa base.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

La interpolación lineal con triangulación es un método idóneo para obtener el modelo digital del terreno cuando se conocen valores de algunas cotas topográficas en puntos de un área geográfica; sin embargo, solo pueden interpolarse puntos incluidos en la frontera convexa de la proyección de los puntos medidos y no se puede cuantificar mediante alguna fórmula el error de interpolación, por lo que no es posible evaluar la calidad de los resultados, lo que depende de cierta relación entre el muestreo topográfico y la variabilidad de la superficie, investigado por Legrá y otros (2014). Se presenta un procedimiento para complementar la triangulación sobre la región rectangular mínima que contiene los puntos, así como un índice para cuantificar el error geométrico que se comete cuando se interpola el valor de la cota en un punto cualquiera perteneciente a dicha malla, y finalmente propone un índice eficaz para evaluar el error geométrico de interpolación lineal con triangulación de Delaunay.

El estudio de la exactitud del MDT tratado por Entombo (2013) muestra que no todos los interpoladores que ofrece el Surfer se pueden utilizar, es el caso de los interpoladores, vecino natural, métrica de los datos, polinomio local, regresión polinomio, vecino más cercano, promedio mudanza, el método de la distancia inversa. Sin embargo, la triangulación por interpolación lineal, kriging, modificado de shepard, curvatura mínima y función de la base radial, si cumplen con esa condición y son los que escogemos para la comparación con el modelo realizado a mano, para obtener mayor similitud con el terreno natural, y mejorar la precisión de los cálculos de los trabajos topográficos y mineros, pero no realizo el análisis estadístico ni valoro, las potencialidades del métodos de triangulación por interpolación lineal.

En los trabajos revisados en Cuba y en el extranjero no existe evidencia de la construcción de Modelos Digitales del Terreno, donde se consideren la pendiente del relieve superior a 30% y demuestre la precisión obtenida con la utilización de los interpoladores del SURFER-10.

El volúmen de mineral extraído en los yacimientos lateríticos cubanos queda afectado por la inexactitud de construcción del MDT cuando las pendientes del relieve son abruptas.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

1.6. Método de interpolación del Surfer

El Surfer10 contempla los siguientes métodos de interpolación:

1. Modelo generado por el método de **Distancia inversa**
2. Modelo generado por el método **Kriging**
3. Modelo generado por el método **Mínima Curvatura**
4. Modelo generado por el método Modificado de **Shepard**
5. Modelo generado por el método **Vecinos Naturales**
6. Modelo generado por el método **Vecinos más cercanos**
7. Modelo generado por el método **Regresión Polinomial**
8. Modelo generado por el método **Funciones de bases radiales**
9. Modelo generado por el método **Triangulación con interpolación Lineal**
10. Modelo generado por el método **Media Móvil**
11. Modelo generado por el método **Métrica de Datos**
12. Modelo generado por el método **Polinomios Locales**

1. Modelo generado por el método de la Distancia Inversa

Es uno de más sencillos y eficientes, el valor de cada nodo se determina a partir de un conjunto de datos vecinos. Se utilizan los puntos vecinos al nodo que se va a calcular y les asigna un peso o valor de acuerdo a su proximidad.

2. Modelo generado por el método Kriging

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

Garantiza la mínima varianza de la estimación, es decir, reduce al mínimo la varianza del error de la estimación.

3. Modelo generado por el método Mínima Curvatura

La mínima curvatura genera la posible superficie más lisa mientras intentan honrar sus datos tan estrechamente como sea posible. Este método no es un interpolador exacto, sin embargo. Esto significa que sus datos no siempre se honran exactamente.

4. Modelo generado por el método Modificado de Shepard

Este método, como tal, es similar a la Distancia Inversa a un interpolador de Potencia, pero tiene el uso mínimo de cuadrados locales. Puede ser un interpolador exacto o suavizador

5. Modelo generado por el método Vecinos Naturales

Este método, es uno de los métodos más importantes, lo cual se forma un triángulo, polígono cerrado con los puntos según sus datos, también comparten el vértice. El algoritmo de interpolación consiste para obtener un promedio, donde sus pesos son proporcionales al área.

6. Modelo generado por el método Vecinos más cercanos

Este método asigna los datos más cercanos para cada nodo que se calcula, también es útil para los datos regularmente espaciados. Se debe tener cuidado para aplicarlo porque es un método sumamente simple y eficaz para rellenar los agujeros en los datos.

7. Modelo generado por el método Regresión Polinomial

Se utiliza para definir tendencias de gran potencia y modelos en sus datos. Este no es realmente un método de interpolación ya que no está diseñado para estimar valores en áreas sin datos. Este método se utiliza también para definir el patrón general de variación espacial del set de datos.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

8. Modelo generado por el método Funciones de bases radiales

Es un grupo diverso de métodos de interpolación de datos y produce una superficie lisa. Este, conocido también como el método “Multicuádrica” es considerado como el mejor de todos.

Todos los métodos de funciones de bases radiales son interpoladores exactos, por lo cual ellos intentan honrar sus datos. Se utilizan la siguiente ecuación:

$$B(h) = (h^2 + R^2)^{0.5}$$

9. Modelo generado por el método Triangulación con interpolación Lineal

Es un método idóneo para obtener el modelo digital del terreno cuando se conocen valores de algunas cotas topográficas en puntos de un área geográfica; sin embargo, solo pueden interpolarse puntos incluidos en la frontera convexa de la proyección de los puntos medidos y no se puede cuantificar mediante alguna fórmula el error de interpolación, por lo que no es posible evaluar la calidad de los resultados, lo que depende de cierta relación entre el muestreo topográfico y la variabilidad de la superficie. Se presenta un procedimiento para complementar la triangulación sobre la región rectangular mínima que contiene los puntos.

10. Modelo generado por el método Media Móvil

Este método no se recomienda para generar mapas de conjunto de datos de tamaño pequeño y moderado. Sin embargo, es una herramienta útil por caracterizar e investigar conjunto de datos espaciales grandes y muy grandes.

11. Modelo generado por el método Métrica de Datos

La colección de métodos métricas de datos es crear rejillas de información sobre los datos en una base del nodo por nodo. Los métodos métricas de datos no son, en general, interpoladores de promedio pesado de los valores de Z. Por ejemplo, puede obtener la información como:

- El número de puntos de los datos usado para interpolar cada nodo de la rejilla.
- Si el número de puntos de los datos usado está aproximadamente igual en cada nodo de la rejilla, entonces la calidad de la rejilla a cada nodo de la rejilla puede interpretarse.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

- La desviación estándar, varianza, el coeficiente de variación, y desviación absoluta del mediano de los datos a cada nodo de la reja. Éstas son medidas de la variabilidad en el espacio de la reja, y son la información importante para el análisis estadístico.

12. Modelo generado por el método Polinomios Locales

Este método, asigna los valores a los nodos de la reja usando unos menores cuadrados pesados encajados con los datos dentro de la elipse de la búsqueda del nodo de la reja.

CAPITULO II. ESTUDIO DE LOS MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN DEL SURFER

2.1 Introducción

Para el desarrollo de esta investigación se tomó como material una hoja cartográfica (Escala 1:10000) de un área perteneciente a la zona de los yacimientos lateríticos de Moa, en la provincia de Holguín, cuyo relieve se caracteriza por la presencia dependientes con valores que alcanzan hasta 30%.

Los métodos utilizados fueron los 12 interpoladores matemáticos implícitos en el programa Surfer-10 y algunos elementos de estadística descriptiva -para valorar los resultados- como el Error Medio Cuadrático (EMC), el Error Estándar (EE) y otros.

Para la determinación de la precisión del MDT se confeccionó el plano topográfico del yacimiento con la interpolación de curva de nivel a mano, se comparó con los MDT obtenidos por los 12 interpoladores del Surfer-10.

Secuencia propuesta:

1. Preparación de la base de datos.
2. Construcción del mapa de la base de datos.
3. Generación de los modelos a partir de los doce métodos de interpolación.
4. Construcción de los mapas de curvas de nivel de los modelos, superposición sobre el mapa base y comparación de la coincidencia entre ellos.
5. Obtención de los residuos entre los puntos de la data y los de la rejilla.
6. Cálculo de los elementos de estadística descriptiva de cada modelo.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

2.2 Preparación de la base de datos

La data se confeccionó a partir de una hoja cartográfica digitalizada de la región a escala 1:10000 con las líneas hidrográficas definidas con gran claridad. De esta manera se preparó el fichero que comprendió 7446 puntos con coordenadas X; Y; Z tomados sobre los vértices de las curvas de nivel y de las líneas de quiebre.

2.3 Construcción del mapa de la base de datos

A través del comando *New Base Map* del *Surfer-10* y cargando el fichero de la data se genera el mapa base, tal como se muestra en la figura 2.1. Donde se puede apreciar la representación de las curvas de nivel con una equidistancia de 5 m y la presencia bien definida de las líneas hidrográficas o líneas de quiebre.

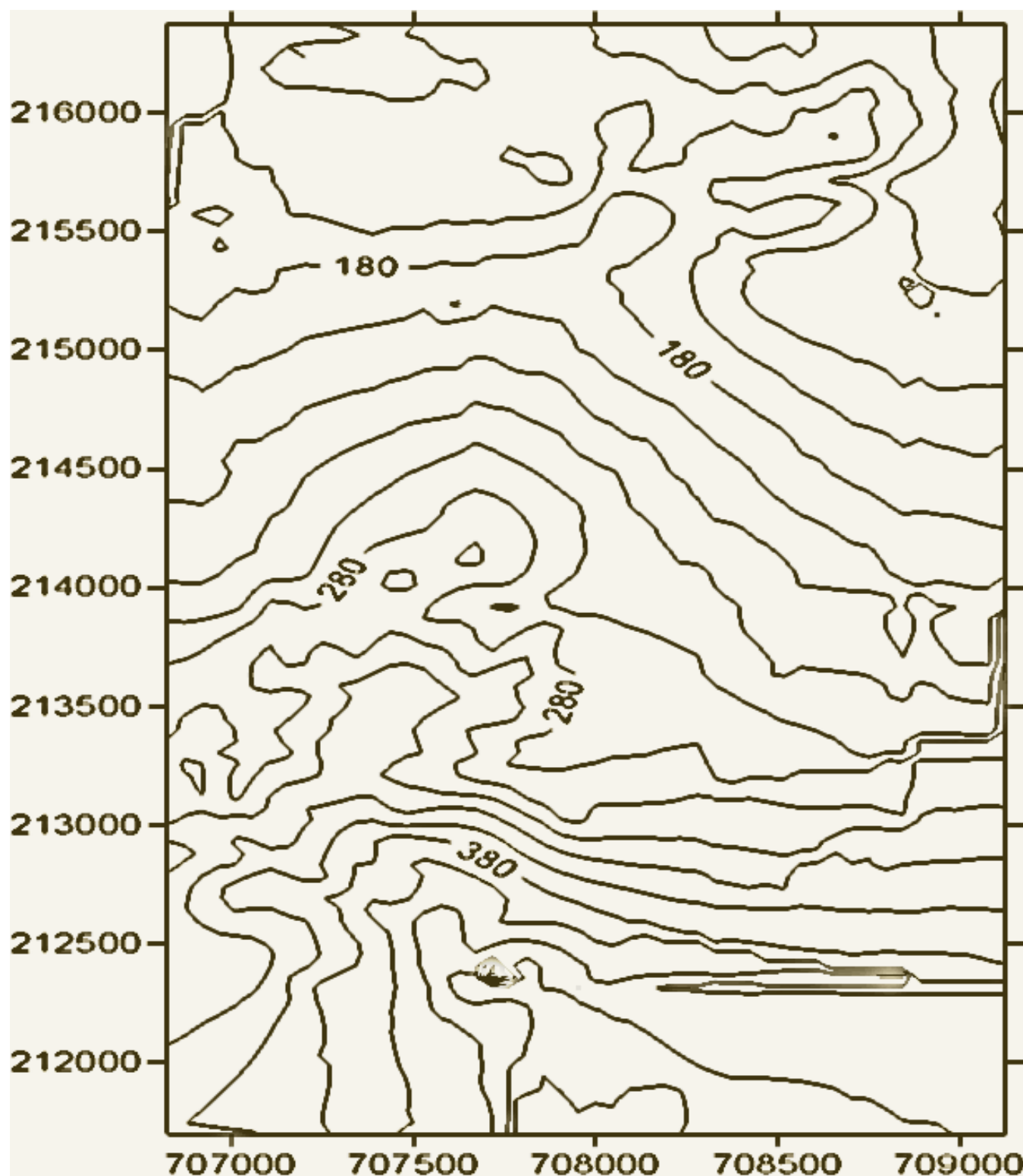


Figura 2.1. Mapa de la base de datos (Modelo construido a mano).

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

2.4 Generación de los modelos a partir de los doce métodos de interpolación

Con el uso del comando *Data* del menú *Grid* se generaron los doce modelos a partir de cada uno de los métodos de interpolación del SURFER-10, definiendo un espaciamiento de 10 m por las ordenadas y 10 m por las abscisas para construir la rejilla. Para establecer las opciones avanzadas en cada método, se fueron variando sus parámetros (los valores de las rejillas por los ejes de las ordenadas y de las abscisas) hasta llegar a obtener el mejor modelo en cada caso.

Estos, una vez que se generaban, se guardaban como ficheros de rejillas con extensión *.grd* en el ordenador para posteriormente representarlos mediante mapas de curvas de nivel y extraer la información estadística necesaria.

2.5 Construcción de los mapas de los modelos, superposición sobre el mapa base

Los mapas de curvas de nivel se obtuvieron a través del menú *Map*, comando *New*, opción *ContourMap* y cargando cada uno de los ficheros de rejillas con extensión *.grd* generados anteriormente. A continuación, cada uno de ellos fue superpuesto sobre el mapa base (en color negro) con el objetivo de evaluar visualmente la coincidencia de las curvas de nivel del modelo con las de la data.

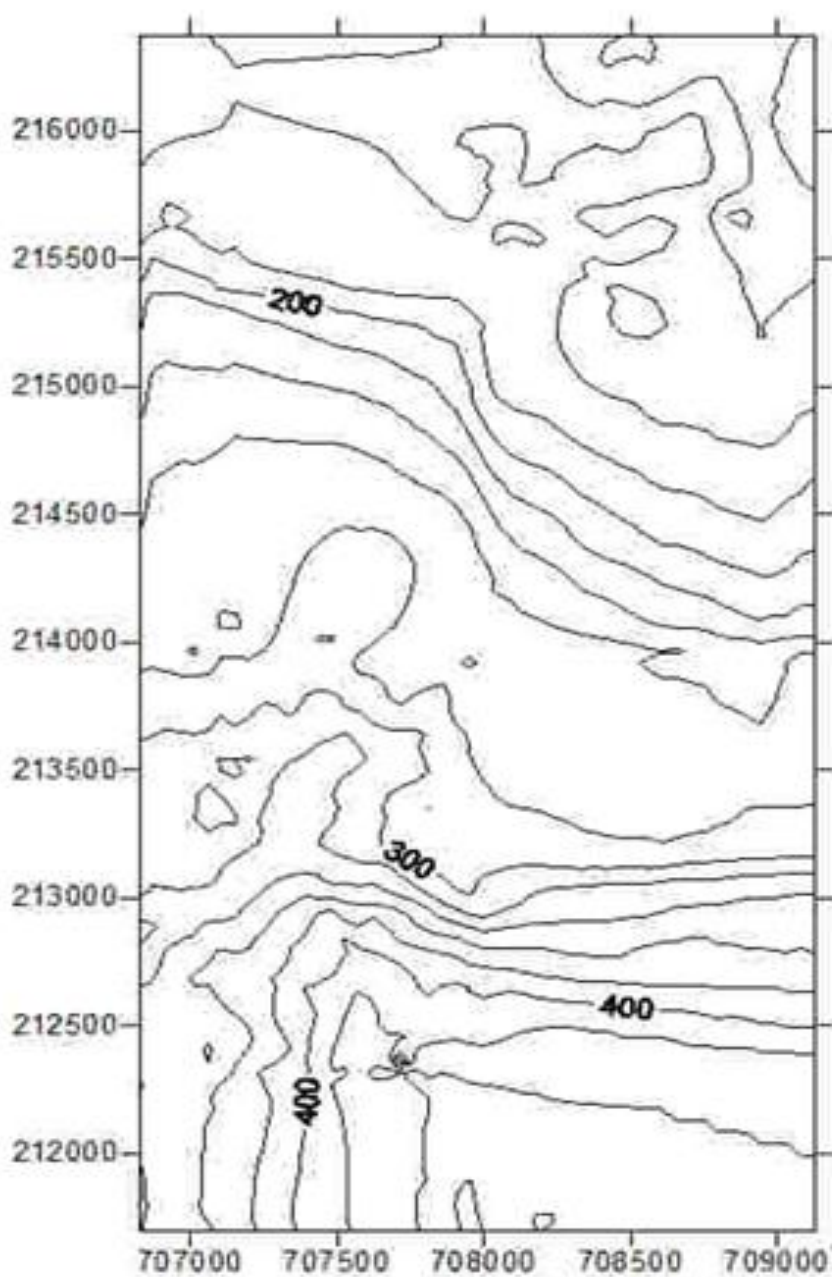


Figura 2.2. Modelo Digital del Terreno generado a través del método de la Distancia Inversa

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

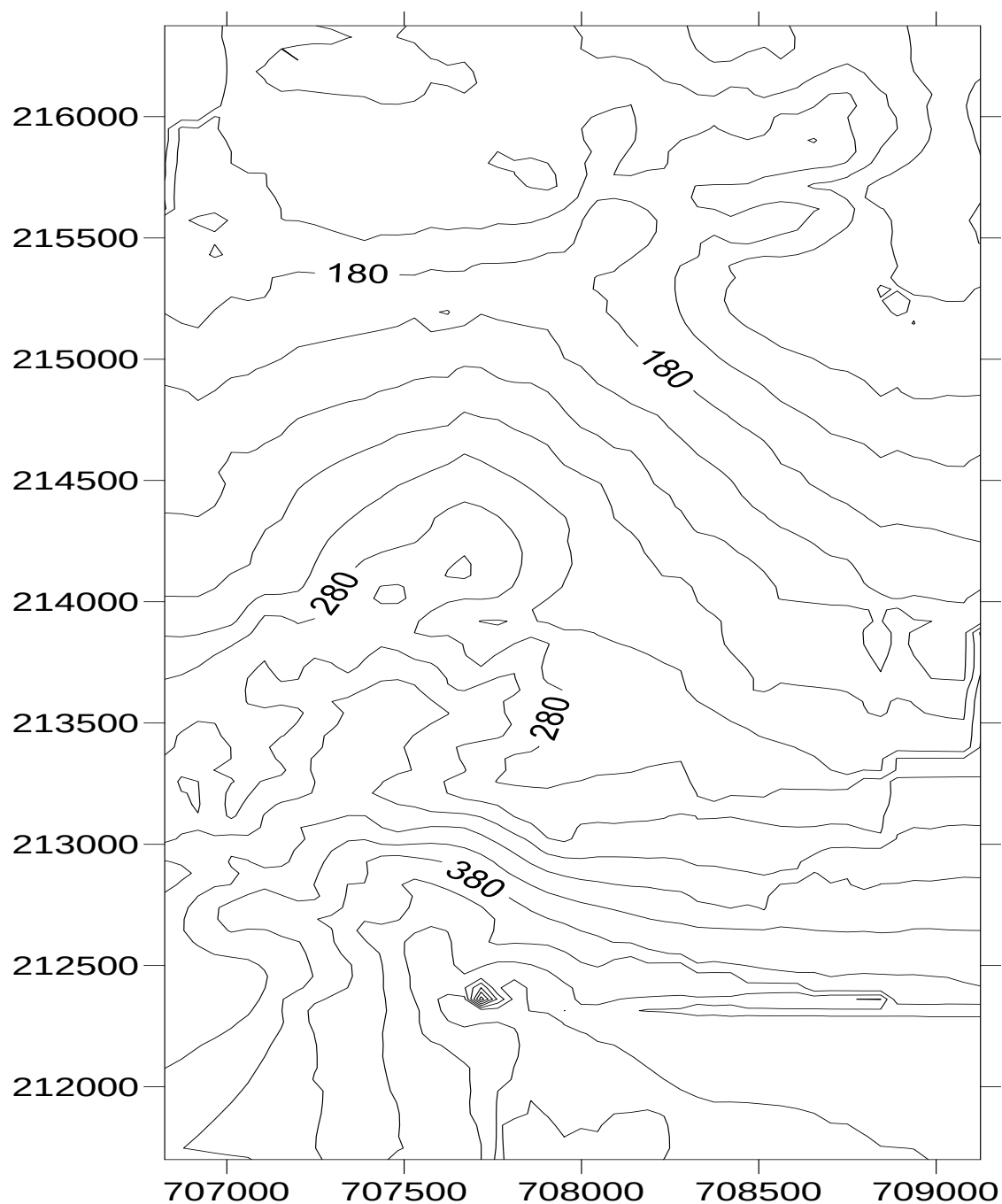


Figura 2.3. Modelo Digital del Terreno generado a través del método de Kriging

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

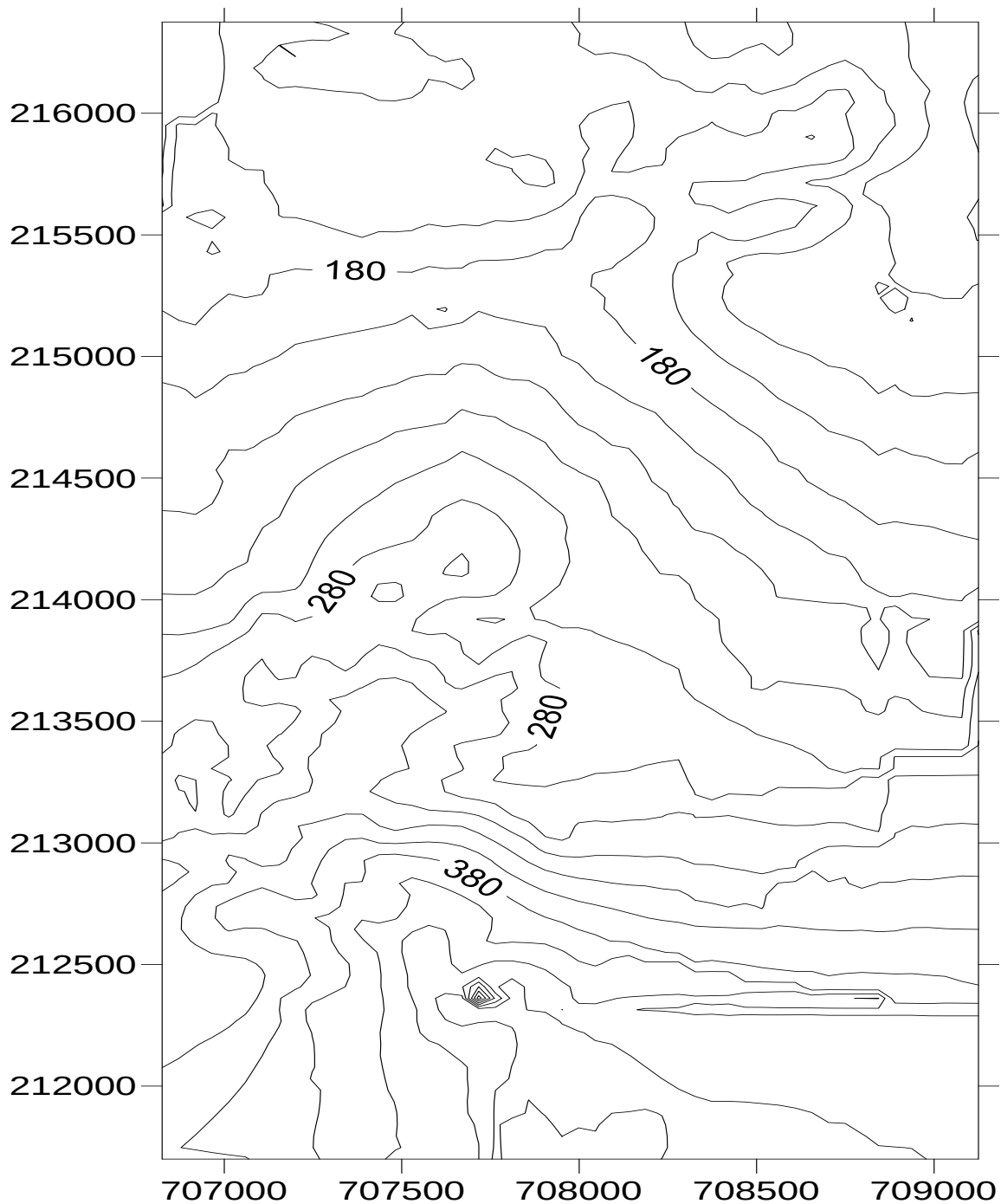


Figura 2.4. Modelo Digital del Terreno generado a través del método de la Mínima curvatura

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateritico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

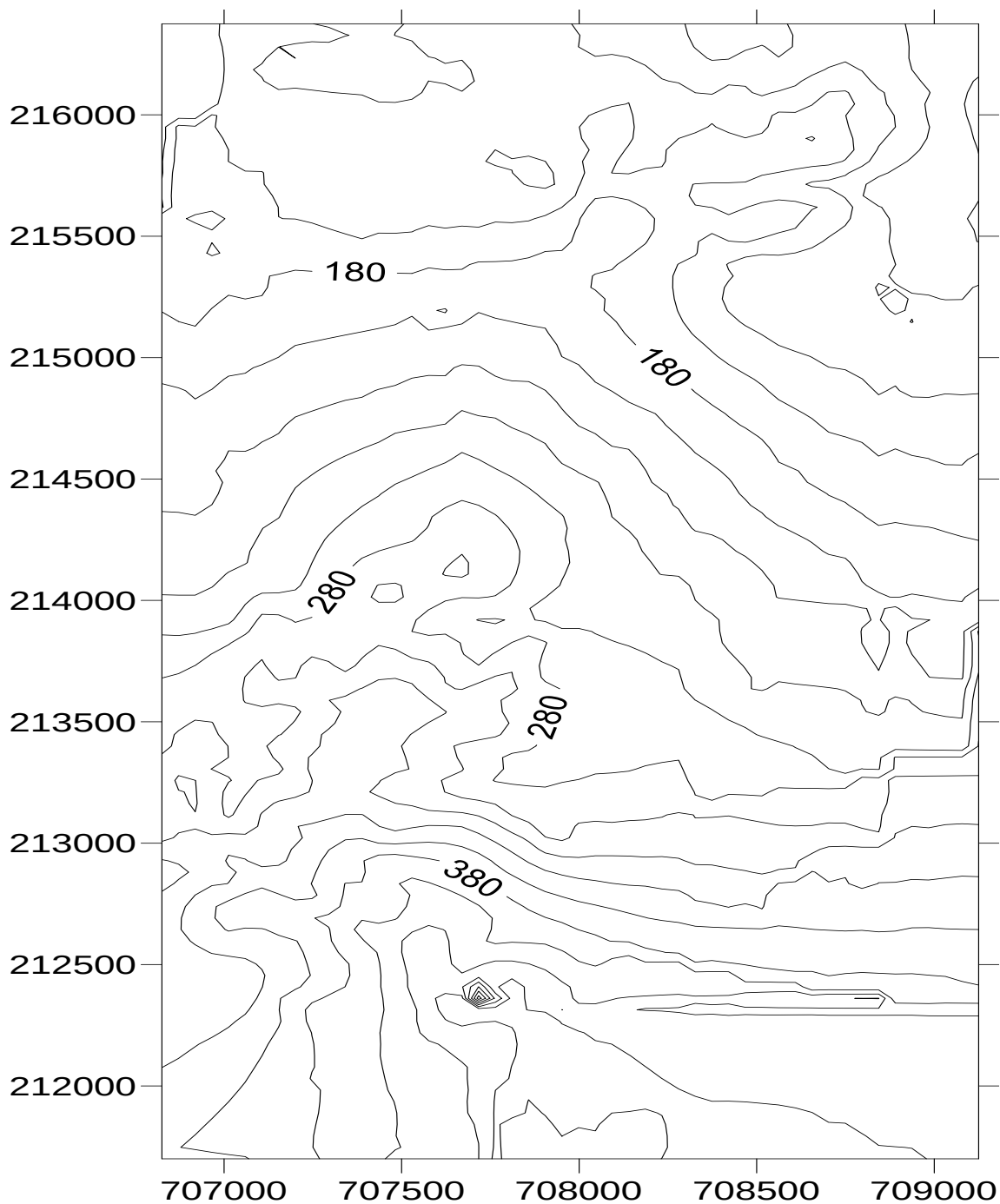


Figura 2.5. Modelo Digital del Terreno generado a través del método Modificado de Shepard

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

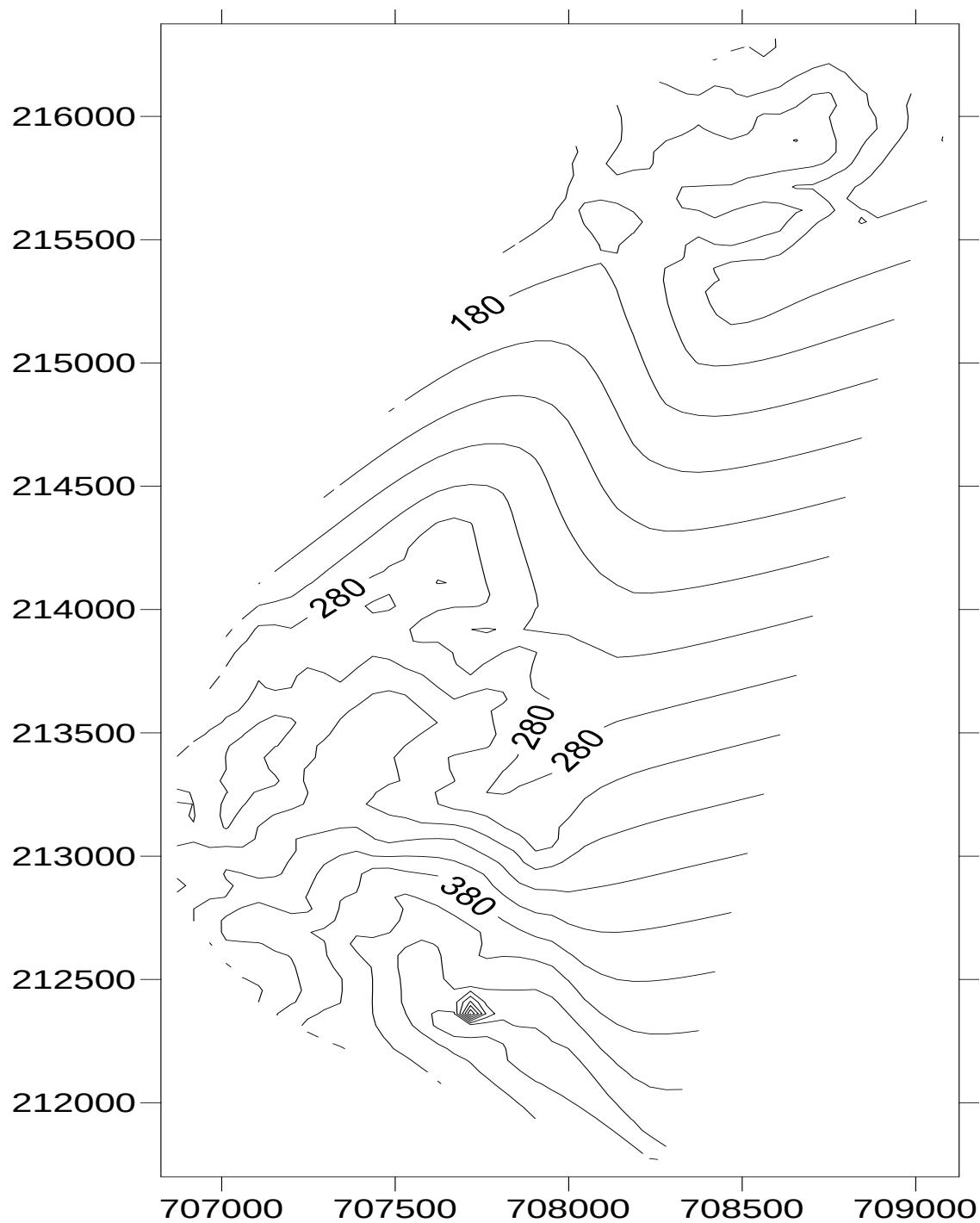


Figura 2.6. Modelo Digital del Terreno generado a través del método Vecinos Naturales

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

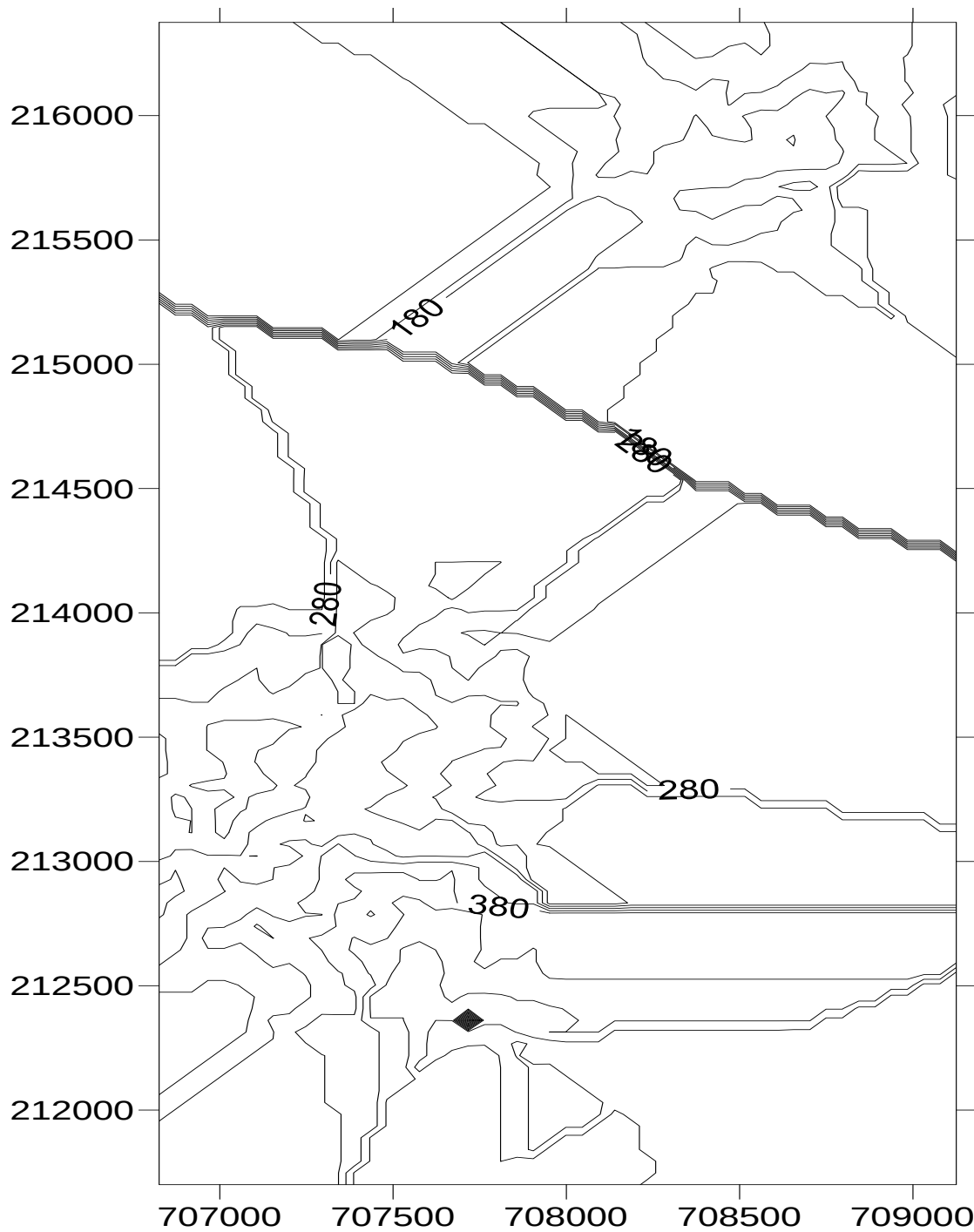


Figura 2.7. Modelo Digital del Terreno generado a través del método de Vecinos más cercanos

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

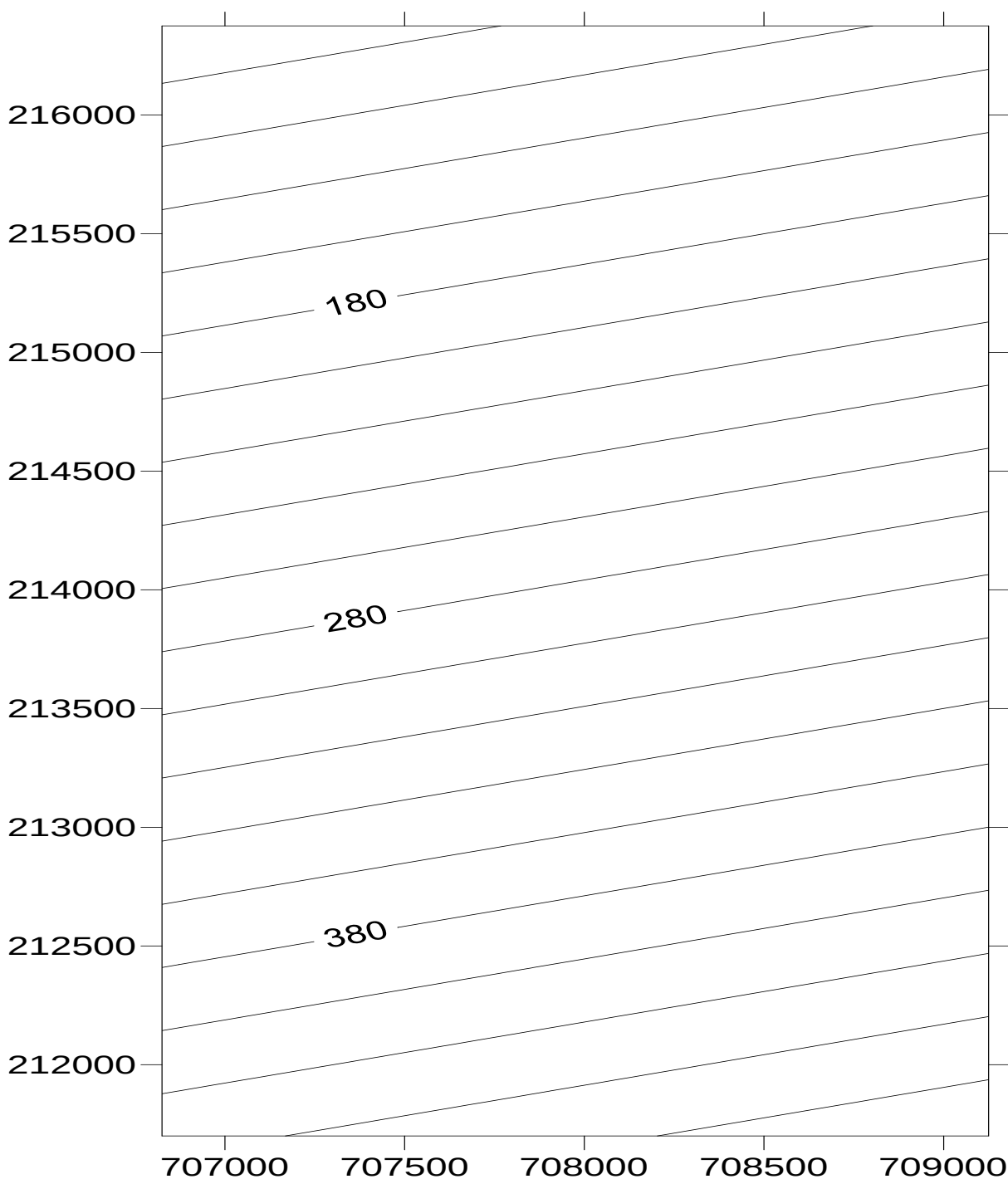


Figura 2.8 Modelo Digital del Terreno generado a través del método Regresión polinomial

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

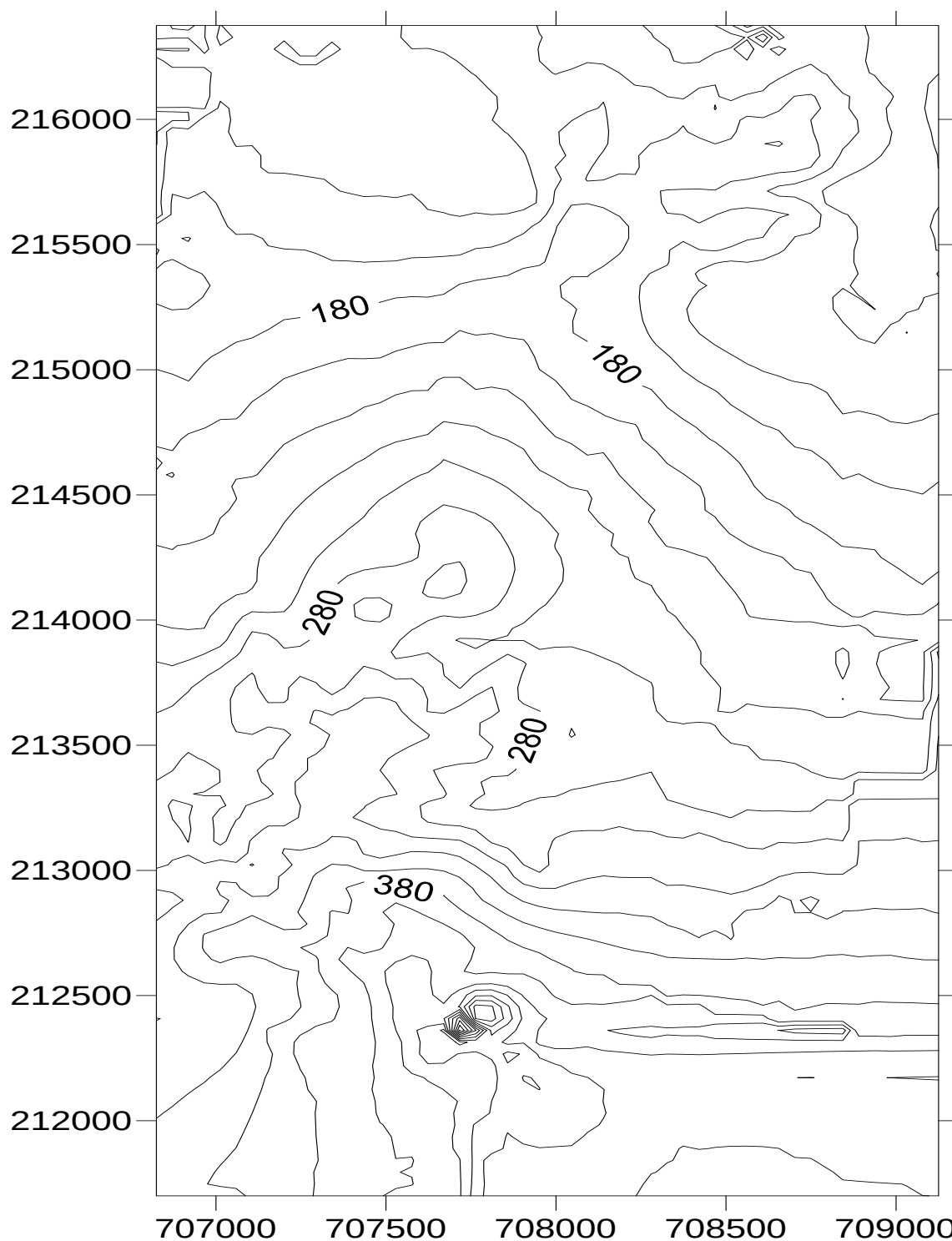


Figura 2.9 Modelo Digital del Terreno generado a través del método de Funciones de bases radiales

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

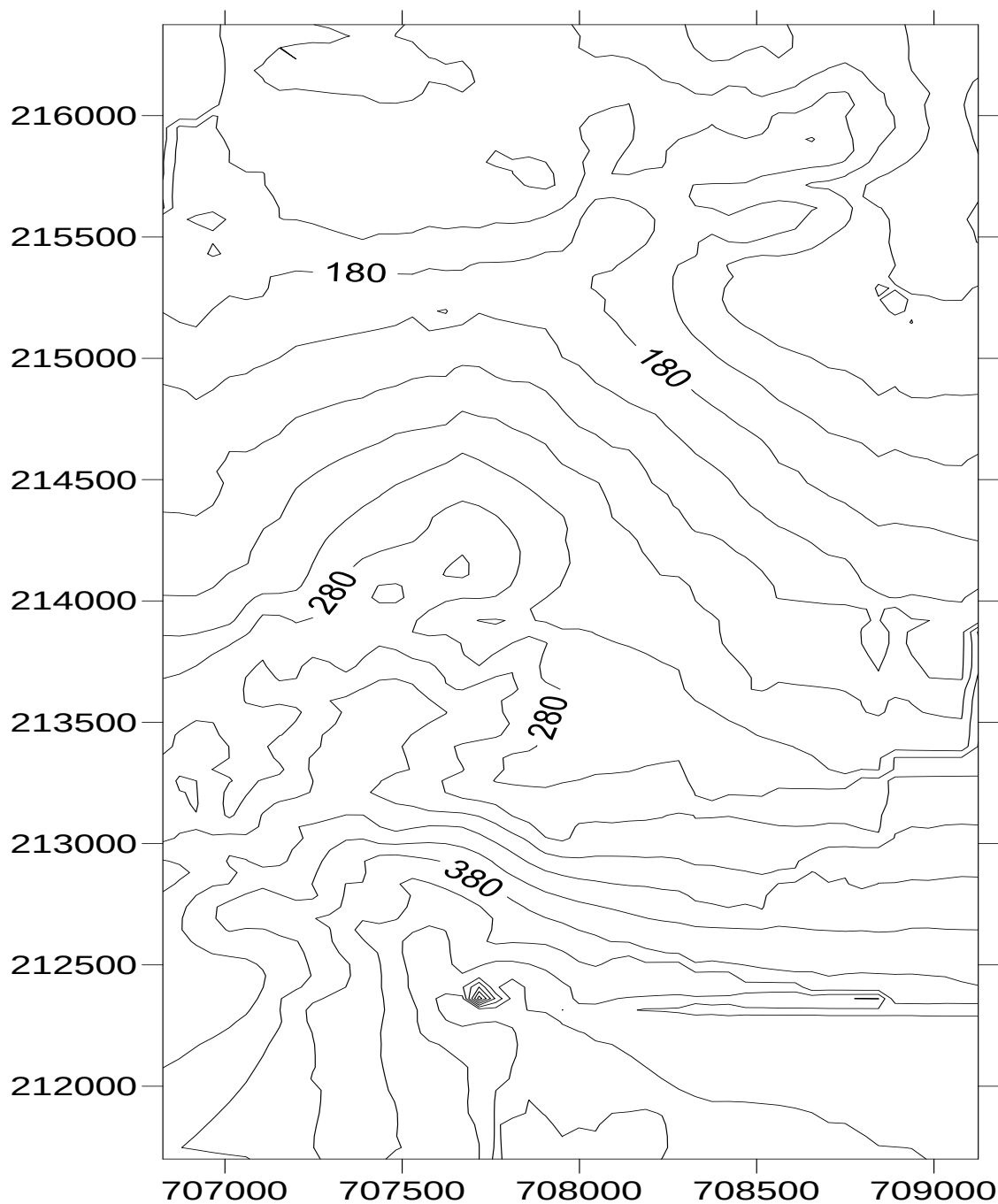


Figura 2.10.Modelo Digital del Terreno generado a través del método Triangulación con interpolación lineal

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateritico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

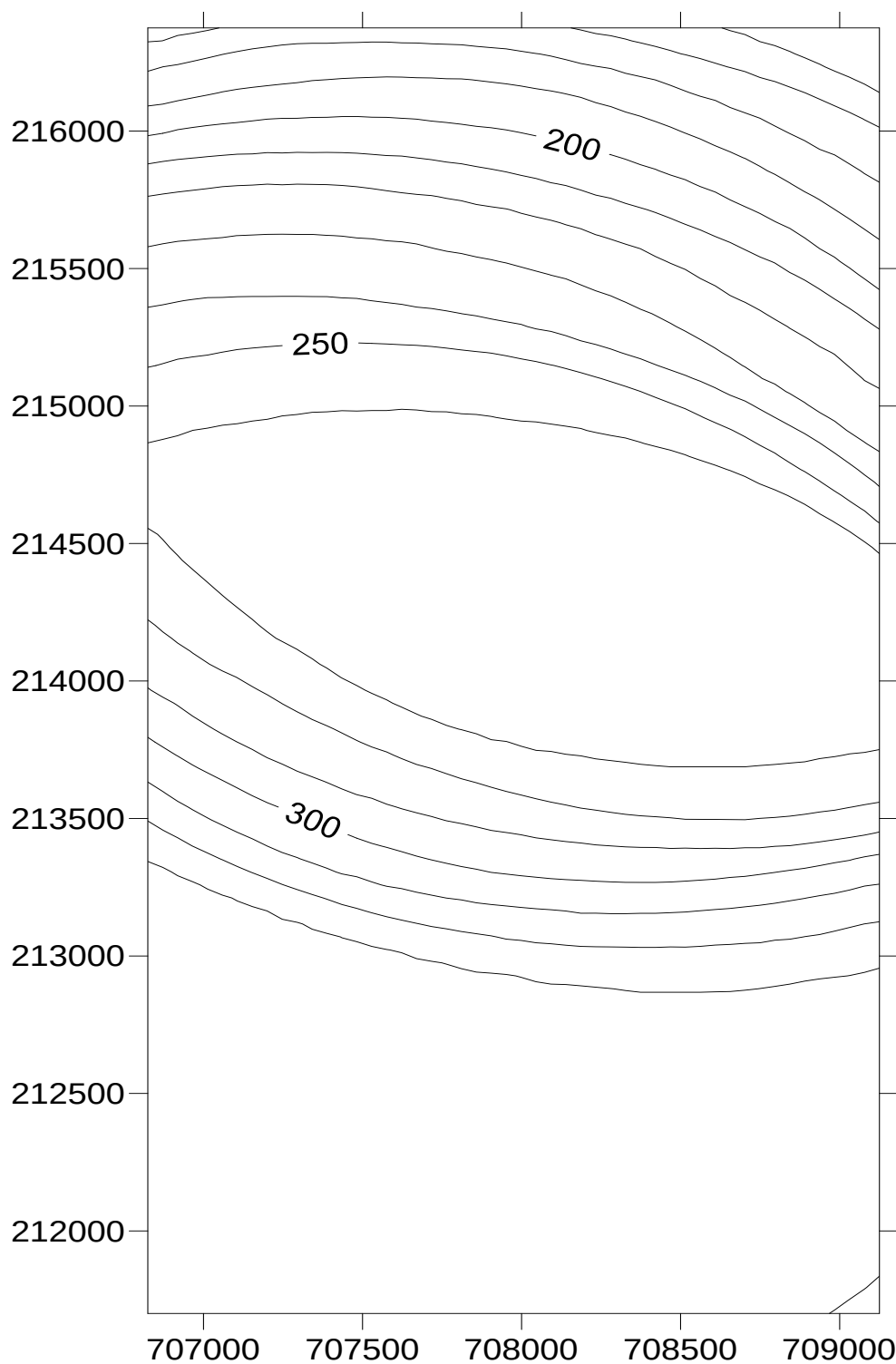


Figura 2.11. Modelo Digital del Terreno generado a través del método de la Media Móvil

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

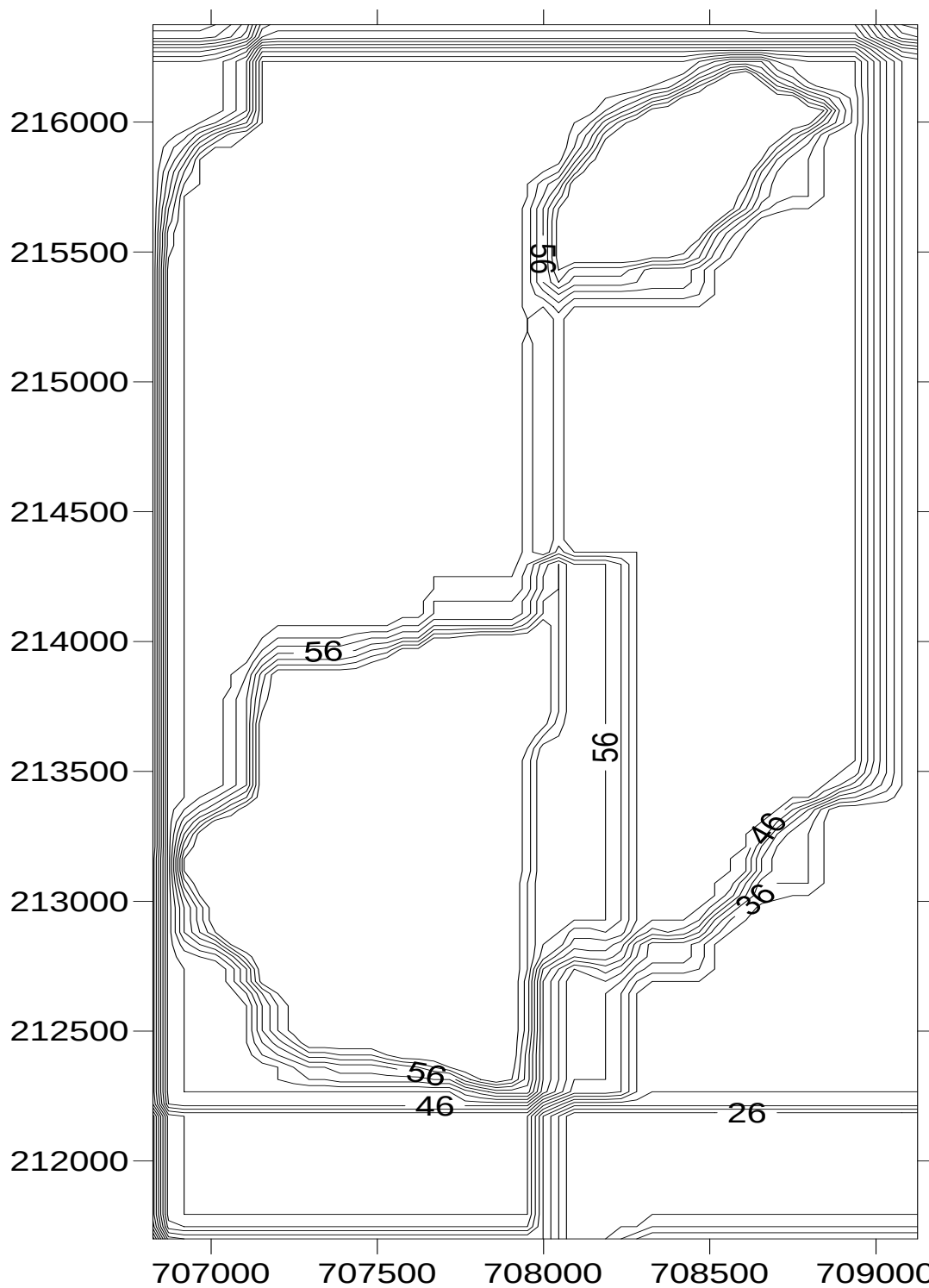


Figura 2.12. Modelo Digital del Terreno generado a través del método Métrica de datos

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

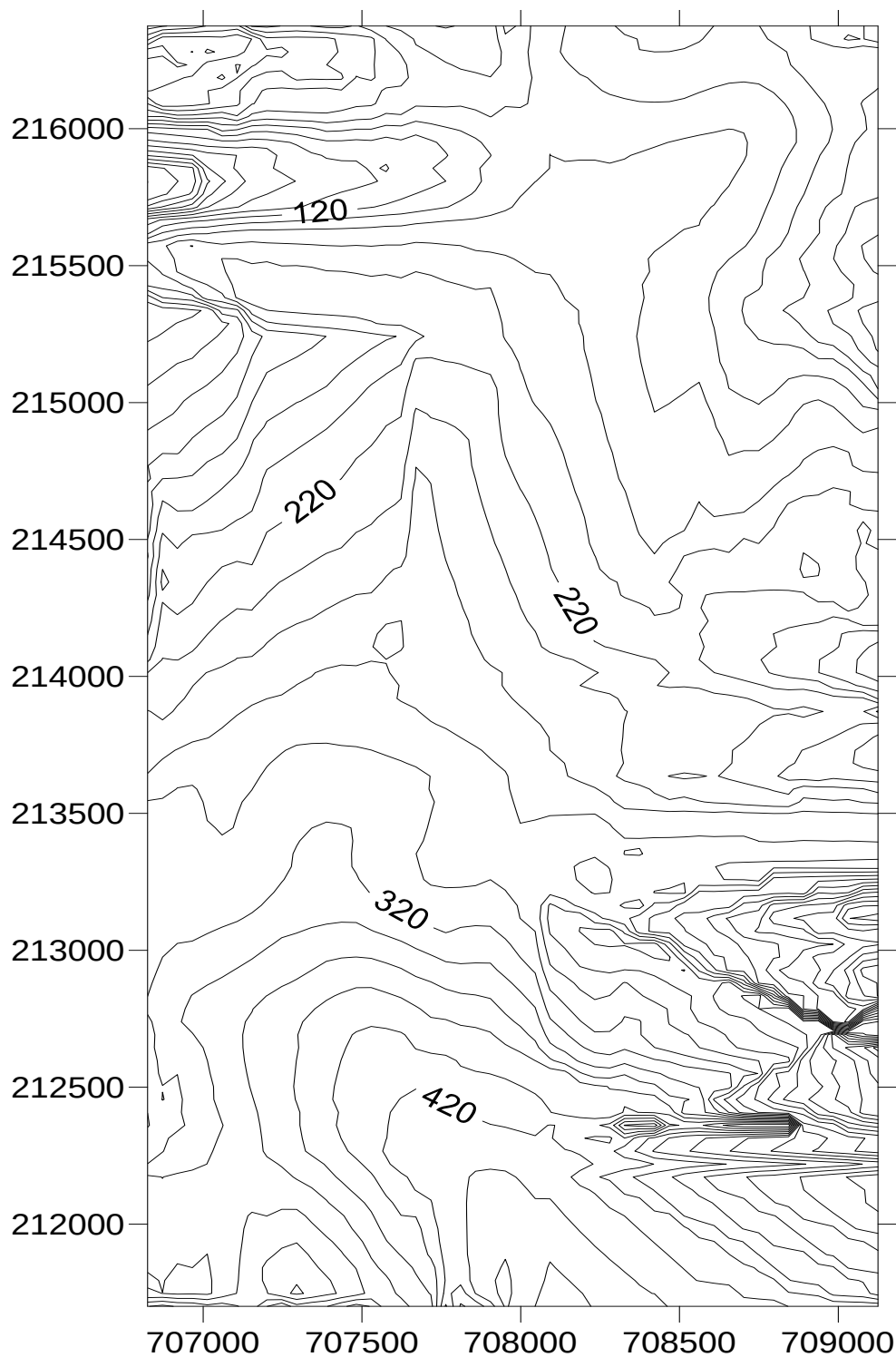


Figura 2.13. Modelo Digital del Terreno generado a través del método Polinomios locales

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

2.6 Obtención de los residuos entre los puntos de la data y los de la rejilla

Para obtener los residuos entre las alturas de los puntos de la data y las de los puntos generados en los cinco mejores modelos (Kriging, Triangulación con Interpolación Lineal, Funciones de Bases Radiales, Mínima Curvatura y el Método Modificado de Shepard) se usó del menú Grid, el comando Residuals.

Al activar esta opción, se seleccionaron el fichero de la rejilla con extensión .grd y el fichero de la data (en este caso BLN) a analizar en cada caso y se asignó una columna en el fichero de la base de datos para colocar los residuos. A continuación se abre un nuevo espacio de trabajo Sheet donde se muestran las coordenadas de la data y los residuos calculados.

2.7 Cálculo de los elementos de estadística descriptiva de cada modelo

Estos valores de residuos se copiaron y se colocaron en una hoja Excel, donde, a partir de ellos, se calcularon el Error Medio (EM), el Error Medio Cuadrático (EMC), la Desviación Estándar (DE), la Varianza (V) y el Error Estándar (EE) mediante las expresiones 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 y 2.5 respectivamente.

$$EM = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} (Z_i^{estimada} - Z_i^{real}) \quad (2.1)$$

$$EMC = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} (Z_i^{estimada} - Z_i^{real})^2 \quad (2.2)$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} ((Z_i^{estimada} - Z_i^{real}) - EM)^2} \quad (2.3)$$

$$V = \sigma^2 \quad (2.4)$$

$$EE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.5)$$

Los resultados obtenidos del cálculo de la estadística descriptiva se resumen en la tabla 2.1:

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

Tabla 2.1. Elementos de estadística descriptiva calculados

Parámetros estadísticos	Métodos de interpolación				
	Kriging	TIN	Funciones Radiales	Mínima Curvatura	M. M. Shepard
EM (m)	-0,00434	-0,00042	-0,00453	0,02587	-0,01062
EMC (m)	0,0045	0,00534	0,00374	0,00944	0,00322
DE (m)	0,15096	0,21205	0,10440	0,16999	0,66350
V	0,02279	0,04497	0,01090	0,02889	0,44024
EE (m)	0,00175	0,00246	0,00121	0,00197	0,00769

Se obtuvo por primera vez, como resultado novedoso, que los modelos que más se ajustan al mapa base fueron los generados por los métodos Kriging, Triangulación con Interpolación Lineal, Funciones de Bases Radiales, Mínima Curvatura y el Método Modificado de Shepard, (ver figuras 2.3, 2.4, 2.5, 2.9 y 2.10), aunque en el último caso se aprecia la presencia de curvas concéntricas, lo cual no concuerda con el terreno real, así que este modelo se considera como no representativo del relieve.

Se determinó la precisión de los métodos de interpolación del Surfer-10 en la construcción de los MDT en el yacimiento La Delta, partiendo de datos provenientes de relieves con pendiente mayor de 30% y haciendo uso de los estadísticos descriptivos, tales como el Error Medio Cuadrático, la Desviación Estándar, el Error Estándar y otros.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

CAPÍTULO III. ANALISIS DE MÉTODO DE INTERPOLACIÓN LINEAL CON TRIANGULACIÓN

3.1 Introducción

De los 12 métodos de interpolación analizados, solo 5 presentan mayor precisión, es decir que los modelos se ajustan mejor al relieve del terreno.

De los 5 métodos de interpolación de curva de nivel seleccionados, como de mayor precisión, el modelo interpolación lineal con triangulación posee un error medio menor que los de más (ver tabla 2.1). Es por eso que escogimos este método para hacer el análisis más profundo.

La interpolación lineal con triangulación es un método idóneo para obtener el modelo digital del terreno cuando se conocen valores de algunas cotas topográficas en puntos de un área geográfica.

La Interpolación Lineal con Triangulación (ILT) constituye un método idóneo para la modelación de superficies (Fallas 2007) cuando se conocen los valores de las n cotas Z_i en los puntos de medición $P_i = (X_i; Y_i)$ del plano XY donde $i=1,2,\dots, n$ tal que $n>2$.

El método de interpolación lineal con triangulación de Delaunay presupone que se tienen los puntos $M = \{(x_j; y_j; z_j), j=1,\dots, m\}$ y que sobre ellos se tiene una triangulación de Delaunay. Para cada punto $E = (E_x; E_y)$ de una malla rectangular cuyos vértices son los puntos P_1, P_2, P_3, P_4 , se quiere estimar el valor de Z , o sea: E_z . En este caso tienen los siguientes pasos:

1. Determinar a qué triángulo de MDT pertenece el punto $E=(x; y)$. Esto es cierto para el triángulo de vértices $A = (A_x; A_y)$, $B = (B_x; B_y)$ y $C = (C_x; C_y)$ si se cumple la siguiente relación entre las áreas de los triángulos implicados:

$$\frac{\text{Área}_{ABC}}{\text{Área}_{ABE} + \text{Área}_{AEC} + \text{Área}_{EBC}} = 1$$

2. Hallar el plano $P_x + Q_y + R_z = S$, que pasa por los puntos $A_e = (A_x; A_y; A_z)$, $B_e = (B_x; B_y; B_z)$ y $C_e = (C_x; C_y; C_z)$. Para ello se agrupa convenientemente el resultado que se obtiene al desarrollar el determinante (Bronshtein, 2007):

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

$$\begin{vmatrix} x - A_x & y - A_y & z - A_z \\ B_x - A_x & B_y - A_y & B_z - A_z \\ C_x - A_x & C_y - A_y & C_z - A_z \end{vmatrix} = 0$$

Si las proyecciones de los puntos A_e , B_e y C_e en el plano XY son todas diferentes, entonces $R \neq 0$.

3. El valor de E_z se obtiene evaluando E_x y E_y en la ecuación del plano, o sea (Bronshtein 2007).

$$E_z = \frac{S - P E_x - Q E_y}{R}$$

La figura 3.1 ilustra el procedimiento explicado

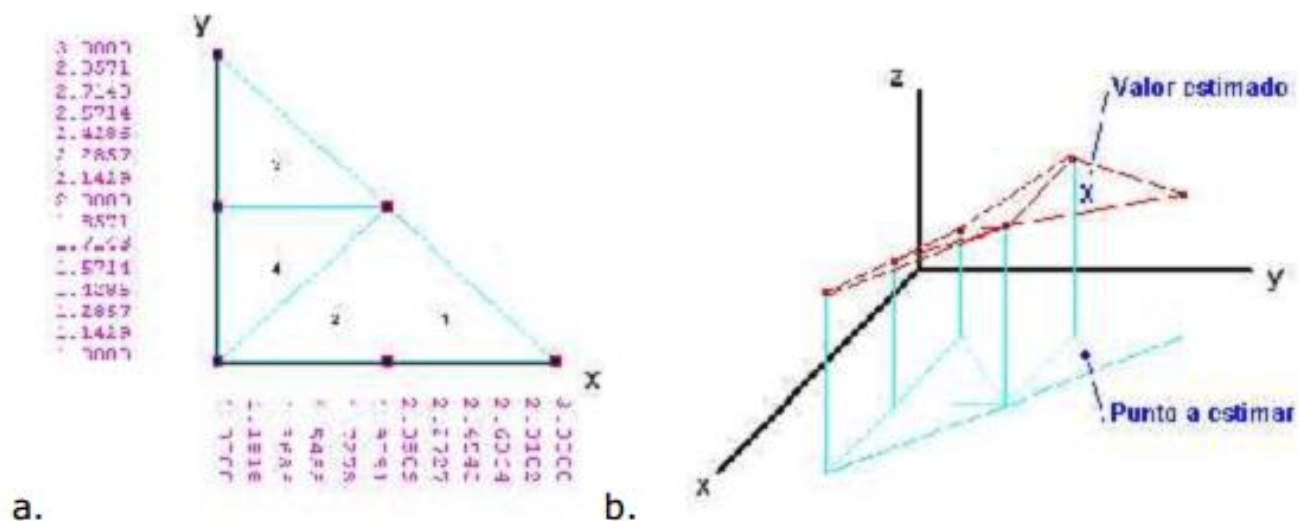


Figura 3.1. (a) Triangulación de Delaunay. (b) estimación del valor de Z en un punto del triángulo 3.

Cuando el triángulo es interior a la frontera convexa P , el error de interpolación ε puede evaluarse teniendo en cuenta las relaciones geométricas entre los datos y el punto donde se estima (figura 3.2a):

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

- El ángulo Φ de inclinación del plano (positivo y en radianes)
- El radio ρ de la circunferencia circunscrita OT del triángulo que contiene al punto a estimar (x;y)
- La distancia euclidiana plana λ que se calcula entre el punto a estimar (x; y) y el centro de OT. Teniendo en cuenta que $\rho_{\max}$ es el máximo de los radios de las circunferencias circunscritas:

$$\phi = \frac{2}{\pi} \arccos \left(\frac{|R|}{\sqrt{P^2 + Q^2 + R^2}} \right)$$

Se propone utilizar el siguiente índice a dimensional (índice de interpolación) (Legrá, 2015) que estima el error geométrico de interpolación:

$$\varepsilon = \phi \left| \frac{\lambda - \rho}{\rho_{\max}} \right| \quad \text{Donde } \varepsilon \text{ está entre } 0 (\lambda = \rho \text{ o } \phi = 0) \text{ y } 1 (\lambda = 0, \rho = \rho_{\max} \text{ y } \phi = 1). \quad (3.5)$$

Donde:

ϕ - Angulo del plano;

ρ - Radio de la circunferencia,

$\rho_{\max}$ - Radio máximo de la circunferencia.

(3.6)

Que está entre 0 ($\lambda = D_{1e}$ o $\lambda = D_{2e}$ o $\phi = 0$) y 1 ($\lambda = 0$, $D_{1e}D_{2e} = \rho_{\max}^2$ y $\phi \rightarrow 1$).

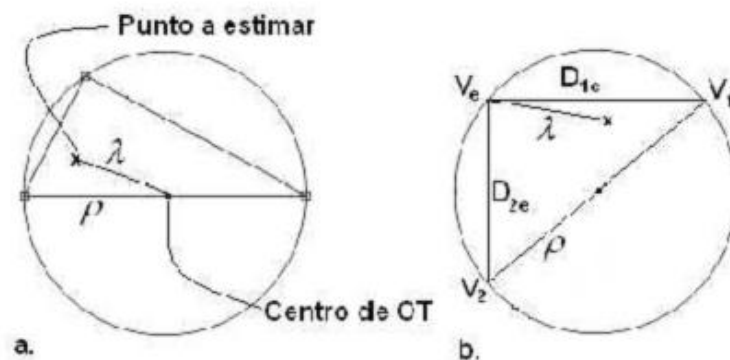


Figura 3.2. Radio ρ y distancia λ en triángulos interior (a) y exterior (b).

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

Y en cual menos error.

Hay más errores donde no hay datos y en mayores pendientes. En los triángulos más grandes, los errores son mayores, por eso hay que construir triángulos pequeños.

Este error depende del error de inclinación del plano y de la posición del punto P, e indica en qué lugar hay más error

Es necesario precisar que en el presente trabajo, para la estimación de este error geométrico de interpolación ϵ , no se incluyen los factores relacionados con la exactitud de los datos medidos por topografía, que sin dudas también tienen una importante influencia en los resultados (Batista y Belete, 2013).

3.2 Caso de estudio

En un área del yacimiento laterítico-ferro niquelífero de Punta Gorda, de la empresa Comandante Ernesto Che Guevara, se han realizado mediciones topográficas (x, y, z) durante un levantamiento con fines de control de la minería. Los resultados del levantamiento (conjunto M de puntos) se muestran en la tabla 3.1. Nótese que las coordenadas E y las coordenadas N están referidas respecto a un sistema de coordenadas local. Las cotas Z se refieren a la altura del terreno con respecto al nivel del mar.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

Tabla 3.1. Datos del levantamiento topográfico

X(m)	Y(m)	Z(m)	X(m)	Y(m)	Z(m)	X(m)	Y(m)	Z(m)
707746.996	213613.326	309.179	708500.025	216250.032	125.567	708450.106	216199.895	128.128
706949.445	213349.544	310.511	708599.982	216250.065	119.729	708549.95	216200.049	121.41
707350.556	213251.362	330.975	708374.996	216224.991	119.423	708599.943	216349.946	117.946
707749.071	213315.089	287.611	708425.005	216224.995	120.798	708524.916	216324.931	113.314
708424.982	216274.944	112.685	708474.982	216224.983	127.689	708574.957	216324.965	112.785
708475.006	216275.039	119.62	708525.037	216224.942	123.056	708450.026	216300.038	111.076
708524.988	216274.989	122.142	708574.916	216225.057	121.736	708549.997	216300.081	115.512
708775.032	216274.995	136.296	708625.001	216375.014	128.416	708174.973	215974.979	157.229
708699.975	216250.026	133.263	708674.951	216374.989	129.291	708224.945	215974.951	149.333
708624.941	216225.025	126.211	708625.034	216324.963	126.576	708274.906	215974.949	144.96
708674.975	216224.979	129.881	708674.952	216324.952	127.404	708100.008	215950.008	170.632
708725.049	216224.958	137.337	708649.996	216299.999	126.456	708200.011	215950.002	150.64
708775.016	216225.057	139.604	708625.029	216275.038	124.831	708300.052	215950.005	152.117
708649.986	216199.987	131.272	708675.014	216274.985	128.009	708074.958	215924.961	170.09
708749.987	216200.023	142.358	708125.007	215975.008	165.708	708125.057	215925.001	165.22

3.3 Resultados

Aplicando el procedimiento descrito se obtuvo la triangulación de Delaunay (Figura 3.3) y los triángulos que completan el área de la malla rectangular.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

Triangulación Delaunay en zona de trabajo

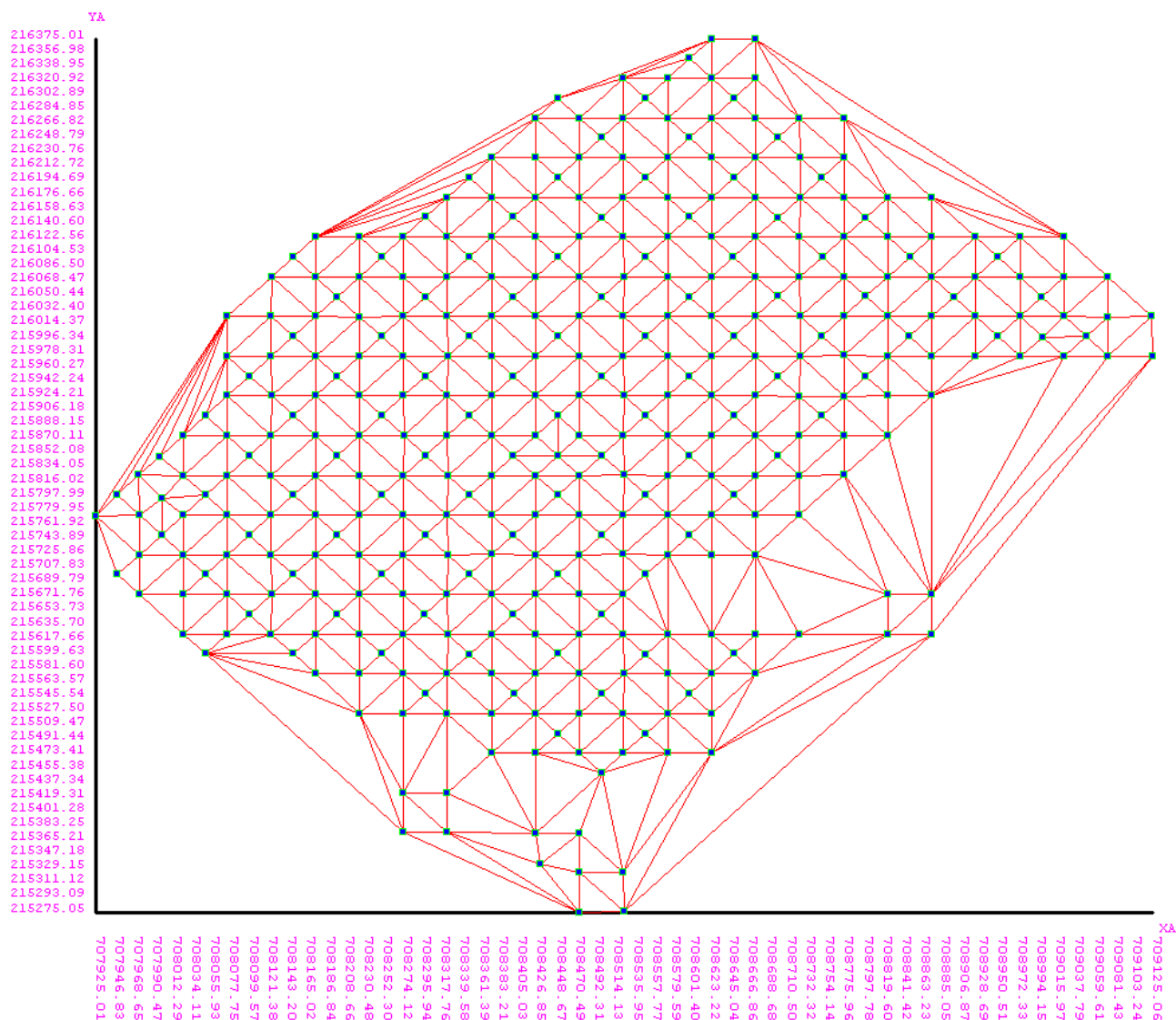


Figura 3.3. Triangulación de Delaunay para el caso de estudio.

Tomando una malla que tiene $X_{min}=267$ m; $X_{max}=300$ m; $Y_{min}=267$ m; $Y_{max}=300$ m, $n_x=40$ y $n_y=40$, y aplicando el procedimiento de interpolación lineal, se obtiene una malla de 1 600 puntos que se pueden graficar, tal como se muestra en la Figura 3.3.

Estimación en 2D

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

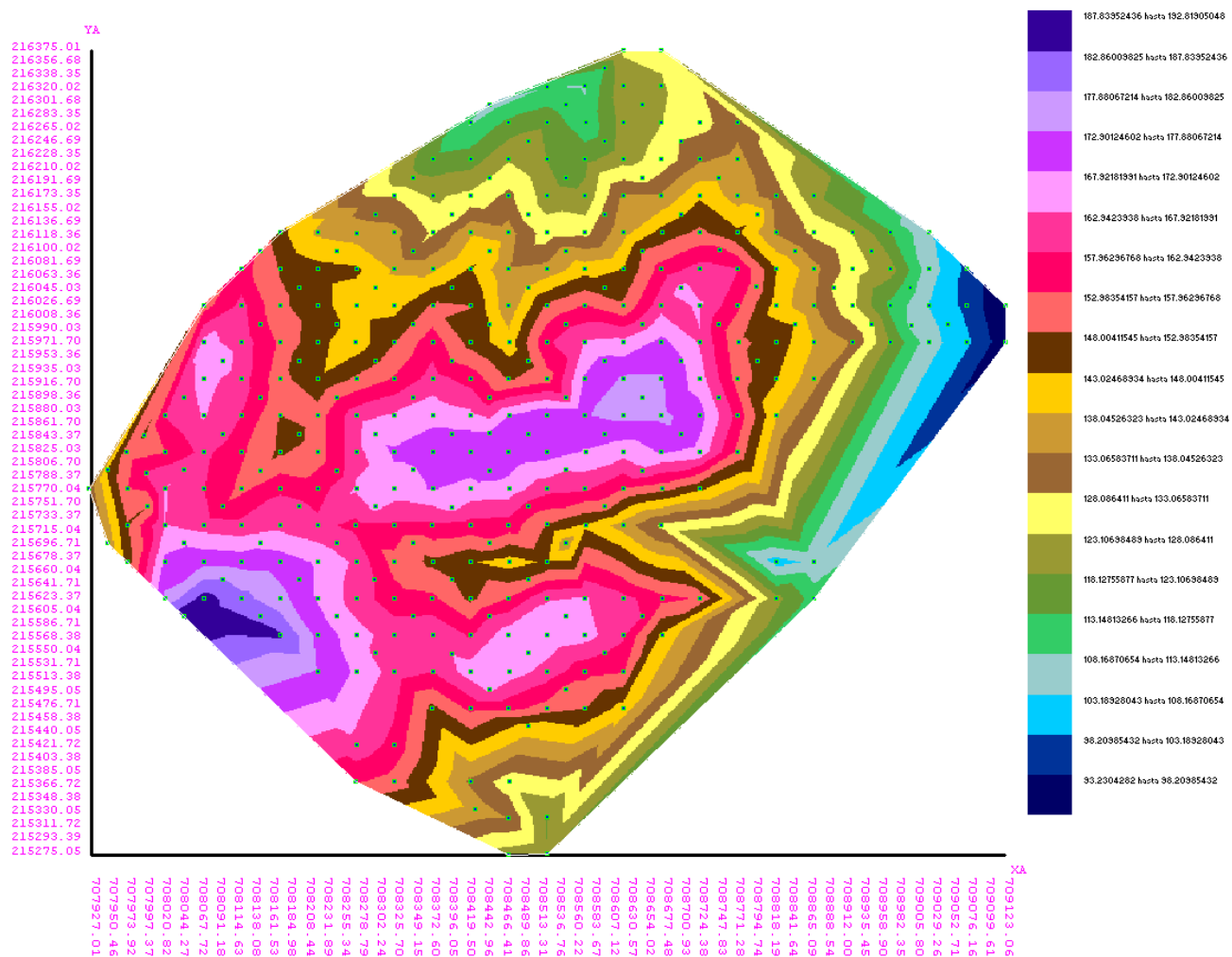


Figura 3.4.Triangulacion Delaunay construida a partir de la interpolación. Los puntos representan en 2D los datos de la tabla 3.1.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateritico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

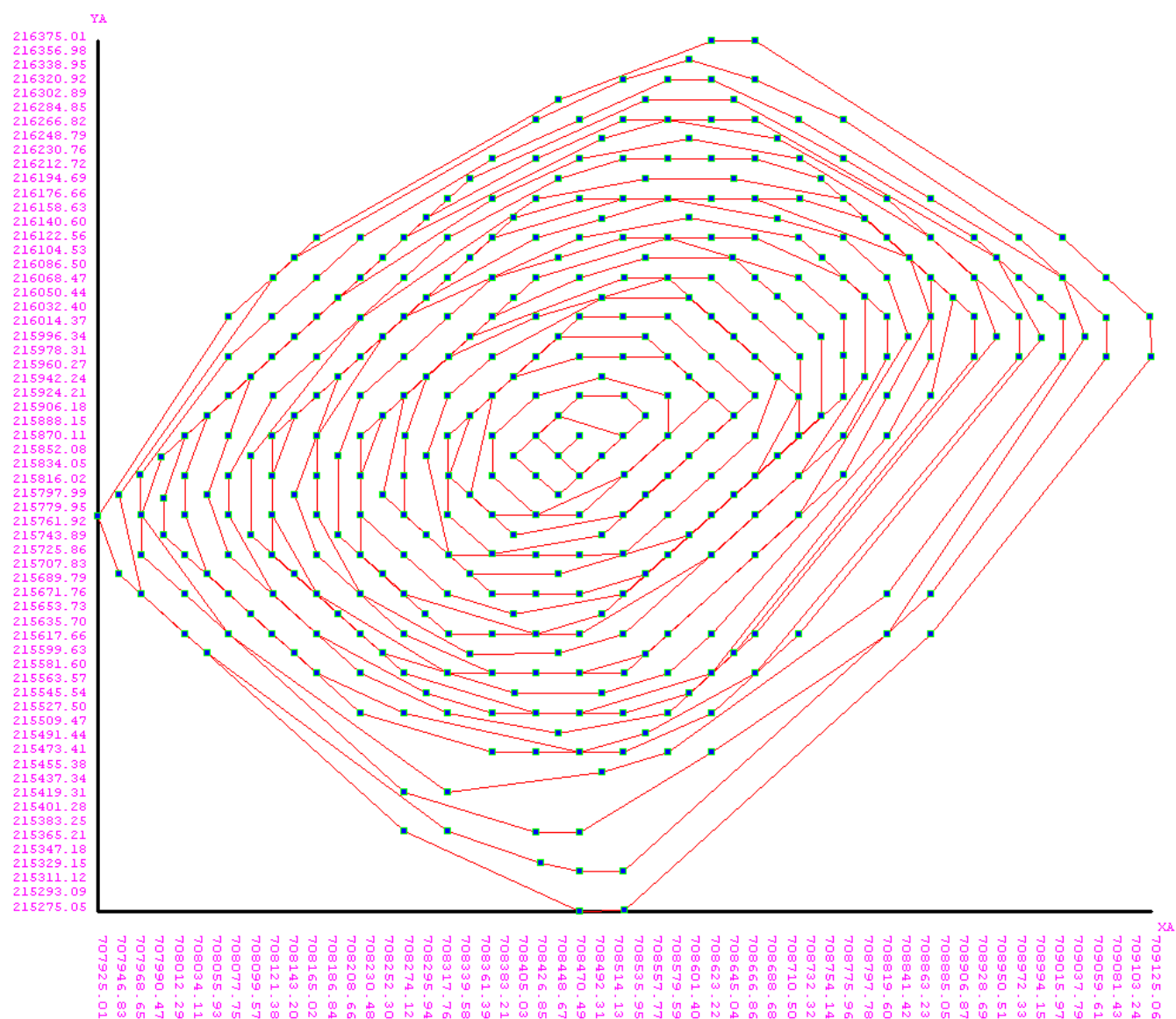


Figura 3.5.Fronteras anidadas

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateritico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

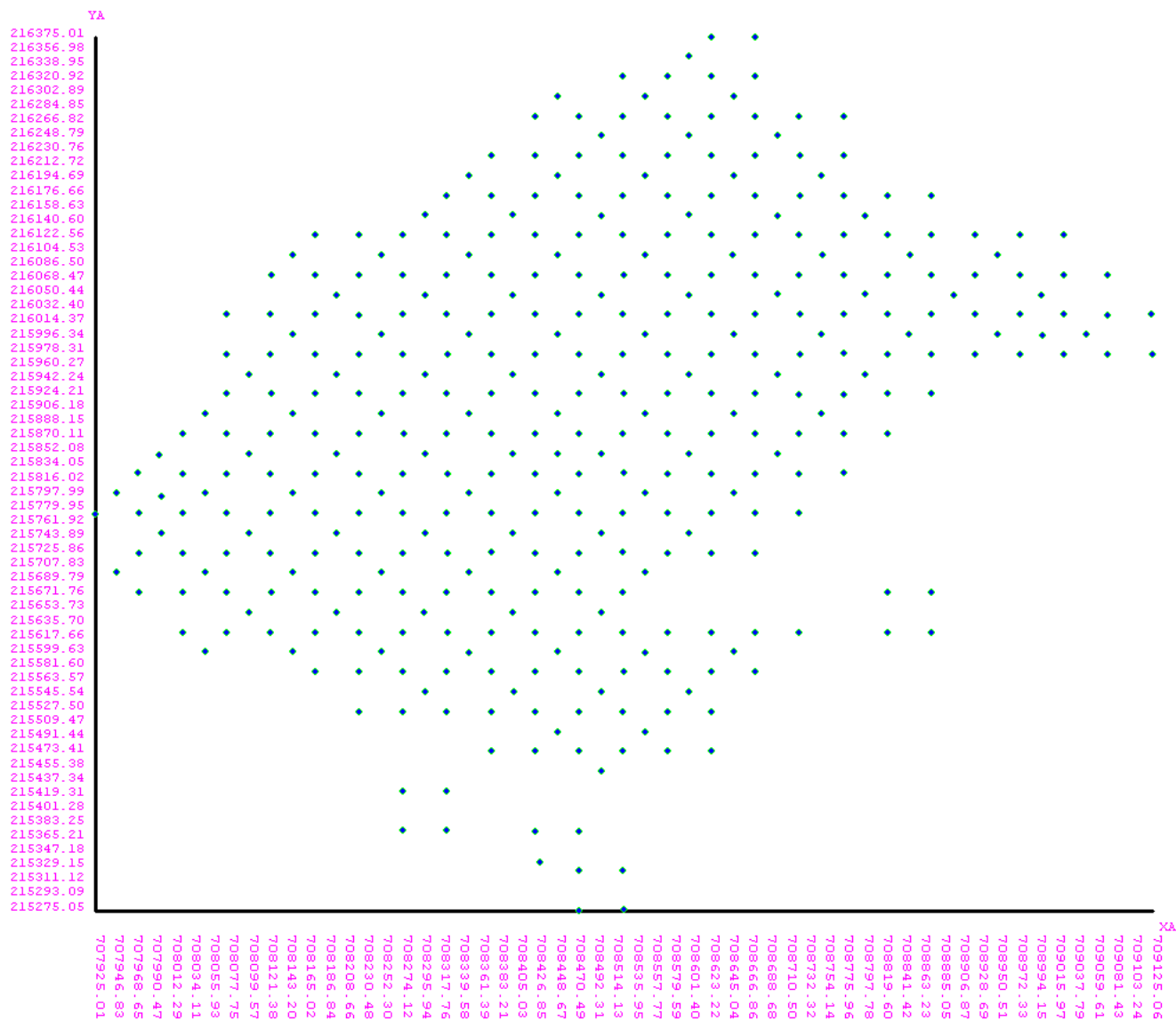


Figura 3.6. Gráfico de la planta de la zona de trabajo

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

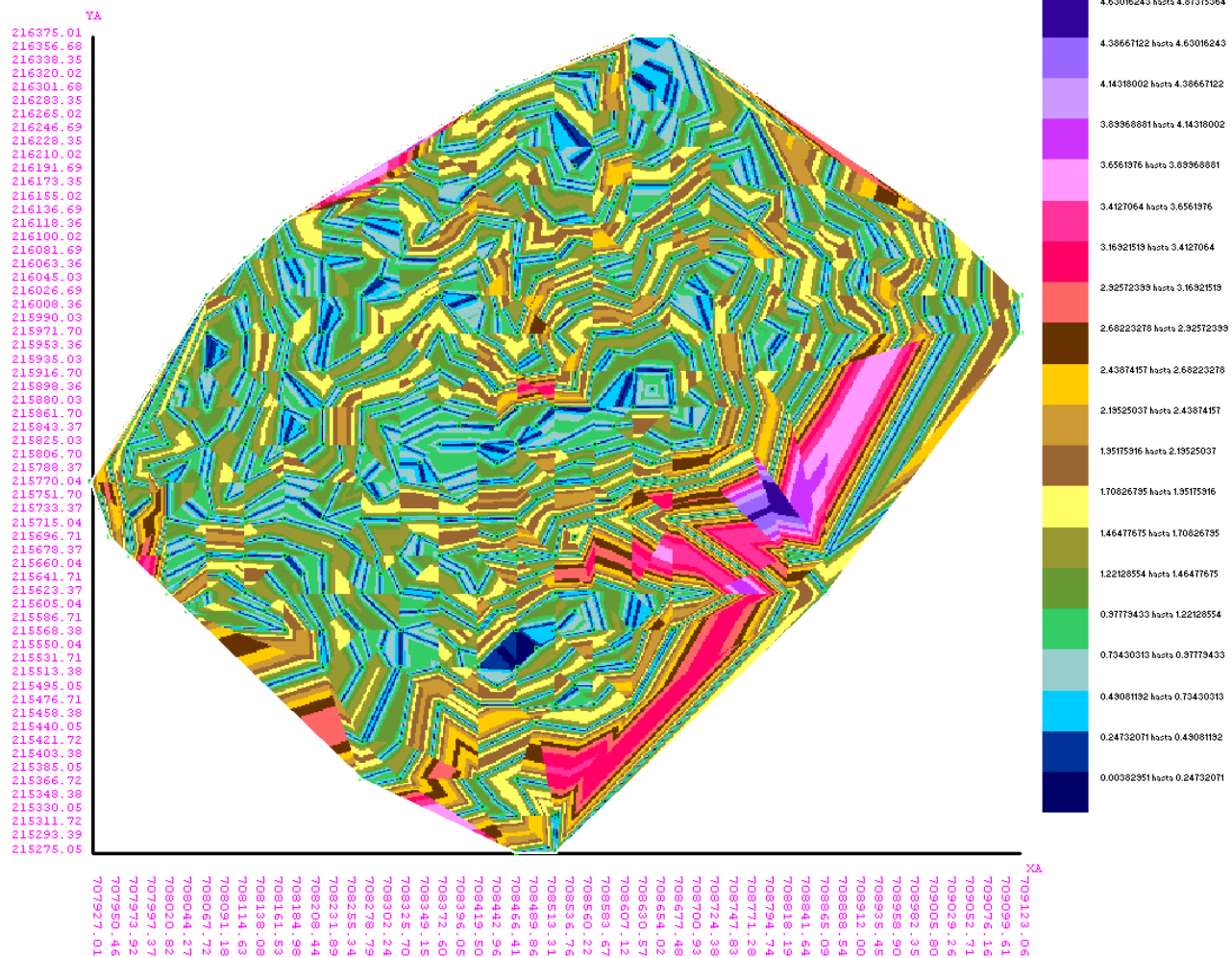


Figura 3.7. Modelo que demuestra la mejor inclinación del error

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

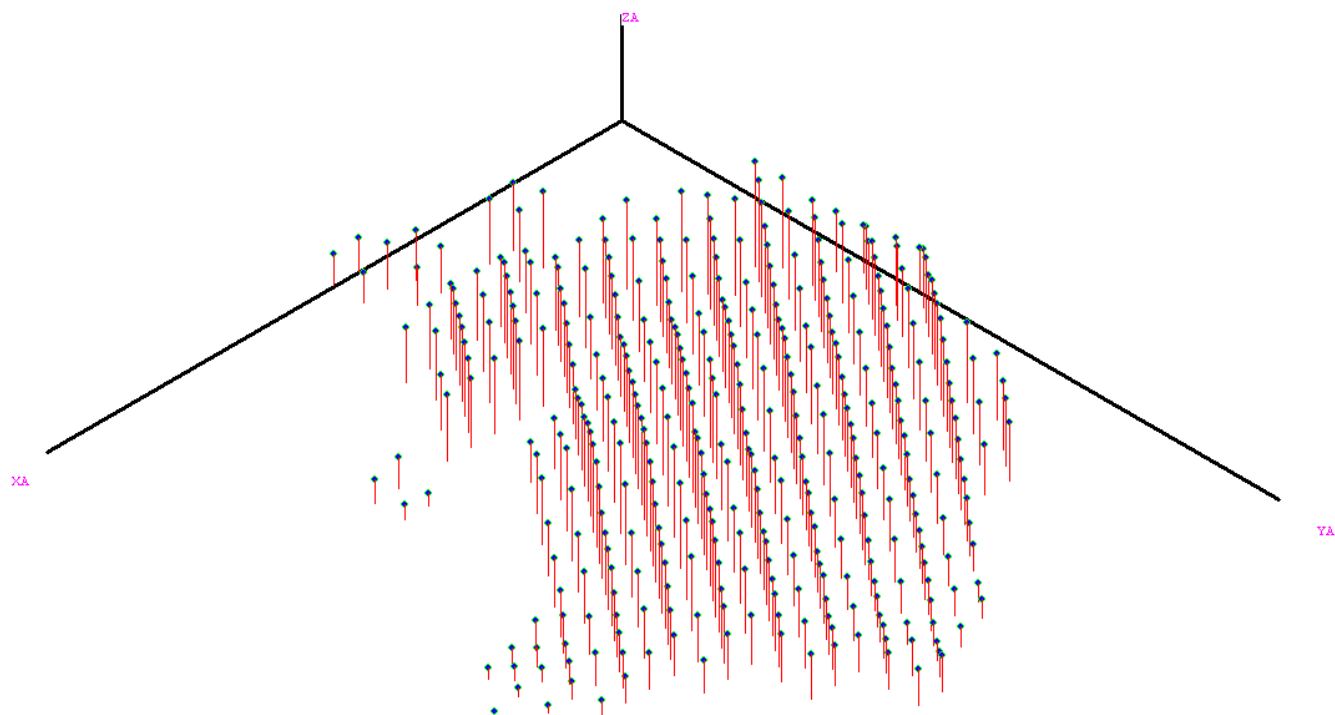


Figura 3.8. Grafico tridimensional.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

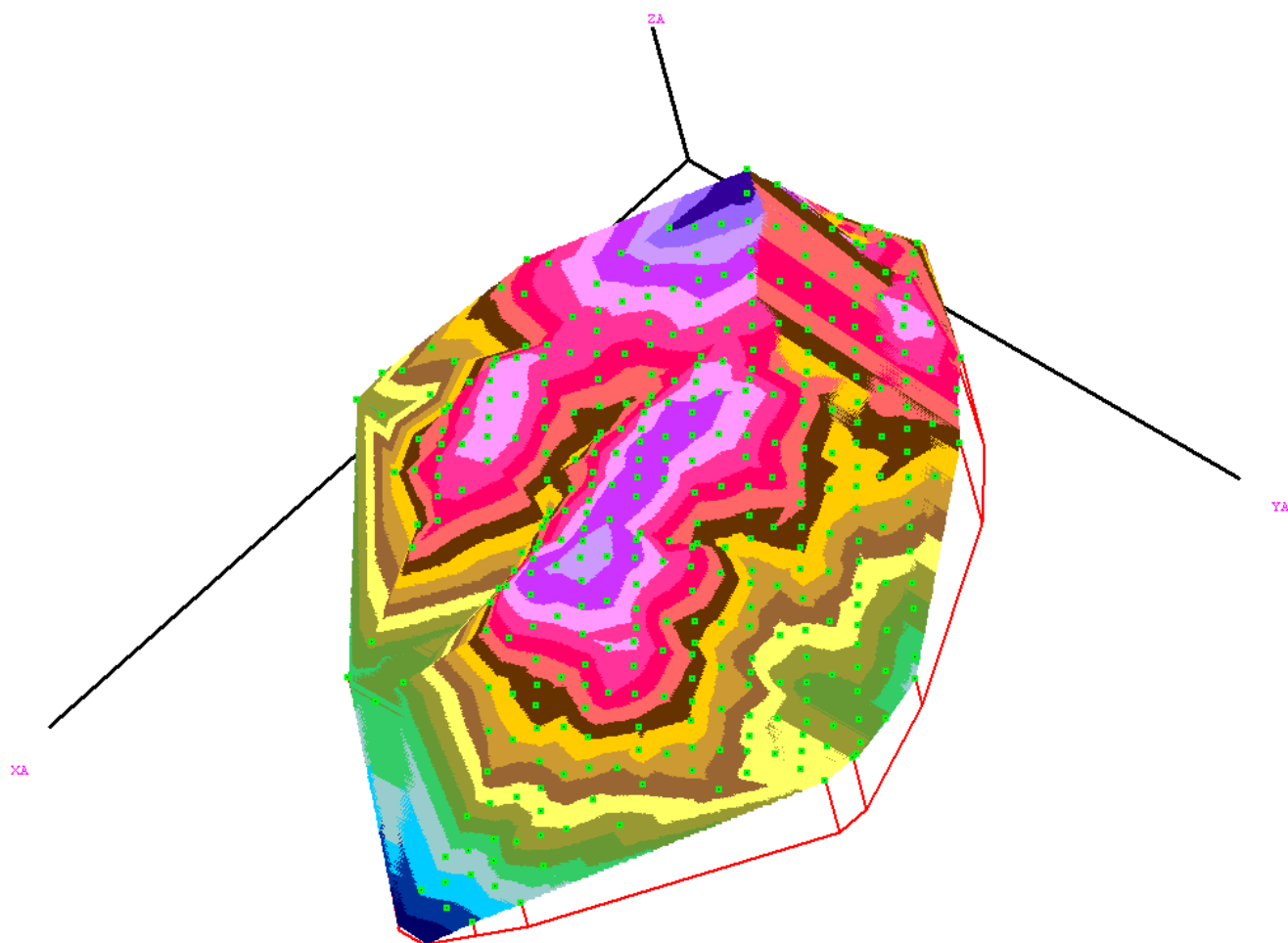


Figura 3.9. Grafico tridimensional.(viste espacial)

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateritico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

Los resultados de interpolación obtenidos son semejantes a los que se obtienen usando las técnicas clásicas y con los procedimientos propuestos pueden ser estimadas adecuadamente las cotas Z en puntos externos, respecto a la frontera convexa de los puntos del levantamiento topográfico. Los valores de los índices del error de interpolación muestran que en la zona exterior de la frontera convexa, los errores son mayores que en el interior.

Tabla 3.2.Descripcion de la Triangulación

Número de Fronteras	26
Área de la frontera exterior	794407.118452
Número de Triángulos	742
Área del menor triángulo	558.569788
Área del mayor triángulo	18756.261358
Media Aritmética de las áreas	1070.592681
Desviación Estándar de las áreas	1247.982457
Irregularidad Total de las áreas	20.8774275194
Número de áreas diferentes	742
Coeficiente de clases de áreas	1.00000000
Coeficiente de Irregularidad de la Red	0.028174666018

Así mismo los errores disminuyen cuando el punto donde se estima está más cerca de cada uno de los puntos de medición (vértices de los triángulos) y cuando los planos son menos inclinados respecto al plano horizontal $Z=0$.

Es adecuado y posible mejorar la triangulación correspondiente a un conjunto de puntos dados $(X_i; Y_i)$ si a su triangulación de Delaunay se le agregan los triángulos que completan el área de una malla rectangular mínima.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

El índice propuesto para evaluar el error geométrico de interpolación lineal con triangulación de Delaunay ha sido muy efectivo.

CONCLUSIONES

1. Conociendo que el yacimiento que se tomó como estudio, presenta pendientes muy pronunciadas, no todos los interpoladores que ofrece el Surfer-10 se pueden utilizar, es el caso de los interpoladores: Vecinos naturales, Métrica de datos, Polinomios locales, Regresión Polinomial, Vecino más cercanos, Media Móvil, Distancia Inversa. Los interpoladores, Kriging, Mínima Curvatura, Funciones de Base Radiales, Interpolación lineal con triangulación y el método modificado de Shepard, cumplen con esa condición y son los que se deben escoger para la comparación con el modelo realizado a mano y obtener mayor similitud con el terreno natural.
2. Se propone un índice eficaz para evaluar el error geométrico de interpolación lineal con triangulación de Delaunay.
3. Los resultados de los residuos de la superposición de los MDT obtenidos en esta investigación, permiten determinar la precisión del Modelo Digital del Terreno en los yacimientos lateríticos de Moa, partiendo de datos provenientes de relieves con valores de pendientes mayores que 30%.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

RECOMENDACIONES

- Determinar el error de representatividad del relieve en los yacimientos estudiados y valorar su influencia en el cálculo de volumen de mineral extraído.
- Continuar con el estudio de la precisión del modelo digital del terreno.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ARCGIS DESKTOP HELP 9.3, [en línea], septiembre 2009. Consulta: 03 sep. 2012. Disponible en: (<http://webhelp.esri.com/>).
2. BATISTA-LEGRÁ, Y. & BELETE-FUENTES, O. 2013: Consideraciones sobre la exactitud de las redes de levantamiento topográfico. *Minería y Geología* 29(3): 56-64.
3. BELETE-FUENTES, O. 1998. Estudio de la precisión del Modelo Digital del Terreno en la granja de Sabaneta, Guantánamo. En III Congreso Cubano de Geología y Minería. Memorias. La Habana, Cuba, 17-22 marzo, 573-575.
4. BELETE-FUENTES, O. 1998. Vías para el perfeccionamiento del cálculo de volumen de mineral extraído en los yacimientos lateríticos del norte de la provincia de Holguín. Tesis doctoral Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa. 92p.
5. BRONSHTEIN, I. N.; SEMENDYAYEV, K. A.; MUSIOL, G. & MÜHLIG, H. 2007:
6. CHEN, L. y XU, J. 2004: Optimal Delaunay Triangulations. *Journal Computations Mathematics* 22(2): 299-308.
7. COELHO-PEREIRA O. & LIMBERGER, L. 2004. Análisis de la precisión de mapas de pendientes utilizando modelos digitales de terreno. *Revista de la Facultad de Agronomía, La Plata* 105. ISSN 0041-8676. 15p.
8. DEUTSH, V. C. & JOURNEL, G. A. 1998: *Geostatistical Software Library and user's Guide*. Oxford University, New York, p. 309.
9. ENTOMBO- BOSALA, M. Estudio de la exactitud de los Modelos Digitales del Terreno (MDT). *Revista Ciencia & Futuro*. 2/2013.
10. FALLAS, J. 2007: Modelos digitales de elevación: Teoría, métodos de interpolación y aplicaciones. Mapealo.Com, San José, Costa Rica, p. 83. [en línea]. Disponible en:
11. FALLAS, J. 2007: Modelos digitales de elevación: Teoría, métodos de interpolación y aplicaciones. Mapealo.Com, San José, Costa Rica, p. 83. [en línea]. Consulta: 10 octubre 2014. Disponible en:
12. Felicísimo, Ángel Manuel. "El Modelo Digital de Elevaciones" [en línea], septiembre 2009. Consulta: 18 abril. 2013. Disponible en: <http://www.etsimo.uniovi.es/~feli>

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

13. FELICÍSIMO, M. 2008., Descripción y análisis del relieve. En Felicísimo, M.El Modelo Digital de Elevaciones. Madrid, España. 25p. Consulta: 16 febrero. 2012. Disponible en: [\(http://www.etsimo.uniovi.es/~feli/\)](http://www.etsimo.uniovi.es/~feli/)
14. Handbook of Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, p. 1 163.
15. HELP DE SURFER7, [en línea], septiembre 2009. Consulta: 12 abril. 2013. Disponible en: [\(http://www.goldensoftware.com/\)](http://www.goldensoftware.com/).
16. <http://www.madrimasd.org/blogs/universo/2010/09/07/136442>
17. http://www.mapealo.com/costaricageodigital/documentos/alfabetizacion/mde_teor%C3%ADa_2007.pdf.
18. http://www.mapealo.com/costaricageodigital/documentos/alfabetizacion/mde_teor%C3%ADa_2007.pdf.
19. IBÁÑEZ-JOSÉ, J. 2010: Agricultura de Precisión, Modelos Digitales del Terreno y Producción Agropecuaria. [en línea], septiembre 2009. Consulta: 03 sep. 2012. Disponible en:
20. Instrucciones técnicas para la realización de los trabajos topográficos, ICGC, La Habana, 1987.
21. LEE, T. & SCHACHTER, B. 1980: Two Algorithms for Constructing Delaunay Triangulations. International Journal of ComputerInformationSciences 9(3): 219-242.
22. LEGRÁ, A.; SILVA, O. & BELETE, O. 1999: Modelación de una superficie topográfica a partir de la relación entre el Kriging y la interpolación lineal en Rn. Minería y Geología 16(1): 58-61.
23. LEGRÁ-LOBAINA, A., et al. 2014. Contribución al método de interpolación lineal con triangulación de Delaunay. Minería y Geología, 30(2). 58-72.
24. MANZANILLA, R. 1993: Generación automática de triangulaciones de Delaunay. En: I Seminario Venezolano de Métodos Numéricos en Ingeniería. Caracas, Venezuela, p. 77-91.
25. MARTÍNEZ-VARGAS, A.; LEGRÁ-LOBAINA, A. A.; FERRERA-ALBA, N. & MENA-MATOS, L. F. 2003: Modelo digital del relieve original del yacimiento Punta Gorda. Minería y Geología 19(3-4): 103-119.

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

26. MORILLO-BARRAGÁN, J.; POZO-BASELGA, J; PÉREZ-PRECIADO, M & RODRÍGUEZ-GORDILLO, F. 2002. Análisis de calidad de un modelo digital de elevaciones generado con distintas técnicas de interpolación. En XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica, Santander, España 5-7p.
27. OJEDA, FABIÁN. Obtención del Modelo Digital de Elevaciones con tecnología 3D Láser Escáner. 2013.
28. PÉREZ-VEGA A. & JEAN- FRANÇOIS M. 2009. Evaluación de los errores de modelos digitales de elevación obtenidos por cuatro métodos de interpolación. Investigaciones geográficas, versión impresa ISSN0188-4611 Invest. Geog n.69 México ago.
29. WWW, INEGI. "Modelo Digital de Elevaciones" [en línea], septiembre 2009. Consulta: 12 abril. 2013. Disponible en: <http://www.inegi.org.mx/inegi/contacto/default.aspx>
30. Morillo -Barragán, J. et al. 2002. Análisis de calidad de un modelo digital de elevaciones generado con distintas técnicas de interpolación. XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica. Santander, España.
31. Pérez-Vega, A. &Francois- Más J. 2009. Evaluación de los errores de modelos digitales de elevación obtenidos por cuatro métodos de interpolación. *Centro de Investigaciones en Geografía Ambiental, Universidad Nacional Autónoma de México*.
32. Gonzalo-López W. & Osorio-Amaya M. Wilson. 2005. Modelo Digital de Elevación para la cuenca del Rio de Oro. Proyecto de Grado de Ingeniería Civil. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga. Colombia.
33. Mendez-Vaillo, R. &Lopez-Vazquez, C, 2010. Evaluación de exactitud vertical comparativa entre el ASTER GDEM y el MDT del Conjunto de Datos Provisorios. I Congreso uruguayo de infraestructura de datos espaciales Contribuyendo al desarrollo de una red regional.
34. Coello-Perera, O & Limberger, L. 2004. Análisis de la precisión de mapas de pendientes utilizando modelos digitales de terreno. Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, UNLP, Argentina. Revista de la Facultad de Agronomía, La Plata 105 (2) ISSN 0041-8676.
35. José -Ibáñez, J. 2010. Agricultura de Precisión, Modelos Digitales del Terreno y Producción Agropecuaria

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos laterítico con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala

36. LUISA. HERNÁNDEZ, R, et al. 2010. Especificaciones para generación de curvas de nivel a partir de modelos digitales de terreno. Revista Tecnura. Vol. 4. No. 26, 79-88p.
37. Díaz- Viera, M. & Casar –González, R. 2010. Geo estadística aplicada. Otros Métodos de Estimación Espacial.
38. Chin-ShungYang, Szu-Pyng Kao et al. Twelve different interpolation methods:a case study of surfer8.0. National Chung Hsing University, Taichung, Taiwan, ROC yangchin@ms1.emax.net.tw.
39. SURFER on-line manual

Determinación de la precisión del modelo digital del terreno en los yacimientos lateríticos con pendiente mayores de 30%.

Michael Entombo Bosala