Desarrollo de un modelo de cálculo para la determinación de las curvas de trabajo de la bomba centrífuga ПБ 160/40^{*}

Luis Enrique Sablón Fernández

lesablon@mecanica.edu.cu

Raúl Izquierdo Pupo

rizquierdo@ismm.edu.cu Especialidad: Ingeniería mecánica Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa (Cuba).

Resumen: Se obtuvo un modelo de cálculo para la determinación de las curvas de trabajo de la bomba centrífuga ΠB 160/40. A partir del método propuesto por Stepanoff, que incluye el empleo de coeficientes experimentales, se desarrolló un método analítico para el estudio de las condiciones ideales a las reales en el funcionamiento de bombas centrífugas. Se formularon a través del estudio y establecimiento de dichos coeficientes ecuaciones matemáticas que permitieron la obtención de las características carga–capacidad y rendimiento hidráulico–capacidad a partir de las dimensiones del rodete y la velocidad específica. Como resultado principal de la investigación se obtienen las curvas de trabajo de la bomba centrífuga ΠB 160/40 con errores inferiores al 5 % con respecto a las reportadas por el fabricante. De esta forma se precisa la validez del método obtenido y se pone de manifiesto su valor científugos para la manipulación de fluidos.

Palabras claves: curvas de trabajo; bomba centrífuga; Stepanoff; rodete; fluidos.

^{*} Recibido: 12 noviembre 2017 / Aceptado: 11 febrero 2018.

Development of a calculation model for the determination of the working curves of the centrifugal pump ΠБ 160/40

Abstract: A calculation model was obtained for the determination of the working curves of the centrifugal pumpE 160/40. From the method proposed by Stepanoff that includes the use of experimental coefficients, an analytical method was developed for the study of the ideal conditions to the real ones in the operation of centrifugal pumps. They were formulated through the study and establishment of these coefficients mathematical equations that allowed obtaining the characteristics load-capacity and hydraulic performance-capacity from the dimensions of the impeller and the specific speed. As a main result of the investigation, the working curves of the centrifugal pump E 160/40 with errors lower than 5% with respect to those reported by the manufacturer were obtained; thus, the validity of the obtained method is concreted, and its scientific, practical and economic value is shown, allowing the dimensioning of centrifugal impellers for the manipulation of fluids.

Key words: work curves; centrifugal pump; Stepanoff; impeller; fluids.

Introducción

En la actualidad las bombas centrífugas representan una ventaja en el desarrollo técnico de cualquier país, constituyen no menos del 80 % de la producción mundial de bombas, porque es la más adecuada para mover más cantidad de líquido que la bomba de desplazamiento positivo. Tienen una aplicación muy extendida en la industria ya que son adecuadas casi para cualquier uso, además de ocupar un lugar irremplazable en el transporte de agua a la población. Su función principal se caracteriza por la transportación de líquidos, por lo que el perfeccionamiento de su diseño y fabricación se hace indispensable (Kovats, 1964).

En el cálculo hidráulico de rodetes para bombas centrífugas los métodos tradicionales establecidos sobre una base puramente experimental basados en tanteos, no han resultado de aceptación en la actualidad, por considerarse inadecuados y anticientíficos. El progreso de la hipótesis del fluido ideal, algunas consideraciones relacionadas con el flujo real y una amplia compilación de datos a partir de resultados acumulados ha desencadenado el perfeccionamiento de estos procedimientos, obteniéndose simplificaciones que permiten elaborar métodos de cálculo accesibles con una menor componente experimental (Liranza, 2006).

El perfeccionamiento del diseño hidráulico ha sido influenciado por experiencias aportadas por investigadores de renombre como Stepanoff; la cual presupone el empleo de coeficientes experimentales que permiten la obtención con resultados ventajosos de la transición de las condiciones ideales a las reales de las curvas de trabajo de las bombas centrífugas (Stepanoff, 1959).

El método empleado por Stepanoff ha permitido arribar a nuevas relaciones de cálculo que demuestran márgenes de perfeccionamiento en el tema analizado; aun, ante la existencia de una teoría con reconocimiento universal para el diseño de las bombas centrífugas y métodos de determinación de los coeficientes experimentales para la obtención de las curvas reales de trabajo (Liranza, 2006).

Teniendo en cuenta la problemática existente surge como problema a resolver la necesidad existente por parte de la Unión del Níquel, en particular del Combinado Mecánico del Níquel, de tener un modelo de cálculo para la determinación de las curvas

de trabajo de las bombas centrífugas; a la vez que permita seleccionar, evaluar, diseñar y construir bombas centrífugas eficientes.

Para darle solución al problema se plantea como objetivo general obtener un modelo de cálculo que permita determinar las curvas de trabajo de la bomba centrífuga Π5 160/40 con el empleo de coeficientes experimentales.

Modelo propuesto por Stepanoff para la estimación de las curvas de trabajo de las bombas centrífugas a través del empleo de coeficientes experimentales

El diseño hidráulico de impelentes para bombas centrífugas, para la manipulación de agua, es un tema ampliamente abordado en la literatura especializada; la cual hace referencia al desarrollo de métodos y procedimientos para el cálculo y diseño de equipos de bombeo de tipo centrífugo, en los cuales se han obtenido avances, a pesar de que siguen existiendo limitaciones importantes relacionadas con el dimensionamiento hidráulico del rodete.

Uno de estos avances es el cálculo de las principales proporciones de sus elementos, haciendo uso de métodos elaborados a partir de coeficientes experimentales y la selección de algunos parámetros en amplios rangos, según lo ha permitido la experiencia acumulada (Liranza, 2006).

Coeficientes experimentales reportados en la literatura especializada dirigidos al cálculo hidráulico de rodetes centrífugos

Durante el cálculo hidráulico, la aproximación de los parámetros requeridos a los parámetros de diseño se realiza a partir de la utilización de coeficientes experimentales. Estos coeficientes expresan la relación entre la velocidad periférica y la carga total desarrollada o velocidad radial y el flujo manipulado (Stepanoff, 1959).

Constante de carga y flujo

Para el cálculo de la constante de carga y flujo se proponen las expresiones matemáticas 1 y 2, respectivamente:

$$\psi_D = \frac{u_2}{\sqrt{2gH_D}} \tag{1}$$

$$\phi_D = \frac{C_{R2}}{\sqrt{2gH_D}}$$

Donde:

g – Constante de gravitación universal con un valor de 9,81 m/s².

 H_D – Carga de diseño, (m).

 u_2 – Velocidad periférica tangencial del álabe en la sección de salida (m/s).

$$u_2 = \frac{\pi n D_2}{60} \tag{3}$$

 C_{R2} – Velocidad radial de entrada (m / s).

$$C_{R2} = C_{R1} + 0.15C_{R1} \tag{4}$$

Church (1984) obtiene gráficos de dispersión a partir de los resultados experimentales para la estimación de la constante de carga, pero estos tienen el inconveniente que, para la estimación de los mismos, deben ser conocidas la carga y el flujo de diseño, además de no tener en cuenta la influencia de la velocidad específica y el ángulo de salida del rodete, aspectos que la práctica ha demostrado que tienen notable influencia.

Coeficientes de carga y flujo

Teniendo en consideración el área circunferencial en la sección del rodete (A_s) y el factor de corrección de la misma (ε_2) , expresados en m^2 ; se definen los coeficientes de carga y flujo como se muestran en las ecuaciones 5 y 6.

$$\psi_D = \frac{H_D}{\frac{u_2^2}{g}} \tag{5}$$

$$\phi_D = \frac{C_{R2}}{U_2} = \frac{Q_D}{A_s \varepsilon_2 u_2} \tag{6}$$

Donde:

 Q_D – Flujo de diseño, (m^3 / s) . $\varepsilon_2 \approx \varepsilon_1$; $\varepsilon_1 = 0.75 \div 0.9$. (2)

Determinación del diámetro de entrada del rodete

El diámetro de entrada del rodete debe garantizar que la velocidad del fluido se mantenga en un rango establecido.

$$D_0 = \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{(Q_D + Q_f)}{2C_0} + D_H}$$
(7)

Donde:

$$Q_f$$
 – Caudal de fugas, (m^3 / s) .
 $(Q_D + Q_f) = (1,02 \div 1,05)Q_D$ (8)

Diámetro de entrada del rodete

Se plantea que el diámetro de entrada D_1 en comparación con D_0 se debe aumentar 0,02 *m*, con la finalidad de sacar el borde de entrada del álabe de la zona de viraje del flujo a la zona de fluencia plana (Stepanoff, 1959).

$$D_1 = D_0 + 0.02 \tag{9}$$

Determinación del diámetro a la salida del rodete

Para la determinación del diámetro a la salida del rodete se tiene en cuenta la influencia del coeficiente de altura ϕ , expresado en m.

$$D_2 = \frac{8460\phi\sqrt{H_D}}{100n}$$
(10)

El valor del coeficiente de altura está comprendido entre 0,7 y 1,3 según los diagramas mostrados por Church (1984).

Determinación del ángulo a la entrada del álabe

El ángulo a la entrada β_1 está determinado por la condición de una entrada sin choque:

Debido a que retardar un fluido es siempre menos eficaz que acelerarlo, la velocidad radial de entrada (C_{R1}) debe ser incrementada de un 110 % a un 125 % con respecto a la velocidad del líquido al impulsor (C_0) .

$$C_{R1} = (1,1 \div 1,25)C_0 \tag{12}$$

Donde:

 u_1 – Velocidad periférica tangencial del álabe en la sección de entrada, (m/s).

$$u_1 = \frac{\pi n D 1}{60} \tag{13}$$

$$C_0 = \varepsilon \sqrt{2gH_D} \tag{14}$$

 ε -Coeficiente que tiene en cuenta las condiciones de entrada del fluido al rodete, ε = 0,1 ÷ 0,3.

El valor de β_1 se incrementa ligeramente para tener en cuenta la contracción de la corriente a su paso por los bordes de la entrada y la rotación del líquido. Estos incrementos son mayores para altas elevaciones de aspiración.

$$\beta_1 = \beta_1 + \Delta \beta_1 \tag{15}$$

Donde $\Delta\beta$ se toma de 0° a 6°.

Determinación del ángulo de salida del álabe

A la salida del impulsor será necesario suponer el ángulo de salida del álabe. Para un rodete con álabes atrasados ($\beta_2 < 90^\circ$) se recomienda un intervalo de 20° a 30° el cual ha mostrado mejores resultados.

$$\beta_2 = \beta_1 + \left(8^\circ \div 11^\circ\right) \tag{16}$$

Rendimiento hidráulico

El rendimiento hidráulico está dado por la siguiente expresión:

$$\eta_H = \frac{H}{H_T} \tag{17}$$

Donde:

$$H$$
 – Carga real, (m) .
 H_T – Carga teórica, (m) .
 $H_T = \mu H_{T^{\infty}}$
(18)

El uso de la ecuación para el rendimiento hidráulico no está ampliamente difundido a causa del cálculo de las pérdidas hidráulicas que surgen como resultado del rozamiento hidráulico y la formación de torbellinos. Los canales contorneados del rodete, la ausencia de bruscos virajes, ensanchamiento y estrechamiento, el tratamiento minucioso de las superficies interiores de la parte de paso aseguran un elevado rendimiento hidráulico. La apreciación de la máquina en el sentido de las pérdidas hidráulicas se realiza con ayuda de este valor (Liranza, 2006).

Determinación del número de álabes

Los diferentes autores consultados coinciden en partir del hecho de considerar una longitud, unidad del filete medio situado en la sección meridiana y que se encuentra en relación con respecto a la anchura del canal entre álabes (Pfleiderer, 1960).

$$Z = K_1 \pi \frac{D_2 + D_1}{D_2 - D_1} \operatorname{sen} \left(\frac{\operatorname{arctn} \left(\frac{\phi_D}{1, 15 \frac{D_1}{D_2}} \right) + \beta_2}{2} \right)$$

(19)

Determinación del coeficiente de deslizamiento

Las investigaciones teóricas demuestran que el coeficiente de deslizamiento μ no depende del régimen de trabajo de la bomba, es decir, de *H*, *Q* y la velocidad angular de rotación (*n*); si no que depende de la forma geométrica del rodete y es constante para un rodete dado. Cherkasski (1986) propone para los cálculos aproximados $\mu \approx 0.8$; aunque no se ha comprobado que este coeficiente pueda variar en un amplio rango de 0,65 a 0,92.

Pfleiderer (1960) propone la siguiente expresión para el cálculo del coeficiente de deslizamiento:

$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{2\varphi}{Z\left(1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right)}}$$
(20)

A partir del coeficiente de flujo para bombas centrífugas radiales:

$$\varphi = (0,55 \div 0,68) + 0,6 \operatorname{sen}\beta_2 \text{ para } \frac{D_2}{D_1} \ge 2$$
 (21)

Y asumiendo que:

$$\varphi = 0.65(1 + sen\beta_2) \tag{22}$$

Sustituyendo la ecuación 19 y 22 en 20, se obtiene la expresión matemática 23 para el cálculo del coeficiente de deslizamiento.

$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{2[0,65(1 + sen\beta_2)]}{k_1 \pi \frac{D_2 + D_1}{D_2 + D_1} sen}} \left(\frac{arctn\left(\frac{\phi_D}{1,15\frac{D_1}{D_2}}\right) + \beta_2}{2} \right)$$

(23)

Características reales de carga-capacidad de las bombas centrífugas

Mediante el uso de estos coeficientes los parámetros de diseño pueden ser estimados de la siguiente forma.

• A partir de la constante de carga ψ_D y capacidad Φ_D .

Para la carga:
$$H_D = \frac{u_2^2}{2\psi_D^2 g}$$
 (24)

Para el flujo: $Q_D = A_s \varepsilon_2 \Phi_D \sqrt{2gH_D}$ (25)

• A partir de los coeficientes de carga ψ_D y capacidad ϕ_D .

Para la carga:
$$H_D = \psi_D \frac{u_2^2}{g}$$
 (26)

Para el flujo:
$$Q_D = \phi_D A_s \varepsilon_2 u_2$$
 (27)

Los métodos analizados previamente tienen el inconveniente de que a partir de estos solo se obtienen los parámetros del equipo para el punto de diseño.

Karassik & Carter (1968) recomienda un método gráfico que permite, a partir de los parámetros de diseño $(H_D \ y \ Q_D)$ y la velocidad específica (N_s) del equipo de bombeo, estimar la forma de las características de trabajo carga–capacidad en una rango de 0 a 110 % del flujo nominal. Otros autores como Church (1984) y Pfleiderer (1960) proponen métodos similares, pero estos de menor precisión que los propuestos por Karassik & Carter en 1968, por estar establecidos para determinados rangos de velocidades específicas.

Además, Karassik & Carter (1968) proponen un método aproximado para obtener las dimensiones físicas del rodete. Este procedimiento fue mejorado por Turiño (1996), al incluir en estas dependencias la influencia del ángulo de diseño a la salida del rodete β_2 , lo cual eleva la exactitud del método al obtenerse los coeficientes de carga y capacidad con una mayor precisión y probabilidad matemática, cuestión esta verificada en la utilización práctica del mismo.

Todos los modelos anteriores tienen la limitante de que solo son aplicables para el bombeo de agua a temperatura ambiente.

Modelo propuesto por Stepanoff para la estimación de las características de trabajo carga-capacidad y rendimiento hidráulico-capacidad

De acuerdo con Stepanoff (1959) la transición de las condiciones ideales a las reales en función de los coeficientes de carga y capacidad, de forma analítica, tomando como base este método puede plantearse a través de las ecuaciones que siguen a continuación:

Coeficiente de carga teórica infinita:
$$\psi_{T^{\infty X}} = (1 - \phi_X C \tan \beta_2)$$
 (28)

Coeficiente de carga teórica:
$$\psi_{TX} = 0,725(1 - \phi_X C \tan \beta_2)$$
 (29)

Coeficiente de carga de diseño: $\psi_{TD} = 0.691 (1 - \phi_D C \tan \beta_2)$ (30)

Coeficiente de carga para el cierre: $\psi_0 = 0,585$ (31)

Considerando las siguientes expresiones:

Coeficiente de flujo real:
$$\phi_X = \frac{O_X}{A_s \varepsilon_2 u_2}$$
 (32)

Carga teórica infinita: $H_{T^{\infty X}} = \psi_{T^{\infty X}} \frac{u_2^2}{g}$ (33)

Carga teórica para un número finito de álabe: $H_{TX} = \psi_{TX} \frac{u_2^2}{g}$ (34)

Carga de diseño:
$$H_{TD} = \psi_{TD} \frac{u_2^2}{g}$$
 (35)

Carga para el cierre:
$$H_{T0} = \psi_{T0} \frac{u_2^2}{g}$$
 (36)

Por lo que el nomograma propuesto por Stepanoff (1959) se establece sobre la base de asumir constantes:

Coeficiente de deslizamiento: $\mu = 0,725$ Rendimiento hidráulico para el punto de diseño: $\eta_{HD} = 0,95$ % Rendimiento hidráulico para el cierre: $\eta_{H0} = 0,808$ %

Este método se limita a los casos en que los elementos de diseño son tales como número de álabes, y proporciones de la rueda se encuentran en el promedio normal de valores para los cuales fue establecido. Para los restantes casos los diseñadores deben estimar las desviaciones y anticipar su efecto en el funcionamiento de la bomba. Igualmente, este método solo es aplicable cuando el fluido a manipular es agua (Liranza, 2006).

Determinación de las características de trabajo carga-capacidad y rendimiento hidráulico-**capacidad de la bomba centrífuga Π**5 160/40

Haciendo uso de los diferentes parámetros que intervienen en la determinación del coeficiente de deslizamiento (μ), como son el número de álabes (Z), la relación entre diámetros $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)$ y del ángulo de salida (β_2), se llega a la siguiente expresión:

$$\mu = \log\left(\frac{Z}{k_{L}} - \frac{A_{2}D_{1}}{A_{1}D_{2}}\tan\beta_{2}\right)$$
(37)

Donde:

 $A_1 y A_2$ – Área del triángulo de velocidades a la entrada y salida, respectivamente, del rodete, (m^2) .

$$A_1 = \frac{u_1 C_{1R}}{2} \tag{38}$$

$$A_2 = \frac{C_{2R}^2 \cot \beta_2}{2}$$
(39)

 $C_1 y C_2$ – Velocidad absoluta del fluido a la entrada y salida, respectivamente, del rodete para flujo de diseño y un número infinito de álabes, (m / s).

Teniendo en consideración estos factores se determinó el coeficiente de Liranza para valores de Z = 4 hasta Z = 24, como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Constante de Liranza para valores de Z = 4 hasta Z = 24

Z	4-6	7-8	9-10	11-12	13-14	15-16	17-18	19-20	21-22	23-24
k _L	1	1,25	1,45	1,65	1,85	1,99	2,25	2,40	2,65	2,85

Determinación de la ecuación del rendimiento hidráulico en función de los coeficientes de carga y de flujo

La carga teórica infinita en función del flujo manipulado se determina a partir de la ecuación 40.

$$H_{T^{xx}} = \frac{u_2^2}{g} \left(1 - \frac{Q}{A_s \varepsilon_2 u_2 \tan \beta_2} \right)$$
(40)

Despejando la ecuación 32 se obtiene la siguiente expresión:

$$Q = \phi A_s \varepsilon_2 u_2 \tag{41}$$

Y sustituyendo las ecuaciones 33 y 41 en 18 queda la siguiente expresión matemática:

$$H_{T} = \mu \frac{u_{2}^{2}}{g} \left(1 - \frac{\phi}{\tan \beta_{2}} \right)$$
(42)

La carga real de la bomba puede ser determinada en función del coeficiente de carga real ψ por la siguiente expresión:

$$H = \psi \, \frac{u_2^2}{g} \tag{43}$$

Luego, sustituyendo las ecuaciones 42 y 43 en 17 se obtiene a:

$$\eta_H = \frac{\psi}{\mu (1 - \phi \cot \beta_2)} \tag{44}$$

Y sustituyendo las ecuaciones 34 y 43 en 17 se obtiene la expresión matemática siguiente:

$$\eta_H = \frac{\psi}{\psi_T} \tag{45}$$

Al igualar las ecuaciones 44 y 45 se obtiene la siguiente expresión:

$$\psi_T = \mu (1 - \phi \cot \beta_2) \tag{46}$$

Y guiado por este estudio se llega al siguiente resultado teórico:

$$\psi_{\tau^{\infty}} = \left(1 - \phi \cot \beta_2\right) \tag{47}$$

$$\psi_{T^{\infty}} = \mu (1 - \phi_D \cot \beta_2)$$

$$(47)$$

$$(48)$$

$$\psi_D = 0.95 \mu (1 - \phi_D \cot \beta_2)$$
 (49)

$$\psi_0 = 0.808\mu \tag{50}$$

Determinación de los coeficientes de carga y flujo de diseño

A partir de los estudios realizados, tomando como parámetros fundamentales para la determinación de estos coeficientes la carga H_D y el flujo Q_D de diseño de la bomba, y el ángulo de salida de los álabes β_2 , se llegó al siguiente resultado:

$$\psi_D = 22 \left(\sqrt{\frac{Q_D}{H_D}} \tan \beta_2 \right) + 2.9 \left(\sqrt{\frac{Q_D}{H_D}} \right)$$
(51)

$$\phi_D = 0.22 \left(\sqrt{\frac{Q_D}{H_D}} \tan \beta_2 \right) + 0.0029 \left(\sqrt{\frac{Q_D}{H_D}} \right)$$
(52)

Determinación del coeficiente de carga real de la bomba

Para la determinación de este coeficiente se asumió la ecuación propuesta por Mestizo (2005).

$$\psi_D = \psi_T - a_{PT} + 2a_{PT} \frac{\phi}{\phi_D} - (a_{PT} + b_R) \frac{\phi^2}{\phi_D^2}$$
(53)

Donde:

$$a_{PT} = \frac{\varphi}{2} \left(\frac{D_1^2}{D_2^2} + \psi_{TD}^2 \right)$$
(54)

$$b_R = \psi_{TD} - \psi_D \tag{55}$$

Determinación de las pérdidas hidráulicas por rozamiento y por choque y turbulencias

La mayoría de los autores clasifican las pérdidas hidráulicas de la siguiente forma:

- Pérdidas por rozamiento hidráulico: incluye las pérdidas en los cambios de dirección, rozamiento entre las capas del fluido y entre el fluido y la superficie de los canales y las pérdidas de transformación de velocidad en presión.
- 2. Pérdidas por torbellinos: incluye las pérdidas por choques a la entrada y la salida del impulsor.

Para la determinación de estas pérdidas se asumieron las ecuaciones propuestas por Mestizo (2005).

$$h_R = \psi_R \frac{u_2^2}{g} \tag{56}$$

$$h_C = \psi_C \, \frac{u_2^2}{g} \tag{57}$$

Donde:

$$\psi_R = b_R \frac{\phi^2}{\phi_D^2} \tag{58}$$

$$\psi_C = a_{PT} - 2a_{PT} \frac{\phi}{\phi_D} + a_{PT} \frac{\phi^2}{\phi_D^2}$$
(59)

Determinación de los ángulos de entrada y de salida del rodete

La literatura especializada brinda para el cálculo del ángulo de entrada la ecuación 15, pero tomando en cuenta el número de vueltas específico se propone la siguiente ecuación:

$$\beta_1 = \arctan(0,009nq) \tag{60}$$

Donde:

$$nq = n\frac{\sqrt{\frac{Q_D}{S}}}{H_D^{3/4}} \tag{61}$$

Luego, a partir de la ecuación 16, se determina el ángulo de salida β_2 .

Validación de las ecuaciones planteadas para su aplicación en la bomba centrífuga $\Pi 5 \ 160/40$

Tabla 2. Principales dimensiones y parametros operacionales de la bomba	ПБ 160/40
---	-----------

Modelo del equipo	HD (m)	QD (m3/s)	n (r.p.m)	D1 (m)	D2 (m)	S	Ζ
ПБ 160/40	40	0,044	1 740	0,195	0,355	1	5

A partir de los datos brindados por el fabricante, mostrados en la Tabla 2, y de la aplicación de las ecuaciones propuestas, se procedió al cálculo de los principales ángulos, constantes y coeficientes de la bomba centrífuga ПБ 160/40. Aplicando la ecuación 60 y 16, respectivamente, para nq = 22,95 se obtuvo que el ángulo 36

 $\beta_1 = 11,66^{\circ}$ y $\beta_2 = 19,66^{\circ}$. Teniendo en consideración β_2 y a partir de las ecuaciones 52 y 53 se determinó que $\phi_D = 0,15$ y $\psi_D = 0,36$.

Para el cálculo del coeficiente de deslizamiento (μ) por la ecuación 37 se emplean los valores propuestos en la Tabla 3.

Tabla 3. Valores determinados para el cálculo del coeficiente de deslizamiento $^{(\mu)}$

Z	kL	D1 (m)	D2 (m)	β2	C1R (m/s)	C2R (m)/s	U1 (m/s)
5	1	0,195	0,355	19,66	3,92	4,508	17,765

Haciendo uso de las ecuaciones 38 y 39 se determinó el valor de cada área, para lo cual se obtuvo que $A_1 = 0,34819 m^2$ y $A_2 = 0,284412 m^2$; y además se calculó el valor del coeficiente de deslizamiento, obteniéndose que $\mu = 0,685$. Los principales ángulos, coeficientes y constantes de la bomba centrífuga ПБ 160/40 se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4. Princi	pales ángulos.	coeficientes v	/ constantes c	de la bo	omba ce	entrífuga l	ПБ	160/40
	puics unguios,	cocherences j				chunugui		100/ 10

Modelo	μ	β1	β2	ψd	φd	nq
ПБ 160/40	0,685	11,66	19,66	0,36	0,15	22,95

Haciendo uso de las ecuaciones propuestas para el estudio de la transición de las condiciones ideales a las reales, en función de los coeficientes de flujo y de carga, fueron determinados los diferentes valores, los cuales se muestran en la Tabla 5.

Tabla 5. Transición de las condiciones ideales a las reales en función de los coeficientes de flujo y de carga

φ	ψT∞	ψT	ψD	Ψ	ηH	ψR	ψC
0,000	1,000	0,685	0,651	0,486	0,709	0,000	0,199
0,022	0,938	0,643	0,611	0,498	0,774	0,0004	0,145
0,044	0,877	0,601	0,571	0,500	0,832	0,0017	0,099
0,066	0,815	0,558	0,531	0,492	0,882	0,0038	0,062
0,088	0,754	0,516	0,490	0,475	0,920	0,0068	0,034
0,11	0,692	0,474	0,450	0,449	0,947	0,011	0,014
0,132	0,630	0,432	0,410	0,414	0,958	0,015	0,0028
0,154	0,569	0,390	0,370	0,369	0,946	0,021	0,00014
0,176	0,507	0,348	0,330	0,314	0,902	0,027	0,00597
0,198	0,446	0,305	0,290	0,250	0,820	0,035	0,0204
0,22	0,384	0,263	0,250	0,177	0,673	0,043	0,0433

Teniendo en consideración la transición de las condiciones ideales a las reales se graficó el comportamiento del coeficiente de flujo (Figura 1) en función de los coeficientes de carga y flujo.



Figura 1. Transición de las condiciones ideales a las reales en función de los coeficientes de flujo y de carga.

Transición de las condiciones ideales a las reales de las características carga-capacidad y rendimiento hidráulico

La transición de las condiciones ideales a las reales en la característica cargacapacidad y rendimiento hidráulico se muestran en la Tabla 6.

Q (m ³ /s)	HT [∞] (m)	HT (m)	H (m)	<i>η</i> Н	hR	hC
0,00	106,625	73,038	51,819	70,95	0,000	21,218
0,01	100,014	68,559	53,099	77,45	0,043	15,460
0,02	93,509	64,081	53,312	83,19	0,181	10,556
0,03	86,899	59,496	52,459	88,17	0,405	6,611
0,04	80,395	55,018	50,647	92,05	0,725	3,625
0,05	73,784	50,540	47,874	94,72	1,173	1,493
0,06	67,174	46,062	44,143	95,83	1,599	0,298
0,07	60,669	41,584	39,344	94,61	2,239	0,015
0,08	54,059	37,105	33,480	90,23	2,879	0,636
0,09	47,555	32,520	26,656	81,97	3,732	2,175
0,10	40,944	28,042	18,872	67,29	4,585	4,617

Tabla 6. Transición de las condiciones ideales a las reales en la bomba centrífuga Π5 160/40

Teniendo en cuenta la transición de las condiciones ideales a las reales se graficó el comportamiento del flujo manipulado por la bomba, en función de la carga teórica infinita, teórica, real y pérdidas hidráulicas (Figura 2).



Figura 2. Transición de los coeficientes ideales a las reales en la característica carga-capacidad y rendimiento hidráulico.

Evaluación de los resultados

El grado de correspondencia existente entre las características brindadas por el fabricante y las obtenidas por el modelo de cálculo se muestra en la Tabla 7.

Tabla	7.	Evaluación	de la	corresponde	encia	entre	los	resultados	obtenidos	por	el	autor	У	los
resulta	ado	s experimer	ntales	en la caracte	rística	a carga	–ca	pacidad						

Modelos	Modelos	Características brindadas por el	Porcentaje de
obtenidos	obtenidos	fabricante de la bomba ПБ 160/40	error
Q (m ³ /s)	Hx (m)	Hd (m)	%E
0,000	51,819	51,00	1,58
0,012	53,099	53,00	2,07
0,021	53,312	52,50	1,52
0,034	52,459	53,50	1,94
0,04	50,647	53,00	4,44
0,051	47,874	50,00	4,252
0,064	44,143	45,00	1,90
0,073	39,344	40,00	1,64
0,08	33,480	34,50	2,96

A partir de los datos mostrados en la tabla anterior se procedió a la graficación del flujo en función de la carga, teniendo en cuenta la evaluación de la correspondencia entre los resultados obtenidos por la carga real de la bomba centrífuga ΠE 160/40, (Hx), y los ofrecidos por el fabricante (Hd); como se muestra en la Figura 3.



Figura 3. Evaluación de la correspondencia entre los resultados obtenidos por el autor para la carga real de la bomba centrífuga Π5 160/40, (Hx), y los ofrecidos por el fabricante (Hd).

En la evaluación de la correspondencia entre los resultados obtenidos para la característica carga-capacidad de la bomba centrífuga $\Pi 5$ 160/40 se obtuvo que para todos los casos el porcentaje de error es menor de un 5 %, validando así el método de cálculo obtenido.

Conclusiones

Se determinó que el valor del coeficiente de deslizamiento para la bomba centrífuga $\Pi 5$ 160/40 es de 0,685; el cual resultó ser diferente al asumido por Stepanoff, quien propone un valor constante igual 0,725.

Se obtuvieron las curvas de trabajo de la bomba centrífuga ПБ 160/40 con errores inferiores al 5 % con respecto a las reportadas por el fabricante; concretándose de esta forma la validez del método obtenido, y poniéndose de manifiesto su valor científico, práctico y económico, lo que permite el dimensionamiento de rodetes centrífugos para la manipulación de fluidos.

Referencias bibliográficas

CHERKASSKI, V. M. 1986. Bombas, ventiladores y compresores. Mir, Moscú.

- Сниксн, А. Н. 1984. *Bombas y máquinas soplantes centrífugas*. Ed. Revolucionaria, La Habana.
- KARASSIK, I. & CARTER, R. 1968. *Bombas centrífugas. Selección, operación y mantenimiento*. Ed. Revolucionaria, La Habana.
- KOVATS, A. 1964. *Design and performance of centrifugal and axial flow pumps and compressors*. Pergaman Press, Oxford.
- LIRANZA, A. G. 2006. Desarrollo de un modelo de cálculo para la determinación de las curvas de trabajo de la bomba centrífuga ПБ 160/40. Raúl Izquierdo Pupo (Tutor). Trabajo de Diploma. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa.
- MESTIZO, C. J. R. 2005. *Modelos matemáticos para la determinación de las características de las bombas centrífugas.* Tesis doctoral. Santa Clara.
- PFLEIDERER, C. 1960. *Bombas centrífugas y turbocompresores.* Ed. Labor S.A., Barcelona.
- STEPANOFF, A. 1959. Centrifugal and axial flow pumps. John Willey & Sons, New York.
- TURIÑO, I. M. 1996. Modelo matemático de la operación de bombas centrífugas. Construcción de Maquinaria, n 1.