

INSTITUTO SUPERIOR MINERO METALÚRGICO DE MOA

FACULTAD DE METALURGIA Y ELECTROMECAÁNICA

DEPARTAMENTO DE METALURGIA

***MODELACIÓN DE LA TRITURACIÓN POR IMPACTO
EN LA PLANTA DE ZEOLITA DE SAN ANDRÉS***

Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas

Autor: Ing. JOSÉ RAMÓN HECHAVARRÍA PÉREZ, MSc

Tutores: Prof. Tit., Ing. Alfredo L. Coello Velázquez, Dr. C

Prof. Tit., Juan M. Menéndez Aguado, Dr. C

Moa 2011

AGRADECIMIENTOS

A la Revolución y al Comandante en Jefe, gracias a ellos ha sido posible el desarrollo de este trabajo.

Un agradecimiento especial a mi familia por su apoyo: a mi madre, mi esposa, mi hermana y mi hija.

A los tutores, al colectivo de Metalurgia del ISMM, al Colectivo de Mecánica y a los profesores Antonio Otero y Luis Orlando Castellanos de la Universidad de Holguín.

Al Doctor Fernando Robles.

Al Doctor Armando Lamadrid y a los compañeros de su equipo de trabajo.

A todos los que de una forma u otra contribuyeron con la ejecución del trabajo.

Agradecimientos a aquellos que por su miseria humana intentaron obstaculizar la ejecución del trabajo porque su posición fue un reto para realizar mayores esfuerzos en el desarrollo de la tesis.

A todos ellos:

Mi sincero agradecimiento.

DEDICATORIA

A LA REVOLUCIÓN, A TODOS SUS HÉROES Y MÁRTIRES.

AL COMANDANTE EN JEFE.

A LA MEMORIA DE MI PADRE QUE SIEMPRE LLEVARÉ PRESENTE.

SÍNTESIS

El presente trabajo tiene como objetivo modelar la trituración por impacto de las zeolitas del yacimiento de San Andrés, Holguín. El análisis del estado del arte permitió establecer las limitaciones de los modelos existentes, que constituyen la base del problema científico. La solución del problema parte de la determinación de las regularidades de las funciones de fractura al considerar el efecto de las variables operacionales fundamentales y de sus relaciones de escalado. Las investigaciones experimentales se desarrollaron en una instalación de laboratorio y en la planta industrial mediante el empleo del experimento factorial completo; para sus cálculos y las validaciones de las nuevas relaciones formuladas, se utiliza el paquete Statgraphics 5.1. Los gráficos cero-error y el criterio de Pearson son empleados en la validación de los modelos. Los resultados del trabajo se relacionan con la modificación de las funciones de fractura y la formulación de nuevas relaciones de escalado de dichas funciones. Las modificaciones de las funciones de fractura y sus relaciones de escalado se incorporan al modelo de Reid (1965) para describir el proceso de trituración por impacto en instalaciones sin regulación del tamaño de salida de las trituradoras y a una nueva formulación que integra el modelo de Reid (1965) y el modelo de White y Witten (1972) para instalaciones con regulación del tamaño de salida. Apoyados en las simulaciones, con los modelos establecidos, se proponen mejoras al proceso tecnológico de la planta de San Andrés, Holguín.

Palabras claves: Eficiencia energética y tecnológica, funciones de fragmentación, modelación, simulación, trituración por impacto.

ABSTRACT

The objective of this work was the modeling the impact crushing of zeolite ore in the San Andres's plant. The analysis of art state allowed delimiting the main limitations of the models available at present time. The limitations of those models constitute the base of cientific problem. The solution to this problem start of regularities determination of fragmentation functions considering the effect of principal operational variables and the relationships to their scaling. The main experimental researchs were developed at a laboratory scale instalation and in the industrial plant utilizing complete factorial experiment, to calculus and validations of new relationships were utilized the software Statgraphics 5.1. The graphics of zero error and the Pearson test were utilized in validation of models. The results of this work are related with the modification of models of fragmentation functions and the formulation of new relationships to scaling of these functions. The modification of models to fragmentation functions and their scaling relationships are incorporated in model of Reid 1965 to describe the process impact crushing without exit regulation of product in the crusher and in a new formulation that integrate the model of Reid 1965 and the model of White and Whitten 1972 for installations with exit regulation of product. The simulation with help of the models established allows proposing improvements to technological process of the San Andres's plant in Holguín.

Key words: Energetic and technological efficiency, fracture functions, impact crushing, modeling, simulation.

INDICE

<i>Contenido</i>	<i>Pág.</i>
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL	7
1.1 Principales elementos de la modelación de los procesos de trituración y de molienda	7
1.1.1. Modelos energéticos de la trituración y la molienda de minerales	8
1.2. Métodos de modelación basado en el balance de la población de partículas	9
1.2.1. Modelos de trituración por impacto	14
1.3. Métodos de modelación basados en el análisis de elementos finitos	21
Conclusiones del capítulo	22
CAPÍTULO 2. MATERIALES Y MÉTODOS	23
2.1. Breve descripción del desarrollo de la investigación	23
2.2. Principales equipos e instrumentos utilizados	24
2.3. Características principales del material utilizado	26
2.4. Método de caracterización granulométrica	26
2.5. Determinación del flujo de alimentación a la trituradora	

<i>Contenido</i>	<i>Pág.</i>
2.6. Procedimiento para la obtención de diferentes condiciones de operación en la instalación de prueba	27
2.7. Determinación de la influencia de la energía de impacto y el flujo de alimentación en la trituración por impacto	28
2.8. Procedimiento para la determinación de la razón de fragmentación a escala de laboratorio	31
2.9. Determinación de la función de distribución de la fragmentación	32
2.10. Procedimiento para la modelación del proceso de fragmentación múltiple a escala de laboratorio	33
2.11. Métodos de validación de modelos	36
Conclusiones del capítulo	36
CAPÍTULO 3. MODELACIÓN DE LA TRITURACION POR IMPACTO A ESCALA DE LABORATORIO	37
3.1. Determinación del comportamiento de la trituración del mineral durante la fragmentación simple	37
3.2. Determinación del comportamiento de la razón de fragmentación	40
3.3. Modificación del modelo de Vogel y Peukert para la simulación de la razón de fragmentación	43
3.4. Determinación de la distribución de la fragmentación	48
3.5. Modelación del proceso de fragmentación múltiple a escala de laboratorio.	51
Conclusiones del capítulo	56

<i>Contenido</i>	<i>Pág</i>
CAPÍTULO 4. MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LA TRITURACIÓN	
POR IMPACTO A ESCALA DE INDUSTRIAL	57
4.1. Modelación y escalamiento de la función de distribución de la fragmentación	58
4.1.1. Escalamiento de la función de distribución de la fragmentación	61
4.2. Escalamiento de la razón de fragmentación	64
4.3. Modelación de la trituración por impacto a escala industrial	72
4.3.1. Modelación de la trituración por impacto sin regulación del tamaño de salida	75
4.3.2. Validación del modelo de fragmentación simple	80
4.3.3. Modelación de la trituración por impacto con regulación del tamaño de salida	82
4.3.4. Validación del modelo de fragmentación múltiple	83
4.4. Simulación del proceso de trituración por impacto	85
4.5. Aplicaciones de los modelos de trituración por impacto	87
4.6. Valoración económica	94
Conclusiones del capítulo	98
CONCLUSIONES GENERALES	99
RECOMENDACIONES	100
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	
ANEXOS I (Tablas)	
ANEXOS II (Figuras)	
ANEXOS III (Programas)	

INTRODUCCIÓN

Las zeolitas naturales son ampliamente utilizadas en la conservación de semillas para la agricultura, en la fabricación de fertilizantes, el tratamiento de aguas, el mejoramiento y conservación de los suelos, las producciones agrícolas protegidas y otras aplicaciones (Mondale et al, 1995; Rodríguez et al, 2000 y Chornacki, 2004). Su bajo costo, presencia en Cuba y amplio espectro de aplicaciones (Coello et al, 2005; Rodríguez-Iznaga et al, 2002) justifican el incremento de su demanda.

En algunos países industrializados, el consumo de energía en las operaciones de reducción de tamaño alcanza el 3% de toda la energía producida (Schonert, 1979). En la planta de zeolita de San Andrés, las exigencias del tamaño de los productos y el consumo energético constituyen limitaciones para la reducción de los costos de operación y el incremento de la eficiencia tecnológica y energética.

La trituración por impacto consume aproximadamente el 26 % de la energía eléctrica consumida en la mencionada instalación; en su operación, las variables de mayor significado son la energía cinética de impacto, el flujo de alimentación y la regulación del tamaño de salida de las trituradoras.

La investigación y mejora de los procesos de trituración con el empleo de métodos de prueba y error, resulta poco factible por su elevado costo y laboriosidad. La simulación de las operaciones y los circuitos de trituración resulta de gran utilidad en la investigación de

posibles modificaciones, para sentar las bases de su optimización y en la selección de estrategias de control (Mular et al, 1980 y King, 2001).

Los métodos de balance de la población de partículas han sido utilizados con éxito en la modelación y la simulación de la trituración de minerales (Garcés et al, 1990; Kobachikawa, 2006 y Ozkan et al, 2009). Los principales modelos de trituración por impacto, basados en los métodos de balance de la población de partículas, se encuentran en los trabajos de Nikolov (2002 y 2004), Shi et al (2003) y Vogel y Peukert (2005).

En los reportes de Nikolov (2002 y 2004) se describe el comportamiento de la trituración a partir de la energía cinética de impacto y del flujo de alimentación; estos modelos consideran el efecto de la regulación del tamaño de salida del producto. Este efecto resulta significativo según los resultados presentados por Shi et al, (2003) y por Vogel y Peukert (2005).

Shi et al (2003) simularon la trituración de impacto para carbones; el modelo propuesto no incluye efecto de la energía cinética de impacto, el flujo de alimentación y la regulación del tamaño de salida del producto en la trituradora.

Por otra parte, Vogel y Peukert (2005) modelan la trituración por impacto a partir de las variaciones de la energía cinética y la regulación del tamaño de salida del producto, sin considerar el efecto del flujo de alimentación. Nikolov (2002 y 2004) asegura que esta variable ejerce una influencia significativa en el comportamiento de la trituración del mineral.

De acuerdo con los trabajos de Nikolov (2002 y 2004), Shi et al (2003) y Vogel y Peukert (2005), se puede significar que en el comportamiento de la trituración por impacto las variables de mayor influencia son: la energía cinética de impacto, el flujo de alimentación y la regulación del tamaño de salida. Ninguno de los modelos descritos tiene en cuenta la

influencia de estas tres variables en las funciones de fractura. Este aspecto constituye una limitación a considerar y es parte esencial del problema de esta investigación.

Nikolov propone la determinación de las funciones de fractura de forma simultánea con ayuda de algoritmos. Por la naturaleza de la modelación basada en el método de balance de población de partículas, el empleo de estas técnicas conduce inobjetablemente a la obtención de más de una combinación de valores que puedan satisfacer los resultados experimentales (Lynch, 1980).

Coello et al (2011) concluye que la magnitud del error de reproducibilidad de las formulaciones de la función de selección de Nikolov (2002, 2005), de Vogel y Peukert (2005) y Austin y Luckie (1972) es sensible al método utilizado para su determinación.

El procedimiento utilizado por Shi et al (2003) para la determinación de las funciones de fractura, puede llevar a la obtención de valores negativos e infinitos de los parámetros de la función de selección, distorsionando el sentido físico y matemático de dicha función.

En la modelación de operaciones de molienda se han establecido relaciones entre las funciones de la fragmentación determinadas a diferentes escalas y en equipos de diferentes características geométricas y dimensionales (Austin y Klimpel, 1964; Mika et al, 1967; Kelsall et al, 1968/69 y Herbst y Fuerstenau, 1972). Estas relaciones permiten el escalado de las funciones de fractura desde la escala de laboratorio hasta la industrial y facilitan la toma de decisiones para la mejora de la eficiencia de los equipos e instalaciones. El no tener en cuenta estas relaciones en la modelación de objetos reales, puede ser fuente de errores colosales. Este aspecto también constituye una limitación importante para la modelación de la trituración por impacto y forma parte del problema de investigación.

De acuerdo con los elementos anteriormente presentados, el *problema de la investigación* radica en que, los modelos de las funciones de fractura existentes y sus relaciones de escalado no consideran el efecto de la energía de impacto, el flujo de alimentación y la regulación del tamaño de salida de las trituradora, cuestión que limita la reproducibilidad en la simulación de la trituración por impacto de las zeolitas de San Andrés, Holguín.

El *Objeto de investigación* se define como la modelación de la trituración por impacto de la zeolita en la planta de San Andrés.

Objetivo general:

Establecer un modelo para la simulación de la trituración por impacto en la planta de San Andrés que considere el efecto de la energía cinética de impacto, el flujo de alimentación y la regulación del tamaño de salida en las funciones de fractura y sus relaciones de escalamiento.

Objetivos específicos:

1. Determinar las principales regularidades de comportamiento de las funciones de la fractura y sus relaciones de escalamiento considerando el efecto de la energía cinética, el flujo de alimentación y la regulación del tamaño de salida de la trituradora.
2. Obtener un modelo que integre el efecto de las variables de energía cinética y flujo de alimentación y las relaciones de escalamiento de la función de selección; así como su algoritmo y procedimiento para la simulación de la trituración de impacto con y sin regulación del tamaño de salida de la trituradora.

Campo de acción. El campo de acción del presente trabajo está relacionado con las regularidades de comportamiento de las funciones de fractura y las relaciones de escalamiento en la trituración por impacto de las zeolitas naturales.

Hipótesis: La determinación de las principales regularidades de las funciones de la fractura y sus relaciones de escalamiento permite establecer un modelo que integre el efecto de la energía de impacto, el flujo de alimentación y el tamaño de regulación de salida para la simulación de la trituración por impacto de las zeolitas de San Andrés.

Tareas de investigación:

1. Análisis del estado del arte de la modelación y simulación de la trituración por impacto.
2. Determinación de los modelos de las funciones de la fragmentación para la trituración del mineral de San Andrés en dependencia de las principales variables de operación.
3. Establecimiento de las relaciones para el escalamiento de las funciones de la fractura.
4. Modelación de la trituración de impacto mediante la incorporación de las funciones de fractura modificadas y sus relaciones de escalado al modelo general de Reid (1965) para el caso de instalaciones sin regulación del tamaño de salida y a su combinación con el modelo de White y Witten (1972) para instalaciones con regulación del tamaño de salida de las trituradoras.
4. Validación del modelo.

Con el objetivo de resolver el problema de la investigación se utilizaron métodos teóricos y empíricos. Los métodos teóricos utilizados fueron el histórico – lógico, hipotético-deductivo, inducción y deducción y análisis y síntesis. Los métodos empíricos empleados en la investigación incluyen la observación, experimentación y las técnicas estadísticas. Están presentes en el trabajo las técnicas de modelación basadas en el método de balance de población de partículas.

Novedades del trabajo: aportes teóricos y prácticos de la tesis.

Aportes teóricos:

Las regularidades del comportamiento de las funciones de factura, sus relaciones de escalamiento y las nuevas formulaciones de las funciones de fractura obtenidas al considerar el efecto de la energía cinética y el flujo de alimentación.

Modelo basado en el balance de población de partículas que integra el efecto de la energía cinética de impacto y el flujo de alimentación para la simulación de trituración por impacto zeolitas en instalaciones con y sin regulación del tamaño del producto triturado.

Aporte práctico:

Los algoritmos y sus procedimientos establecidos para la simulación de la trituración por impacto de instalaciones con y sin regulación de tamaño de salida.

CAPITULO 1. MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO - CONCEPTUAL

En este capítulo se aborda la modelación de los procesos de trituración de minerales. Se estudian con mayor amplitud los métodos basados en el balance de la población de partículas y los modelos que describen la trituración por impacto. Los objetivos específicos son:

1. Exponer los fundamentos de la modelación de los procesos de trituración de minerales.
2. Realizar un análisis de los reportes relacionados con la modelación de la trituración por impacto.

1.1. Principales elementos de la modelación de los procesos de trituración y de molienda

La esencia de los procesos de trituración y de molienda de materiales se explica mediante los fundamentos físico-mecánicos de la fragmentación de partículas. Estos fundamentos han sido desarrollados por varios autores (Hertz, 1881; Inglis, 1913; Griffith, 1920; Irwin, 1947; Rumpf, 1961 y Steiner y Shonert, 1972).

La descripción cuantitativa de los mecanismos de la trituración y la molienda, a partir de los fundamentos físico-mecánicos de la fragmentación, resulta altamente compleja. Esto justifica que las operaciones de reducción de tamaño sean simuladas con ayuda de modelos considerablemente simplificados. Los principales modelos, utilizados en la simulación de procesos de reducción de tamaño, pueden ser agrupados en tres grupos principales: modelos energéticos, modelos de balance de la población de partículas (*PBM*) y modelos basados en el análisis por elementos finitos.

1.1.1. Modelos energéticos de la trituración y la molienda de minerales

Los principales modelos que relacionan la energía con el tamaño de las partículas se encuentran en los reportes de: Rittinger (1867), Kick (1885), Bond (1951), Charles (1957), Hukki (1962), Tijonov (1984), Morrell (1999), Menéndez y Coello (2006) y Morrel (2009). Estos modelos han sido empleados principalmente en la simulación de la molienda de minerales (Prudnikov et al, 1986; Tsiboukis, 1995; Stamboliadis, 2000 y 2002; Kambossos y Stamboliadis, 1997 y Hicom, 2001). En la trituración por impacto su aplicación ha sido muy limitada (Sokolowski, 1995). Las limitaciones de los modelos energéticos, para la simulación de la trituración y la molienda de minerales, han sido estudiadas por varios autores (Lynch, 1980; Prasher, 1987; Coello y Tijonov, 2001; Herbst et al, 2004; Menéndez et al, 2005 y Coello et al, 2008).

En las operaciones de trituración y de molienda, el mineral de alimentación y el producto se distribuyen en un amplio espectro de tamaños de partículas. Para la caracterización de esas distribuciones de tamaños, en la mayoría de los modelos energéticos, se asume un valor constante. Este aspecto constituye una limitación importante de ese tipo de modelo (Coello y Tijonov, 2001).

En los reportes de Tijonov (1984), Coello (1993) y Coello y Tijonov (2001), se representa el tamaño del mineral de alimentación y del producto mediante distribuciones de tamaño con el uso de modelos integro – diferenciales de conocida complejidad. La caracterización del tamaño del mineral mediante métodos discretos resulta mucho más sencilla, esto justifica la preferencia de los modelos de balance de la población de partículas en forma discreta sobre los modelos energéticos.

1.2. Métodos de modelación basados en el balance de la población de partículas

Con los métodos basados en el balance de la población de partículas (*PBM*) se simulan los procesos de reducción de tamaños mediante dos funciones principales: la función de selección y la de distribución de la fragmentación. Estas funciones fueron formuladas inicialmente por Epstein (1948). En los trabajos de Broadbent y Callcott (1956), Lynch (1980) y Kelly y Spottiswood (1990) están ampliamente tratados los fundamentos de las funciones de fractura.

La función selección expresa la probabilidad de que las partículas sean seleccionadas para el proceso de fragmentación. Esta probabilidad depende del tamaño de las partículas minerales, los valores de la probabilidad o razón de fragmentación pueden expresarse en fracción o en por ciento.

La razón de fragmentación, en los ensayos de partículas independientes, se determina por la relación entre: el número de partículas que se fragmentan y la cantidad total sometida a los ensayos. En los procesos de trituración, la relación entre la fracción de masa fragmentada y la masa total de la muestra expresa la razón o probabilidad de fragmentación.

El comportamiento de la probabilidad de fragmentación, en la trituración por impacto, se considera dependiente del tipo de mineral y de variables de operación tales como la energía de impacto (Nikolov, 2002; Shi et al, 2003; Austin, 2004 y Vogel y Peukert, 2003 y 2005) y el flujo de alimentación (Nikolov, 2002 y 2004).

La función de distribución de la fragmentación describe la forma en que se redistribuye el tamaño del material después de la fragmentación de las partículas originales. En su forma individual se representa como b_{ij} y expresa la fracción de masa de las partículas de tamaño i obtenida por la fragmentación de las partículas de tamaño mayor j .

En forma acumulada $B_{i,j}$ cuantifica la fracción de masa de los fragmentos de tamaño menor que i obtenidos por la fractura de las partículas de mayor tamaño (j). La distribución de la fragmentación depende del tipo de material y también se considera dependiente de condiciones de operación como la energía cinética de impacto (Nikolov, 2002; Austin, 2004; Vogel y Peukert, 2005) y del flujo de alimentación (Nikolov, 2002).

En la molienda de minerales se han establecido diferentes métodos para la determinación de las funciones de la fragmentación, dentro de estos están los métodos de Kapur y Agrawal (1970) y de Pettersen y Sandvick (1992). En la trituración por impacto se han desarrollado tres métodos principales para la obtención de las funciones de la fractura:

- Mediante ensayos de partículas independientes.
- A partir de los datos de la escala industrial, con el conocimiento previo de una de ellas o determinando ambas a la vez.
- A partir de una monoclasa de tamaño de partículas en una trituradora de laboratorio con descarga libre.

La utilización de las funciones de la fragmentación en el balance de la población de partículas (PBM) se presenta en la ecuación (1.1). Esta se representa en forma continua para un proceso dinámico (Bass, 1954; Gaudin y Meloy, 1962 y Gardner y Austin, 1962).

$$\frac{\partial M(x,t)}{\partial t} = -S(x)M(x,t) + \int_x^{\infty} S(y)b(x,y)M(y,t)dy \quad (1.1)$$

$M(x, t)$ expresa la fracción de masa de tamaño x en el tiempo t . $M(y, t)$ es la fracción de masa de tamaño y en el tiempo t . $S(x)$: razón de fragmentación de las partículas de tamaño x .

$S(y)$: razón de fragmentación de las partículas de tamaño y , $b(x, y)$: fracción de las partículas de tamaño x obtenidas a partir de los fragmentos de tamaño y .

Las ventajas de los métodos de balance en forma discreta han determinado su amplia aplicación en la determinación del comportamiento de la trituración y la molienda de minerales: en molinos de bolas (Weedom, 2001; Kotake et al, 2002; Fuerstenau et al, 2004; Laborde, 2005; Coello et al, 2008; Ozkan et al, 2009 y Hennarta et al, 2009) y en trituradoras de cono (Garcés et al, 1990 y Kobachicawa, 2006).

Los modelos de balance de la población de partículas (*PBM*) en forma discreta que con mayor frecuencia se encontraron en la literatura corresponden a Reid (1965) y a Whitten y White (1972). El modelo de fragmentación simple (Reid, 1965) se puede representar según el esquema de la figura 1.1 y la ecuación matricial (1.2).

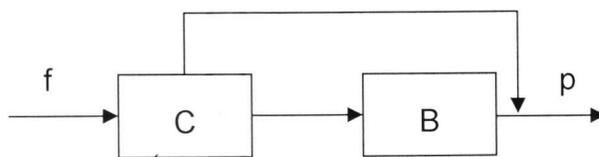


Figura 1.1. Representación del modelo de Reid (1965).

$$p = (I - C) f + b C f \quad (1.2)$$

p : vector columna que representa la distribución del tamaño de las partículas del producto obtenido en el proceso. I : matriz idéntica. C : matriz diagonal que cuantifica la función selección o razón de fragmentación, b es la matriz triangular inferior de la función de distribución de la fragmentación y f es el vector columna que describe la distribución de tamaño del material de alimentación.

En la figura 1.1 se describe un evento de fragmentación que no se repite para una misma partícula, por esta razón las matrices se encuentran enlazadas en serie. El modelo (1.1) ha sido utilizado en la descripción de la trituración por impacto (Csocket y Racz, 1998 y Vogel y Peukert, 2005).

El modelo de White y Whitten (1972), presentado en la figura 1.2 y la ecuación (1.3), describe un proceso donde las partículas pueden someterse a más de un ciclo de fragmentación. Este modelo ha sido utilizado también en la simulación de trituradoras de impacto (Nikolov, 2002 y 2004).

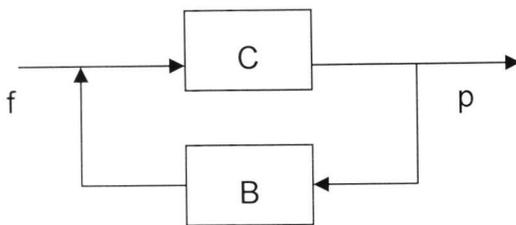


Figura 1.2. Esquema del modelo de White y Whitten (1972).

$$p = (I - C) (I - b C)^{-1} f \quad (1.3)$$

Whitten y White (1972) obtuvieron el modelo de la ecuación (1.4) para determinar la razón de fragmentación en trituradoras de mandíbulas y de cono. Este modelo fue utilizado en la trituración por impacto por Shi et al (2003).

$$C_j = 1 - \left(\frac{x_j - k_1}{k_2 - k_1} \right)^{k_3} \quad \text{para } k_1 \leq x_j \leq k_2 \quad (1.4)$$

$$C_j = 1 \quad \text{si } x_j > k_2$$

$$C_j = 0 \quad \text{cuando} \quad x_j < k_1$$

x_j : tamaño de partículas.

C_j es la probabilidad o razón de fragmentación de las partículas de tamaño j .

k_1 : tamaño máximo de las partículas con probabilidad de fragmentación igual cero (mm).

k_2 : tamaño mínimo de partículas con probabilidad de fragmentación igual a uno (mm).

k_3 : es una constante adimensional que no varía para un mismo tipo de material.

El modelo de Austin y Luckie (1972) ha sido empleado para representar la función de distribución de la fragmentación, tanto en procesos de molienda como de trituración (Garcés et al, 1990; Nikolov, 2004 y Kobachicawa, 2006). Este modelo se puede expresar como:

$$B_{ij} = \phi \left(\frac{x_i}{x_j} \right)^{l_1} + (1 - \phi) \left(\frac{x_i}{x_j} \right)^{l_2} \quad \text{si } i < j$$

$$B_{ij} = 0 \text{ para } i > j \quad (1.5)$$

B_{ij} : fracción de masa de tamaño i obtenida por la fragmentación de las partículas de tamaño j ,

x_i : es la fracción de masa de las partículas con tamaño máximo i que aparecen después de la fragmentación de las partículas originales, x_j es el tamaño de las partículas iniciales. Los parámetros l_1 , l_2 y ϕ son adimensionales y dependen de las condiciones del proceso.

Los elementos de la matriz b que representa la distribución de la fragmentación en forma individual se calculan de acuerdo con las ecuaciones (1.6) y (1.7) (Lynch, 1980 y King, 2001).

$$b_{ij} = B_{i-1j} - B_{ij} \quad \text{para } i \neq j \quad (1.6)$$

$$b_{ij} = 1 - B_{ij} \quad \text{para } i = j \quad (1.7)$$

$i - 1$ es el tamaño de tamaño de partículas inmediato superior a i .

Debido a la conservación de la masa:

$$\sum b_{ij} = 1 \dots\dots\dots (1.8)$$

1.2.1. Modelos de trituración por impacto

Attou et al (1999) modelaron la trituración por impacto mediante dos subprocesos, el impacto de los martillos en el material y el choque de las partículas en los revestimientos del equipo. Para la determinación de la función selección tomaron como base el modelo de Weichert (1988) y propusieron el empleo de la ecuación (1.9).

$$C_j = 1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon_1}{Q^{\varepsilon_2}} \cdot x_j^{a_1} \cdot E^{a_2}\right) \quad (1.9)$$

Q : flujo de alimentación de mineral (t/h). E : energía cinética de impacto por unidad de masa de mineral (J/kg), x_j es el tamaño de las partículas del mineral de alimentación (mm), a_1 y a_2 : son constantes adimensionales para un mismo tipo de mineral y ε_1 y ε_2 son constantes no dimensionales que dependen de la geometría y el tamaño de la trituradora.

Según Nikolov (2002), la ecuación (1.9) predice la fragmentación de partículas del orden de las décimas de micrones en condiciones donde los experimentos demuestran que no existe fragmentación alguna.

Shi et al (2003) simulan la trituración por impacto de diferentes tipos de carbón con el empleo del modelo de balance representado en la figura 1.3.

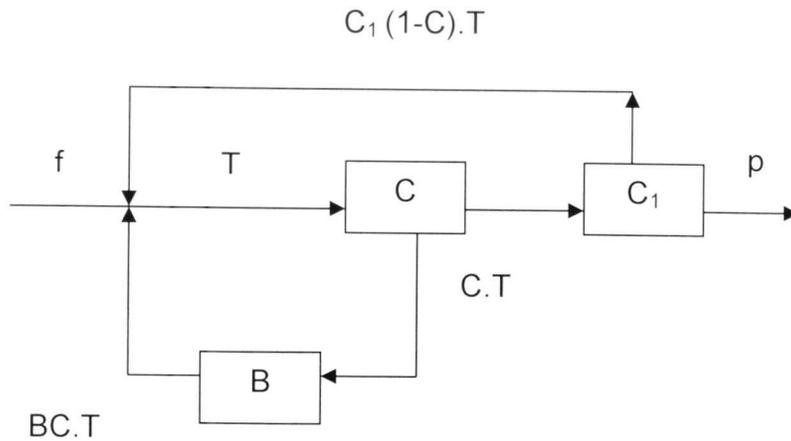


Figura. 1.3. Representación del modelo utilizado por Shi et al (2003).

El modelo de Shi et al (2003) se puede representar según las ecuaciones (1.10) y (1.11).

$$p = -C \cdot T - C_1 \cdot (1 - C) \cdot T \quad (1.10)$$

$$T = f + B \cdot C \cdot T - C_1 \cdot (1 - C) \cdot T \quad (1.11)$$

B , f , p y C tienen el mismo significado que en las ecuaciones (1.2) y (1.3). C_1 describe la clasificación de las partículas en la rejilla de salida de la trituradora y T está compuesto por el mineral de alimentación a la trituradora y las partículas que recirculan a ella en nuevos ciclos de fragmentación.

El procedimiento empleado por Shi et al (2003) comprende la determinación de la función de distribución de la fragmentación (b) mediante ensayos de partículas independientes. La determinación de las funciones C y C_1 se realiza a partir de los datos obtenidos de los experimentos a escala industrial.

Shi et al (2003) obtienen valores negativos o infinitos para los parámetros k_1 y k_2 de la ecuación (1.4). Esos valores no se corresponden con las magnitudes físicas que representan dichos parámetros. En este modelo no se describe la influencia demostrada de la energía cinética de impacto.

En comparación con los modelos de Nikolov (2002 y 2004) y de Vogel y Peukert (2005), el modelo de Shi et al (2003) resulta mucho más complejo.

Vogel y Peukert (2003) obtuvieron un modelo para la determinación de la probabilidad de fragmentación por impacto. Ese modelo se basa en: la teoría de los choques elásticos de Hertz (1881), el principio de similitud de Rumpf (1973) y el modelo de fractura de Weichert (1992). Durante sus ensayos, Vogel y Peukert (2003) determinaron el comportamiento de la probabilidad de fragmentación de partículas de materiales diferentes, para esto utilizaron un dispositivo similar al desarrollado por Schonert et al (1986).

El modelo de Vogel y Peukert (2003 y 2005), para la determinación de la razón de fragmentación por impacto de las partículas de un material dado, se representa según la ecuación (1.12).

$$C_j = 1 - \exp \left[-f_{mat} \cdot x_j \cdot (E - E_{min}) \right] \quad (1.12)$$

x_j : tamaño medio de las partículas sometidas a impacto (m).

E y E_{min} : energía cinética de impacto y energía límite de impacto a la cual las partículas de tamaño x_j no pueden ser fragmentadas, respectivamente (J/kg).

f_{mat} es un parámetro característico del material (kg/Jm).

En los reportes de Vogel y Peukert (2005) se modela el comportamiento de la trituración por impacto de rocas calizas. El proceso se considera como una serie de eventos repetitivos, cada uno de ellos se describe mediante el modelo de Reid (1965) representado en (1.2). En ese artículo se demuestra que la razón de fragmentación de un material, observada durante ensayos de partículas independientes, resulta equivalente a la obtenida por la trituración de monoclasas de tamaño. La función de distribución de la fragmentación, utilizada en ese trabajo, se determina por métodos de ajuste de las observaciones a escala industrial.

En la ecuación (1.12) (Vogel y Peuket, 2005) no se considera el efecto del flujo de alimentación en la función selección, sin embargo en los trabajos de Nikolov (2002 y 2004) se demuestra su significativa influencia. Por otra parte, en el modelo de Vogel y Peukert (2005) se asume que todas las clases de tamaño experimentan la misma cantidad de ciclos de fragmentación; esta simplificación supone que las partículas de diferentes tamaños tienen la misma probabilidad de salir de la trituradora, cuestión que contradice los mecanismos del cribado y los resultados de Shi et al (2003).

Nikolov (2002 y 2004) utilizó el modelo de balance de la población de partículas presentado en la ecuación (1.3). Nikolov (2002) emplea la ecuación (1.13) para la simulación de la función de selección.

$$C_j = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x_j - x_{min}}{x_{min}} \right)^{n_1} \right] \quad (1.13)$$

x_{min} : tamaño máximo de las partículas que no se fragmentan en las condiciones del proceso.

n_1 : coeficiente adimensional que no varía para el mismo tipo de material.

Para la determinación de x_{min} Nikolov (2002) utiliza la ecuación (1.14), sin embargo en Nikolov (2004) se asume una fórmula simplificada para la determinación de x_{min} (ecuación 1.15). No obstante, se puede apreciar que en ambas ecuaciones se presentan las mismas relaciones de la energía cinética y del flujo de alimentación.

$$x_{min} = x_{max} \cdot \exp \left\{ - \left[S_0 + S_a \cdot \ln \left(\frac{Q_0}{Q} \right) \cdot \left(\frac{E}{E_0} \right)^{n_2} \right] \right\} \quad (1.14)$$

x_{max} : tamaño máximo del material de alimentación a la trituradora (mm). S_0 : constante adimensional. S_a : factor adimensional de interacción entre las partículas. Q : flujo de alimentación (t/h), n_2 : parámetro no dimensional característico del material. E : energía cinética de impacto (J/kg). E_0 y Q_0 : energía y flujo de alimentación tomados como referencia.

$$x_{min} = \beta \cdot \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^{S_1} \cdot \left(\frac{E_0}{E} \right)^{S_2} \quad (1.15)$$

Donde:

β (mm): tamaño de partícula que depende del diseño de la trituradora.

S_1 : parámetro no dimensional característico del material.

S_2 : parámetro que tiene en cuenta la intensidad de los choques entre partículas.

Nikolov (2002 y 2004) propone despreciar en el cálculo de la energía cinética de las partículas sometidas a impacto, su velocidad inicial con respecto a la velocidad de los martillos. De esta forma, la energía cinética por unidad de masa (J/kg) se calcula de acuerdo con las ecuaciones (1.16) y (1.17).

Para una trituradora de árbol horizontal:

$$E = 0,5 \cdot (R + 0,5 \cdot H_b)^2 \cdot \omega^2 \quad (1.16)$$

R : radio del rotor (m), H_b es la altura de la superficie de impacto de los martillos (m) y ω es la velocidad angular (1/s).

$$E = kg \cdot m^2 / s^2 \cdot kg = J / kg$$

Para una trituradora de árbol vertical:

$$E = R_v^2 \cdot \omega^2 \quad (1.17)$$

R_v : se utiliza para identificar el radio del rotor de una trituradora vertical (m).

Para la determinación de la función de distribución de la fragmentación, Nikolov (2002) utiliza el modelo propuesto por Broadbent y de Calcott (1956). Este se muestra en la ecuación (1.18).

En (1.18) se considera que $B_{i,j}$ depende de la energía de impacto (E) y del flujo de alimentación (Q).

$$B_{ij} = 1,582 \cdot \left\{ \phi \cdot \left[1 - \exp \left(- \left(\frac{x_i}{x_j} \right)^\delta \right) \right] + (1 - \phi) \cdot \left[1 - \exp \left(- \left(\frac{x_i}{x_j} \right)^\mu \right) \right] \right\} \quad (1.18)$$

$B_{i,j}$: fracción de masa de tamaño i obtenida por la fragmentación de las partículas de tamaño j , x_i : tamaño máximo de las partículas del intervalo i , x_j : tamaño promedio de las partículas iniciales en el intervalo del tamaño j , δ y μ son constantes no dimensionales. El parámetro ϕ se calcula según (1.19).

$$\phi = 1 - \exp\left\{-\left[C_a + C_b \cdot \ln\left(\frac{Q_0}{Q}\right)\right] \cdot \sqrt{\frac{E}{E_0}}\right\} \quad (1.19)$$

C_a y C_b son constantes adimensionales, E es la energía cinética de impacto, Q el flujo de alimentación y E_0 y Q_0 son valores de referencia de energía y flujo de alimentación, respectivamente.

En los reportes de Nikolov (2004) se considera que la distribución de la fragmentación no varía para el mismo material, sin embargo se sugiere utilizar dependencias de la energía de impacto y del flujo de alimentación. En los modelos de Nikolov (2002 y 2004) no se describe la influencia de la regulación de salida en la distribución de tamaño del producto; Shi et al (2003) y Vogel y Peukert (2005) demuestran que su efecto en la trituración por impacto resulta significativo.

En los modelos de Nikolov (2002 y 2004) las funciones de la fragmentación se determinan en forma conjunta por medio de técnicas computacionales. Según Lynch (1980), con la determinación de forma conjunta de esas funciones, más de una de sus combinaciones satisfacen los resultados experimentales.

En la modelación de los procesos de molienda se han establecido relaciones de escalamiento que permiten la reproducción en el objeto natural de la función selección determinada a nivel de laboratorio (Austin y Klimpel, 1964; Mika et al, 1967; Kelsall et al, 1968/69; Herbst y Fuerstenau, 1972; Laborde, 2005). Esas relaciones facilitan la determinación e interpretación de las regularidades de las funciones de la fractura. El desconocimiento de estas relaciones,

para la trituración por impacto, impide la utilización de los resultados obtenidos a escala de laboratorio en la implementación de los modelos de balance de la población de partículas.

1.3. Métodos de modelación basados en el análisis de elementos finitos

Con el desarrollo de la informática, se han diseñado programas que permiten la simulación de los procesos de trituración y de molienda partiendo del seguimiento del flujo de partículas en la trituradora o en el molino. Los principales aspectos, de los métodos de análisis por elementos finitos, se encuentran en los reportes de: Mishra (1991), Mishra y Cheung (1999), Rajamani et al (2000), Bwalaya et al (2001) y otros. Estos métodos han sido utilizados en: molinos de bolas (Mishra y Rajamani, 1992 y 1994; Inoue y Okaya, 1995; Datta et al, 1999; Cleary, 2001 y Whittles, 2006), trituradoras de conos (Evertsson, 2002) y en trituradoras de impacto (Djordjevic et al, 2003).

Con los métodos de análisis por elementos finitos se logra la simulación de las fuerzas y tensiones que actúan en el flujo de partículas, no obstante su aplicación en trituradoras de impacto es escasa (Djordjevic et al, 2003). Estos autores simulan la trituración por impacto sin tener en cuenta el efecto del tamaño de la regulación de salida y del flujo de alimentación del mineral.

En trabajos más recientes se han reportado elementos de gran importancia para la modelación de los procesos de trituración y de molienda de minerales, por ejemplo:

- La influencia de la forma de las partículas en el comportamiento de la trituración por impacto (Unland et al, 2009).
- Modelación de molinos de rodillos de alta presión (Schneider et al, 2009).

- El efecto de impactos repetidos en el comportamiento de la fragmentación de las partículas (Tavares et al, 2007 y Tavares, 2009).
- Desarrollo de equipos de ensayo para la caracterización del comportamiento de la trituración de materiales (Shi et al, 2009).

Los reportes antes referidos presentan una gran importancia para la modelación de la trituración y la molienda de minerales, pero no ofrecen soluciones para las limitaciones de los modelos de trituración por impacto.

Conclusiones del capítulo

1. La descripción cuantitativa de los procesos de reducción de tamaño se realiza a partir de modelos con un alto grado de simplificación. Los modelos basados en el balance de la población de partículas resultan predominantes en la simulación de la trituración y la molienda de minerales.
2. En los modelos de trituración por impacto descritos en la literatura, no se describe el proceso mediante el efecto integrado de las variables: energía cinética de impacto, flujo de alimentación y regulación del tamaño de salida del producto.
3. En la bibliografía consultada no se reportan modelos que permitan el escalamiento de las funciones de la fractura desde la escala de laboratorio hasta la industrial.

CAPÍTULO 2. MATERIALES Y MÉTODOS

CAPÍTULO 2. MATERIALES Y MÉTODOS

La correcta selección y utilización de los equipos y los materiales y métodos, influye considerablemente en la viabilidad de la investigación y en la calidad de sus resultados. En el presente capítulo se tomó especial atención en la selección de los materiales y métodos a emplear en el desarrollo del trabajo.

Los objetivos específicos del capítulo son:

1. Describir brevemente los equipos, instrumentos y materiales utilizados durante la investigación.
2. Exponer los principales procedimientos, metodologías y técnicas empleados en el trabajo.

2.1. Breve descripción del desarrollo de la investigación

Con el objetivo de resolver el problema de la investigación se establece un modelo que describe el comportamiento de la trituración por impacto en la planta de San Andrés. Este modelo simula el efecto de la energía cinética de impacto, el flujo de alimentación de mineral y el tamaño de regulación de salida del producto.

Las principales regularidades de las funciones de la fractura se obtuvieron en una instalación de laboratorio considerando la influencia de la energía cinética y del flujo de alimentación, se determinaron también las relaciones de escalamiento de las funciones de fractura. Estos elementos se incorporan a los modelos de balance de la población de partículas para la

simulación de la trituración por impacto durante la fragmentación simple (sin regulación del tamaño de salida del producto) y para la fragmentación múltiple (con regulación del tamaño de salida del producto).

2.2. Principales equipos e instrumentos utilizados

Para el cálculo del flujo de alimentación a las trituradoras se utilizó un reloj cronómetro y una balanza, ambos debidamente calibrados y certificados por la Oficina Territorial de Normalización. Para la caracterización del tamaño de todas las muestras de mineral se utilizaron tamices con orificios cuadrados. El tamaño de los tamices en cada experimento se seleccionó teniendo en cuenta las principales clases granulométricas que se utilizan a escala industrial.

Para los ensayos a escala de laboratorio, se utilizó la instalación de prueba que se representa en la figura 2.1. En las figura A1 y A2 de los Anexos II se presentan más detalles de esa instalación que cuenta con una tolva, un transportador de cinta de goma y una trituradora de martillos. A continuación se explican las principales características de estos.

La tolva de alimentación tiene una capacidad de $0,1 \text{ m}^3$ y cuenta con una válvula de regulación en su descarga para variar del flujo de alimentación de mineral a la trituradora.

El transportador de cinta tiene como objetivo la alimentación del mineral desde la tolva hasta la trituradora de martillos y es accionado por un motoreductor trifásico de $0,15 \text{ kW}$ con velocidad de salida de 43 r/s .

La velocidad de desplazamiento de la cinta transportadora es $0,2 \text{ m/s}$. La longitud del transportador es de 1 m . y el ancho de la cinta es $0,2 \text{ m}$.

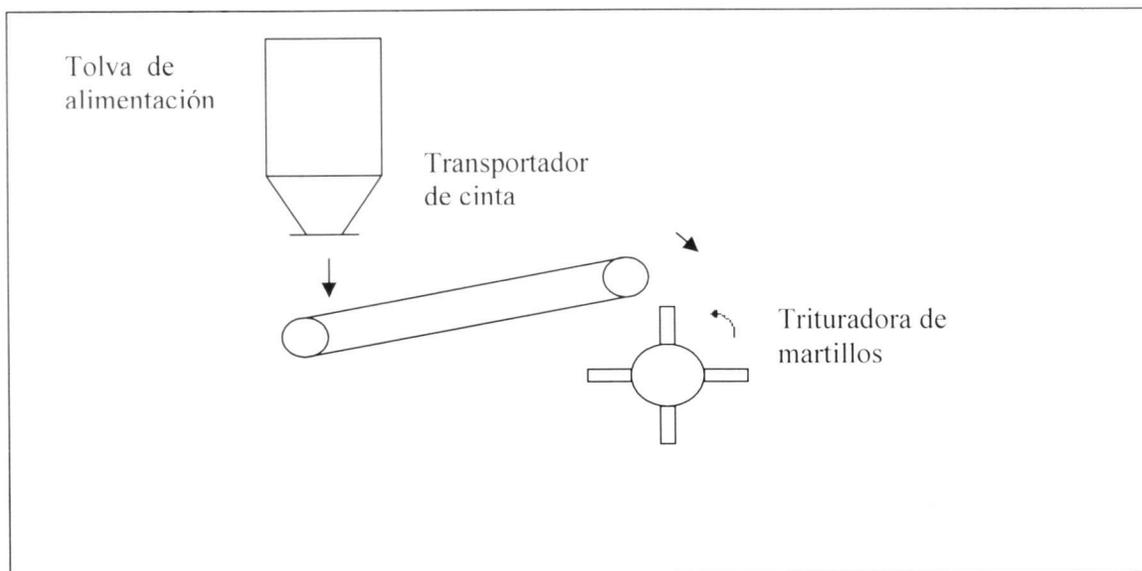


Figura 2.1. Esquema de instalación de prueba de escala de laboratorio.

La trituradora presenta las dimensiones del rotor (diámetro x ancho): 100 x 100 mm, cuenta con cuatro martillos tipo estribos y es accionada por un motor trifásico de 2,2 kW con velocidad de giro de 28,8 1/s. La transmisión de movimiento del motor al rotor se realiza mediante poleas y correas. En este equipo es posible montar rejillas de regulación de la salida del producto con diferentes tamaños de los orificios.

Durante la experimentación a escala industrial, de la trituración por impacto, se utilizó una trituradora tipo *Liptman 24 x 18*. El rotor del equipo cuenta con cuatro filas de martillos tipo estribo, el diámetro del rotor es de 500 mm y el ancho 450 mm. El flujo de alimentación máximo recomendado es de 20 t/h.

La trituradora es accionada por un motor eléctrico de 55 kW con velocidad de giro de 29 1/s. Para la regulación del tamaño de salida del producto se utilizaron dos rejillas con tamaños de orificios diferentes (5 y 10 mm). En la figuras A3 de los Anexos II se presentan detalles de la trituradora tipo *Liptman 24 x 18*.

2.3. Características principales del material utilizado

El material utilizado fue roca zeolítica del yacimiento de San Andrés. Según Rizo et al (1989), los valores promedios de las propiedades físico-mecánicas de la materia prima del yacimiento son:

Humedad natural promedio	11,72 %
Peso volumétrico húmedo	1,97 t/m ³
Peso volumétrico seco	1,73 t/m ³
Valor medio de la relación de vacío	0,35
Valor medio de la saturación	76,04 %
Peso específico	2,53 g/cm ³
Absorción	2,10 %
Resistencia media a la compresión natural	157,36 kg/cm ²
Resistencia media a la compresión saturada	180 kg/cm ²

De acuerdo con Rizo et al (1989), en toda el área estudiada del yacimiento las propiedades físico - mecánicas presentan muy poca variabilidad.

2.4. Método de caracterización granulométrica

La caracterización granulométrica se ejecutó mediante análisis de tamices por vía seca. Para la preparación de las muestras se siguió el método de cono y anillo. La cantidad mínima de mineral para cada muestra se determinó según la ecuación (2.1), recomendada por Fuerstenau y Han (2004). Para el pesaje de las muestras se utilizaron básculas y balanzas certificadas.

$$M_{min} = \frac{\pi}{6} \cdot y_{max}^3 \cdot \rho \quad (2.1)$$

M_{min} : masa mínima de la muestra (kg), y_{max} es el tamaño máximo de los fragmentos del mineral (m) y ρ es la densidad de la clase de tamaño (kg/m³).

2.5. Determinación del flujo de alimentación a la trituradora

Para la determinación del flujo de alimentación a las trituradoras se empleó el procedimiento de pesaje por metro de banda y la ecuación (2.2) (Matushev et al,1985).

$$Q = 3,6 \cdot q \cdot V_{cint} \quad (2.2)$$

Q es el flujo de mineral alimentado a la trituradora (t/h).

q : masa de mineral en cada metro de cinta (kg/m).

V_{cint} : velocidad de la cinta (m/s).

La determinación de V_{cint} se realizó mediante el cronometraje del tiempo de recorrido de la cinta en una distancia de 1 m.

2.6. Procedimiento para la obtención de diferentes condiciones de operación en la instalación de prueba

La regulación de la velocidad de impacto en la trituradora se logró mediante el bloque de poleas montado en el motor eléctrico. Ese bloque presenta tres escalones con los que se puede obtener igual número de velocidades del rotor (25; 38 y 51,6 1/s). Esos niveles permiten utilizar tres valores de energía cinética de impacto durante los ensayos (100; 275 y 450 J/kg).

El cálculo de la energía impacto por unidad de masa (J/kg) se realiza de acuerdo con la ecuación (1.16), recomendada por: Nikolov (2002 y 2004) y Austin (2004).

$$E = 0,5 \cdot (R + 0,5 \cdot H_b)^2 \cdot \omega^2 \quad (1.16)$$

R : radio del rotor (m).

H_b : es la altura media de la superficie de impacto de los martillos (m).

ω : velocidad angular (1/s).

E : energía cinética de impacto (J/kg).

La variación del tamaño de regulación de la salida del producto se realizó con el montaje en la trituradora de dos rejillas de diferentes tamaños de orificios (3 y 6 mm).

2.7. Determinación de la influencia de la energía de impacto y el flujo de alimentación en la trituración por impacto

Para simular la influencia de la energía cinética y el flujo de alimentación en el comportamiento de la trituración por impacto del mineral, se utilizó la instalación de prueba descrita en el acápite 2.2. En esos ensayos se emplea la trituradora sin rejilla de regulación del tamaño de salida con el objetivo de simular un proceso de fragmentación simple. El mineral de alimentación fue una monoclasa de tamaño de partículas (desde 4 hasta 6 mm).

La caracterización granulométrica del mineral triturado, durante cada experimento, se realizó con ayuda de tamices con tamaños de orificios de 4; 3; 2; 1 y 0,5 mm. Estos tamaños fueron seleccionados teniendo en cuenta las principales clases granulométricas que se obtienen en la instalación industrial.

Las diferentes clases de tamaño del producto se utilizaron como variables dependientes y como variables independientes: la energía cinética de impacto y el flujo de alimentación de mineral a la trituradora. El diseño experimental utilizado se muestra en la tabla 2.1.

En la tabla 2.1 se representa un experimento factorial completo (Montgomery y Runger, 2003) de dos factores con tres niveles de cada factor. Este experimento se diseñó y analizó con ayuda del paquete estadístico *Statgraphic*, versión 5.1

Tabla 2.1. Matriz de experimentos.

<i>No de experimentos</i>	<i>E</i> Energía cinética de impacto (J/kg)	<i>Q</i> Flujo de alimentación (t/h).
1	-1	-1
2	-1	0
3	-1	1
4	0	-1
5	0	0
6	0	1
7	1	-1
8	1	0
9	1	1

El número de experimentos a realizar se determinó según la ecuación:

$$N = \theta^\lambda$$

Donde:

N es la cantidad de experimentos.

θ es el número de niveles.

λ cantidad de factores o variables independientes.

$$N = 3^2 = 9$$

Los niveles de las variables de operación se presentan en la tabla 2.2. Estos se seleccionaron tomando como referencia los intervalos utilizados por Nikolov (2002 y 2004).

Tabla 2.2. Valores de las variables independientes utilizadas en el diseño experimental.

Variables independientes	Simbología	Unidades	Niveles		
			1	2	3
Energía cinética de impacto.	E	J/kg.	100	275	450
Flujo de alimentación	Q	t/h	0,3	1,3	2,3

En la tabla 2.2 los intervalos de variación de la energía cinética y del flujo de alimentación son $\Delta SE = 175 \text{ J/kg}$ y $\Delta SQ = 1 \text{ t/h}$.

Para ajustar la instalación a diferentes niveles de energía cinética y flujo de alimentación se siguió el procedimiento detallado en 2.6. La energía cinética de impacto depende de la velocidad del rotor de la trituradora (25; 38 y 51,6 1/s) y se calcula según la ecuación (1.16) (Nikolov, 2002 y 2004 y Austin, 2004).

Las variables dependientes se representan de la siguiente forma:

γ^{+x} : fracción acumulativa retenida en el tamiz con tamaño x (mm), $x = 4; 3; 2; 1$ y $0,5$ mm.

Para determinar el número de repeticiones de cada experimento se utilizó la ecuación (2.3) tomada de Montgomery y Runger (2003).

$$n \geq \frac{t_d^2 \cdot S_x^2}{\Delta x^2} \quad (2.3)$$

n : número de réplicas, t_d : valor de la distribución t de Student que depende del intervalo de confianza y del número de grados de libertad (df). S_x : varianza de la muestra y Δx es el intervalo de confianza de la media y $df = n - 1$.

El nivel de confianza, seleccionado para la media de los ensayos a escala industrial y de laboratorio, fue 95 %.

2.8. Procedimiento para la determinación de la razón de fragmentación a escala de laboratorio

El método utilizado por Vogel y Peukert (2005) establece la determinación de la razón de fragmentación mediante ensayos en una trituradora de impacto de escala de laboratorio. La trituradora se utiliza sin rejilla de regulación del tamaño de salida del producto para simular un proceso de fragmentación simple.

El mineral de alimentación está compuesto por una monoclasa de tamaño y el producto obtenido durante cada experimento se caracteriza en un solo tamiz. El producto cernido en ese tamiz se considera como la fracción de masa fragmentada durante el proceso, por tanto, la razón de fragmentación se determina de la forma siguiente:

$$C_j = \frac{M_{frag}}{M_{total}}$$

C_j : probabilidad o razón de fragmentación de las partículas de la clase de tamaño j . M_{frag} : masa fragmentada (g) y M_{total} : masa total de la muestra del producto (g).

En los experimentos de Vogel y Peukert (2005) la razón de fragmentación se determina para diferentes valores de la energía cinética de impacto sin tener en cuenta el efecto del flujo de alimentación. Según los resultados de Nikolov (2002 y 2004), el efecto del flujo de alimentación resulta significativo en el comportamiento de la razón de fragmentación.

Esos resultados justifican que en el presente trabajo se tenga en cuenta la influencia de la energía cinética de impacto y del flujo de alimentación en la experimentación de la razón de fragmentación.

Para la determinación del comportamiento de la razón de fragmentación se utilizó la instalación de prueba descrita en el epígrafe 2.2. El mineral de alimentación a la trituradora fue una monoclasa de tamaño (desde 4 hasta 6 mm). La regulación de la instalación, para obtener diferentes combinaciones de valores de la energía cinética (E) y del flujo de alimentación (Q), se ejecutó según el procedimiento presentado en el acápite 2.6.

Las combinaciones de E y Q se seleccionaron iguales a las empleadas en los experimentos detallados en el epígrafe 2.7. De esta forma se obtuvieron los valores de C_j para nueve combinaciones de niveles de la energía de impacto y del flujo de alimentación. La influencia de E y Q en la razón de fragmentación y su modelo de comportamiento se determinan a partir de los valores de C_j .

2.9. Determinación de la distribución de la fragmentación

En los acápites 2.7 y 2.8, se explican los procedimientos para la determinación de la distribución de tamaño del producto (p) y de la razón de fragmentación (C), respectivamente. Como los valores de p y C fueron obtenidos bajo las mismas condiciones de operación es posible utilizarlos para calcular la distribución de fragmentación (b_{ij}) para esas condiciones de operación. Para el cálculo de (b_{ij}) se utilizó el modelo de Reid (1965) representado de la siguiente forma:

$$p_i = (1 - C_i) \cdot f_i + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} \cdot C_j \cdot f_j \quad (2.4)$$

p_i : fracción del producto retenido en el tamaño i . C_i : razón de fragmentación de las partículas de tamaño i , f_i : fracción del mineral de alimentación retenida en el tamaño i , b_{ij} : fracción individual de tamaño i obtenida por la fragmentación de las partículas de tamaño j , C_j : razón

de fragmentación de las partículas de tamaño j y f_j : fracción de masa del mineral de alimentación retenida en el tamiz j .

En un proceso de trituración las clases de tamaño p_i , obtenidas por la fragmentación de las partículas de tamaño mayor (f_j), se pueden determinar mediante la ecuación (2.5).

$$p_i = \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} \cdot C_j \cdot f_j \quad (2.5)$$

Para un mineral de alimentación compuesto por una monoclasa de tamaño de partículas existe un solo intervalo de f_j , es decir toda la masa de ese mineral se encuentra en el intervalo de tamaño j y $f_j = 1$. Entonces:

$$p_i = b_{ij} \cdot C_j \quad (2.6)$$

Si los valores de C_j y p_i son determinados, según los procedimientos 2.7 y 2.8 para nueve combinaciones distintas de la energía cinética de impacto (E) y del flujo de alimentación (Q), entonces es posible conocer b_{ij} mediante (2.6).

A partir de los diferentes valores de la distribución de la fragmentación, se realizó el análisis estadístico de su comportamiento que tiene como objetivo determinar el grado de influencia de las variables de operación energía de impacto y flujo de alimentación en el comportamiento de la distribución de la fragmentación.

2.10. Procedimiento para la modelación del proceso de fragmentación múltiple a escala de laboratorio

El proceso de trituración por impactos múltiples se puede describir mediante varias etapas o ciclos de fragmentación simple (Austin, 2004 y Vogel y Peukert, 2005). Se considera que la

distribución de tamaño de las partículas obtenida durante el primer ciclo de fractura, se puede calcular de acuerdo con la ecuación (1.2) (Reid, 1965). Esta se representa según la expresión (2.7).

$$p_{1i} = (1 - C_i) \cdot f_i + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} \cdot C_j \cdot f_j \quad (2.7)$$

p_{1i} : es la distribución de tamaño de las partículas obtenida durante el primer ciclo de fragmentación. El significado de los restantes elementos se explicó en la ecuación (2.4).

Para la descripción de las siguientes etapas de fragmentación se propone utilizar el modelo presentado en la ecuación (1.3). Este modelo está basado en el balance de la población de partículas propuesto por White y Whitten (1972) y se representa mediante la expresión (2.8).

$$p_i = \frac{(1 - C_{1i}) \cdot p_{1i} - \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} \cdot C_{1j} \cdot p_j}{1 - b_{ii} C_{1i}} \quad (2.8)$$

Donde:

i y j : representan los intervalos de tamaño de las partículas, p_i : distribución de tamaño del producto de la trituradora, p_{1i} : distribución de tamaño de las partículas obtenida durante el primer ciclo de fragmentación. C_{1i} : probabilidad de que las partículas sean retenidas dentro de la cámara de trituración por el efecto de la rejilla de regulación del tamaño de salida y b es la distribución de la fragmentación

Para la descripción del proceso de fragmentación múltiple mediante las ecuaciones (2.7) y (2.8) se procedió de la siguiente forma:

- C_j y b_{ij} se toman de los resultados obtenidos con la aplicación de los procedimientos 2.8 y 2.9, respectivamente.
- Los valores de p_i se obtienen mediante ensayos en la instalación de prueba descrita en el epígrafe 2.2. En este caso la trituradora se utiliza con rejilla de regulación del tamaño de salida para simular el proceso de fragmentación múltiple. El método a seguir durante estos experimentos se explica más adelante.
- Mediante la ecuación (2.7) se determinan las distribuciones de tamaño del producto durante la primera etapa de fragmentación (p_{1i}).
- Se obtienen los valores de C_l de acuerdo con la ecuación (2.8).

Los experimentos para la determinación de p_i se desarrollaron en la instalación de prueba descrita en el acápite 2.2. Durante cada uno de los ensayos se trituró el mineral de alimentación y se determinó la distribución de tamaño del producto (p_i). El mineral de alimentación a la trituradora fue una monoclasa de tamaño (desde 4 hasta 6 mm).

Estos experimentos se realizaron para ocho combinaciones de valores de la energía cinética de impacto, el flujo de alimentación y del tamaño de los orificios de la rejilla de regulación de la salida del producto. Los niveles de esas variables se muestran en la tabla 2.3.

Los niveles de la energía cinética de impacto y del flujo de alimentación de la tabla 2.3 fueron utilizados en los procedimientos 2.7 y 2.8 para la determinación de C_j y b_{ij} , respectivamente. Esto permite emplear esos valores de C_j y b_{ij} en la implementación de las ecuaciones (2.7) y (2.8).

Tabla 2.3. Niveles de las variables de operación.

Variables independientes	Simbología	Unidades	Niveles	
			1	2
Energía cinética de impacto (J/g)	E	J/kg	100	450
Flujo de alimentación (t/h)	Q	t/h	0,3	2,3
Tamaño de la regulación de la	S	mm	3	6

2.11. Métodos de validación de modelos

Para la validación de los modelos se seleccionó un nivel de confianza de un 95 %. Los criterios utilizados se basan en las comparaciones de la media, la mediana y la desviación estándar de las series de valores observadas y calculadas. Para estos fines se utilizó también el criterio de Pearson o χ^2 . Estas técnicas se ejecutaron con ayuda del programa *Statgraphic versión 5.1*.

Conclusiones del capítulo

1. El procedimiento empleado para la determinación de la función de selección se basa en el método utilizado por Vogel y Peukert (2005), su diferencia radica en considerar los posibles efectos del flujo de alimentación de mineral en el comportamiento de esta función.
2. El método utilizado para establecer el comportamiento de la distribución de la fragmentación se fundamenta en el modelo de fragmentación propuesto por Reid (1965).

**CAPÍTULO 3. MODELACIÓN DE LA TRITURACIÓN POR
IMPACTO A ESCALA DE LABORATORIO**

CAPÍTULO 3. MODELACIÓN DEL PROCESO DE TRITURACIÓN POR IMPACTO A ESCALA DE LABORATORIO

Para la descripción de los procesos de trituración de minerales, mediante los métodos de balance de la población de partículas, es necesario determinar el comportamiento de las funciones de la fragmentación. Este comportamiento se debe establecer en función de las principales variables del proceso.

Los objetivos específicos del presente capítulo son:

1. Determinar la influencia de la energía cinética y del flujo de alimentación en la distribución de tamaño del producto y en las funciones de la fractura.
2. Obtener un modelo de comportamiento de la distribución de tamaño del producto para el proceso de trituración por impacto a escala de laboratorio.

3.1. Determinación del comportamiento de la trituración del mineral durante la fragmentación simple

Para obtener el comportamiento de la distribución de tamaño del producto se siguió el procedimiento experimental descrito en el epígrafe 2.7. Las condiciones de operación, utilizadas en estos experimentos, están determinadas por distintas combinaciones de valores de la energía cinética de impacto y del flujo de alimentación. Las distribuciones de tamaño del producto obtenido se presentan en las tablas A1, A2 y A3 de los Anexos I. En estas aparecen tres observaciones para cada experimento.

El análisis de varianza de las diferentes clases de tamaño, en dependencia de la energía cinética (E) y del flujo de alimentación de mineral (Q), se presenta en la tabla A4 de los Anexos I. En esa tabla se observa que para Q y E , los p valores son inferiores a $0,01$. Esto confirma que para un intervalo de confianza de un 99% , los efectos de la energía de impacto y del flujo de alimentación resultan significativos en el comportamiento de todas las clases de tamaño del producto. Según los resultados de la tabla A4, las interacciones de las variables E y Q no presentan influencias significativas en las fracciones del producto para un nivel de confianza de un 95% .

En la tabla 3.1 se presentan los coeficientes de regresión lineal de la energía de impacto y el flujo de alimentación para cada una de las clases de tamaño del producto (γ).

Tabla 3.1. Coeficientes de regresión lineal.

	$\gamma +^4 mm$	$\gamma +^3 mm$	$\gamma +^2 mm$	$\gamma +^1 mm$	$\gamma +^{0,5 mm}$
Constante	0,977	0,994	0,996	0,997	0,999
A: Q	0,039	0,024	0,016	0,009	0,003
B: E	-1,182	-0,772	-0,504	-0,287	-0,125

Los valores absolutos de los coeficientes de la energía de impacto, en todos los casos son mayores que los del flujo de alimentación. Esto permite afirmar que la energía cinética tiene un mayor efecto que el flujo de alimentación en la distribución de tamaño del producto. Esta regularidad corrobora los reportes de Nikolov (2002 y 2004).

El comportamiento de los coeficientes de regresión indica también que el incremento de la energía cinética de impacto conduce a la disminución de la masa retenida en las fracciones del

producto. Esta tendencia coincide con los resultados obtenidos por Nikolov (2002 y 2004), Austin (2002 y 2004) y Vogel y Peukert (2005). El efecto del flujo de alimentación resulta positivo sobre las clases de tamaño retenidas (γ), su magnitud aumenta con el incremento del flujo de alimentación. Nikolov (2002) y (2004) reporta similares tendencias.

Las regularidades de la influencia de la energía de impacto y del flujo de alimentación en la distribución del tamaño del producto pueden apreciarse en las superficies de respuesta estimada para cada fracción del producto. En la figura 3.1 se representa, esa superficie para la fracción retenida en 1 mm ($\gamma^{+1 mm}$).

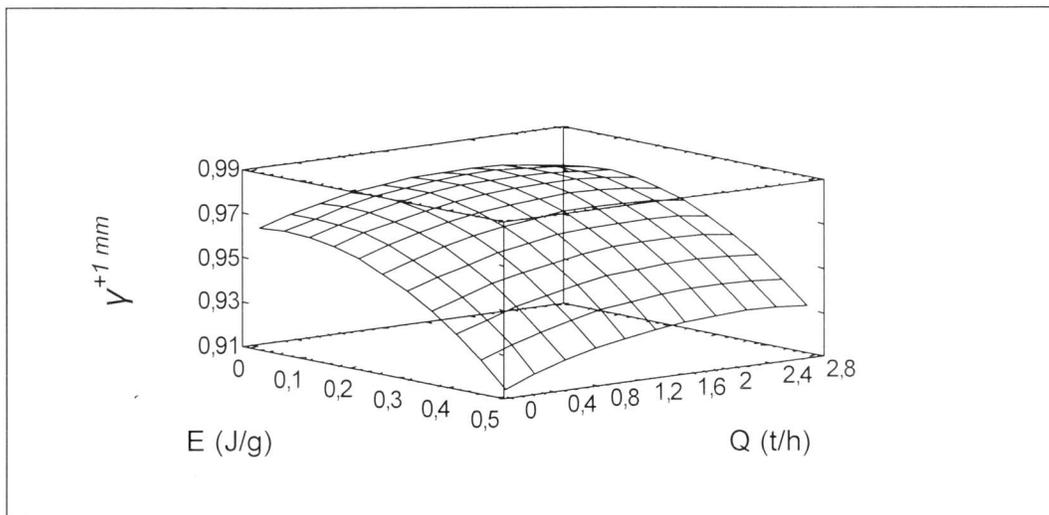


Figura 3.1. Superficie de respuesta estimada para la fracción $\gamma^{+1 mm}$.

A juzgar por los resultados, la distribución de tamaño del producto sigue las mismas regularidades que las reportadas en los trabajos de Nikolov (2002 y 2004), Austin (2002 y 2004) y Vogel y Peukert (2005). Esto confirma que los niveles de las variables independientes, seleccionados previamente, pueden ser utilizados en la determinación de las funciones de la fragmentación y en la modelación del proceso a escala de laboratorio.

3.2. Determinación del comportamiento de la razón de fragmentación

El comportamiento de la razón de fragmentación (C_f) para diferentes valores de energía de cinética de impacto (E) y del flujo de alimentación de mineral (Q) se obtuvo con ayuda del procedimiento expuesto en el acápite 2.8. Para una monoclasa de tamaño (desde 4 hasta 6 mm), se considera que la masa fragmentada es la fracción del producto pasante en el tamiz 4 mm. Los valores de la razón de fragmentación, determinados según el procedimiento experimental presentado en el epígrafe 2.8, se muestran en el gráfico de la figura 3.2 y en la tabla A5 de los Anexos I.

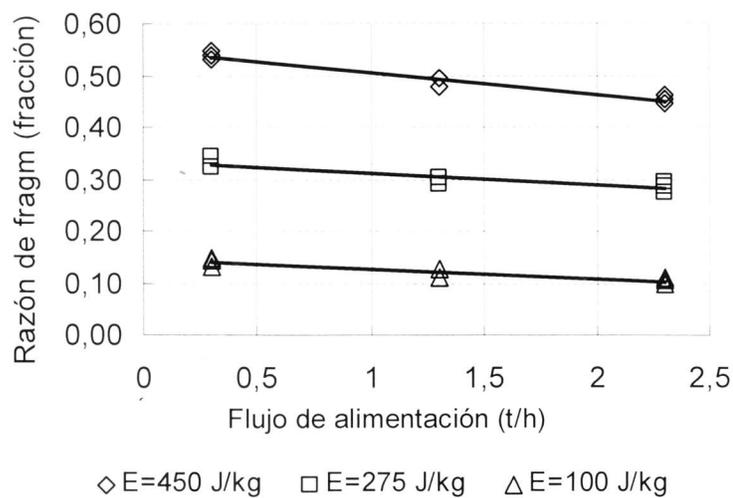


Figura 3.2. Comportamiento de la razón de fragmentación en dependencia del flujo de alimentación y de la energía cinética de impacto.

En la figura 3.2 se aprecia una tendencia al incremento de la razón de fragmentación (C_f) al aumentar la energía cinética y una disminución con el aumento del flujo de alimentación. El análisis de varianza de los datos presentados en la tabla A5 y en las figuras 3.2 se muestra en la tabla 3.2.

Tabla 3.2. Análisis de varianza del comportamiento de la razón de fragmentación.

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F-Ratio	P-Valor
A: Q	0,00252	1	0,00252	10,11	0,0049
B: E	0,58284	1	0,58284	2338,49	0,0000
AA	0,00105	1	0,00105	4,24	0,0534
AB	0,00024	1	0,00024	0,97	0,3359
BB	0,00027	1	0,00027	1,09	0,3100
Bloques	0,00088	2	0,00088	1,77	0,1976
R- cuadrado = 0, 991.					
R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 0,99.					
Error estándar de estimación. = 0,01586.					

Del análisis de la tabla 3.2 se concluye que la energía de impacto y el flujo de alimentación ejercen un efecto significativo en el comportamiento de la razón de fragmentación. Esto resulta válido para un intervalo de confianza de un 99%; los p valores son inferiores a 0, 01.

Los p valores, para las interacciones entre las variables independientes, son mayores que 0,05. Esos valores indican que el efecto de esas interacciones no resulta significativo en el comportamiento de la razón de fragmentación para un nivel de confianza de un 95 %.

Los efectos estimados de la energía cinética de impacto (E) y del flujo de alimentación (Q), en la razón de fragmentación, se presentan en la figura 3.3. El comportamiento de los coeficientes de regresión se pueden observar en la tabla 3.3.

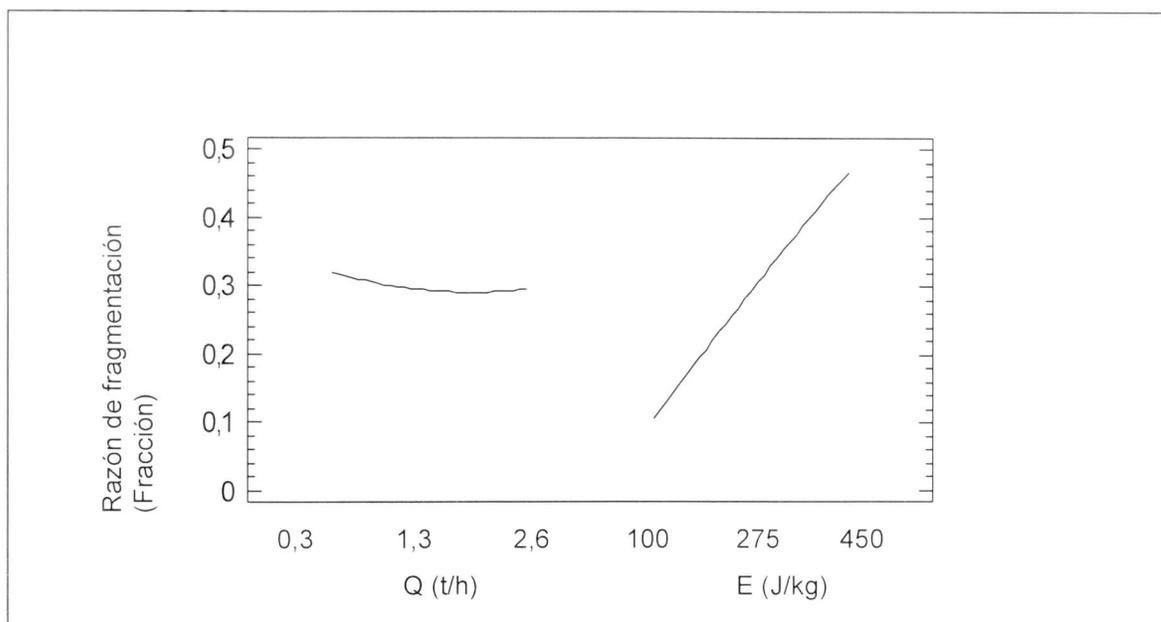


Figura 3.3. Efectos estimados del comportamiento de la razón de fragmentación.

Tabla 3.3. Comportamiento de los coeficientes de regresión.

<i>Variable dependiente</i>	<i>Término independiente</i>	<i>E</i> <i>Energía cinética de impacto (J/g)</i>	<i>Q</i> <i>Flujo de alimentación (t/h)</i>
Razón de fragmentación	0,02274	1,1824	- 0,0393

De acuerdo con los resultados presentados en la figura 3.3 y en la tabla 3.3, al incrementarse la energía cinética se incrementa la razón de fragmentación (C_j). Esta regularidad concuerda con los reportes de Nikolov (2002 y 2004), Vogel y Peukert (2003 y 2005) y Austin (2004).

Los valores de los coeficientes de regresión indican que el comportamiento de la razón de fragmentación C_j es menos sensible a las variaciones del flujo de alimentación (Q) que a las variaciones de la energía de impacto (E). El incremento de Q provoca una disminución en la

razón de fragmentación y viceversa, esta tendencia coincide con los resultados de Nikolov (2002 y 2004).

En la tabla A6 se aprecia que el modelo de regresión lineal representa una aproximación adecuada de los valores experimentales de la razón de fragmentación presentados en la tabla A5. El valor del coeficiente r^2 es 0,99.

La influencia significativa del flujo de alimentación (Q) en el comportamiento de la razón de fragmentación (C_j) indica la necesidad de su consideración en un modelo que permita describir este efecto para disminuir el error de estimación en la simulación del proceso de trituración por impacto.

3.3. Modificación del modelo de Vogel y Peukert para la simulación de la función selección

En el acápite 3.2, se analizaron las principales regularidades de la razón de fragmentación del mineral en una monoclasa de tamaño. En el presente epígrafe se emplean esas regularidades para la modelación de la función de selección.

El modelo Vogel y Peukert (2003 y 2005), para la simulación de la razón de fragmentación, fue comprobado para diferentes tipos de materiales y en una amplia gama de tamaños de partículas y valores de la energía cinética de impacto. Este modelo se puede presentar mediante la ecuación (1.12).

$$C_j = 1 - \exp \left\{ -f_{mat} \cdot x_j \cdot (E - E_{min}) \right\} \quad (1.12)$$

C_j : razón o probabilidad de fragmentación de las partículas de tamaño x_j

x_j : representa el tamaño de las partículas (m).

E : energía cinética de impacto (J/kg).

E_{min} : energía límite para la cual las partículas del tamaño x_j no se fragmentan (J/kg).

f_{mat} : constante que depende del tipo de material (kg/J m).

En (1.12) el producto $x_j \cdot E_{min}$ y el valor de f_{mat} son constantes para un mismo tipo de material (Vogel y Peukert, 2003 y 2005). Esta condición permite obtener los valores de esos parámetros mediante un número pequeño de resultados experimentales.

En la ecuación (1.12) no se tiene en cuenta el efecto del flujo de alimentación (Q) en la razón de fragmentación (C_j). Esto constituye una limitación para la modelación del comportamiento de la función de selección; en los trabajos de Nikolov (2002 y 2004) se confirma que el efecto del flujo de alimentación (Q) resulta significativo en el comportamiento de la razón de fragmentación (C_j) y se describen las tendencias de ese efecto. Para el caso del mineral de zeolita de San Andrés, los experimentos presentados en el acápite 3.2 corroboran esos resultados.

Según la ecuación (1.4) (Whitten y Withe, 1972; Shi et al, 2003) y la ecuación (1.13) (Nikolov, 2002 y 2004), la razón de fragmentación de las partículas de un mismo tamaño (C_j) varía con el parámetro x_{min} .

En los trabajos de Nikolov (2004) se reporta una relación entre x_{min} y las variables de operación Q y E . Esta relación se expresa de acuerdo con la ecuación (1.15).

$$x_{min} = \beta \cdot \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^{S_1} \cdot \left(\frac{E_0}{E} \right)^{S_2} \quad (1.15)$$

x_{min} es el tamaño mínimo de las partículas que se fragmentan bajo las condiciones del proceso. Q y E representan el flujo de alimentación y la energía cinética, respectivamente. Q_0 y E_0 son valores de Q y E tomados como referencia y el resto de los parámetros son constantes no dimensionales (ver acápite 1.23.1).

Sí, $C_j = f(x_{min})$ y $x_{min} = f\left(\frac{Q}{Q_0}, \frac{E}{E_0}\right)$, entonces:

$$C_j = f\left(\frac{Q}{Q_0}, \frac{E}{E_0}\right)$$

Para un valor constante de energía de impacto (E), C_j dependerá solo de la variación del flujo de alimentación (ver figura 3.2).

$$C_j = f\left(\frac{Q}{Q_0}\right)$$

A partir de este análisis, es posible plantear la relación entre las razones de fragmentación determinadas para diferentes niveles de flujo de alimentación. Esta relación se puede expresar de acuerdo con la ecuación (3.1)

$$C_j(E, Q) = C_j(E, Q_0) \cdot \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{k_q} \quad (3.1)$$

$C_j(E, Q)$ es la razón de fragmentación de las partículas de tamaño j para los valores de energía cinética y flujo de alimentación E y Q , respectivamente.

$C_j(E, Q_0)$ representa la razón de fragmentación de las partículas de tamaño j para los valores de energía cinética y flujo de alimentación E y Q_0 , respectivamente.

k_q : parámetro adimensional que no varía con el flujo de alimentación durante la trituración por impacto del mineral.

La incorporación de la relación (3.1) en el modelo presentado en la ecuación (1.12) ofrece una solución para la problemática planteada más arriba. Como resultado de la combinación de esas dos ecuaciones se obtiene (3.2).

$$C_j = 1 - \exp \left\{ - \left[f_{mat} \cdot x_j \cdot (E - E_{min}) \cdot \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^{k_q} \right] \right\} \quad (3.2)$$

La ecuación (3.2) constituye una modificación del modelo de Vogel y Peukert (2003 y 2005) que contribuye a la solución del problema de la investigación y representa una novedad en la modelación de la trituración por impacto. El modelo de la ecuación (3.2) predice que manteniendo constante el resto de los parámetros, C_j disminuye con el incremento del flujo de alimentación (Q) y viceversa. Esta tendencia se corresponde con los experimentos presentados en el acápite 3.2 y con los reportes de Nikolov (2002 y 2004).

Los valores del producto $x_j \cdot E_{min}$ y de los parámetros f_{mat} y k_q fueron estimados de la descripción de los experimentos presentados en el epígrafe 3.2 mediante la ecuación (3.2). Esta aproximación se realizó con ayuda del programa *Matlab versión 7.0* (ver Anexo III.1).

Para el mineral de San Andrés, $x_j \cdot E_{min} = 0,2$ J/kg; $f_{mat} = 0,302$ kg/Jm y $k_q = 0,167$. La comparación de los parámetros de la ecuación (3.2), para el mineral de zeolita con los obtenidos por Vogel y Peukert (2005), permite apreciar que f_{mat} y $x_j \cdot E_{min}$ son similares a los determinados para un tipo de roca caliza.

En la tabla 3.4, la figura 3.4 y los anexos A7 se comparan los valores de la razón de fragmentación observados de forma experimental (tabla A6) y los calculados según la ecuación (3.2).

Tabla 3.4. Validación del modelo de comportamiento de la razón de fragmentación.

<p><u>Contrastes t de comparación de medias</u></p> <p>Hipótesis nula: media de experimentos = media del modelo.</p> <p>Hipótesis alternativa: media de experimentos \neq media del modelo.</p> <p>t = 0,0357935 P-Valor = 0,971584</p>
<p><u>Comparación de Desviaciones Típicas (σ)</u></p> <p>Hipótesis nula: σ de experimentos = σ del modelo.</p> <p>Hipótesis alternativa: σ experimentos \neq media del modelo.</p> <p>F = 1,02953 P-Valor = 0,941411.</p>
<p><u>Comparación de las medianas</u></p> <p>Hipótesis nula: mediana de experimentos = mediana del modelo.</p> <p>Hipótesis alternativa: mediana de experimentos \neq mediana del modelo.</p> <p>W = 363,0 P-Valor = 0,986174</p>

En la tabla 3.4 los p valores son mayores que $0,05$, por tanto las diferencias entre las dos series de valores no se consideran significativas para un nivel de confianza de un 95% . Estos resultados permiten confirmar que el modelo presenta una aproximación adecuada de los resultados experimentales.

El valor del criterio de Pearson (χ^2), para los datos observados y calculados por el modelo, es 13,9. Para una probabilidad $p = 0,05$ y un número de grados de libertad $gl = 26$; el valor tabulado de la distribución $\chi^2(p; gl) = 38,85$. Esto corrobora que el modelo propuesto reproduce los datos experimentales con un nivel de confianza de 95% .

En la figura 3.4 se aprecia que los valores observados se agrupan muy cerca de la línea de error cero. El error de estimación del modelo es 0,0197 y el coeficiente de correlación entre los valores experimentales y los calculados es 0,98.

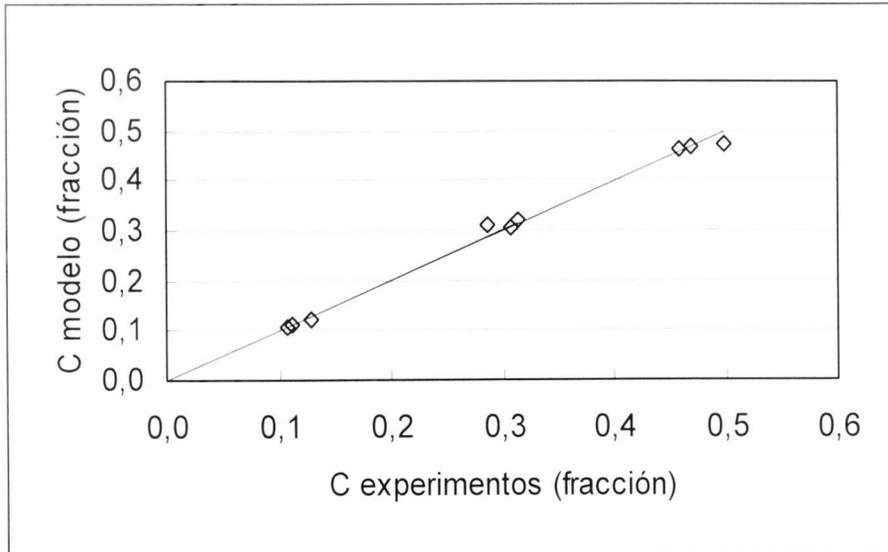


Figura 3.4. Comportamiento del modelo modificado de Vogel y Peukert.

3.4. Determinación de la distribución de la fragmentación

En los acápites 3.1 y 3.2, se determinó el comportamiento de la distribución de tamaño del producto (p_i) y de la razón de fragmentación (C_j), respectivamente. A partir de esos resultados es posible determinar la función de distribución de fragmentación. Para esto se utilizó la ecuación (1.2) (Reid, 1965), representada según la ecuación (3.3).

$$p_i = (1 - C_i) \cdot f_i + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} \cdot C_j \cdot f_j \quad (3.3)$$

p_i : fracción de masa del producto retenida en el tamaño i .

C_i : razón de fragmentación de las partículas de tamaño i .

f_i : fracción de masa del mineral de alimentación retenida en el tamaño i .

b_{ij} : fracción de tamaño i obtenida debido a la fragmentación de las partículas de tamaño j .

C_j : razón de fragmentación de las partículas de tamaño j .

f_j : fracción de masa del mineral de alimentación retenida en el tamaño j .

Para la trituración de una monoclasa de tamaño en un proceso de fragmentación simple,

$f_j = 1$ y $f_i = 0$, por tanto, la ecuación (3.3) se simplifica a (3.4).

$$p_i = b_{ij} \cdot C_j \quad (3.4)$$

Los valores de la distribución de la fragmentación, en forma individual (b_{ij}) determinados mediante (3.4), se presentan en la tabla A8. El comportamiento de esta distribución, en forma acumulada, se muestra en la tabla A9 y en los gráficos 3.5 y 3.6. La representación de cada curva en gráficos independientes permite apreciar mejor sus tendencias con respecto a la energía cinética de impacto

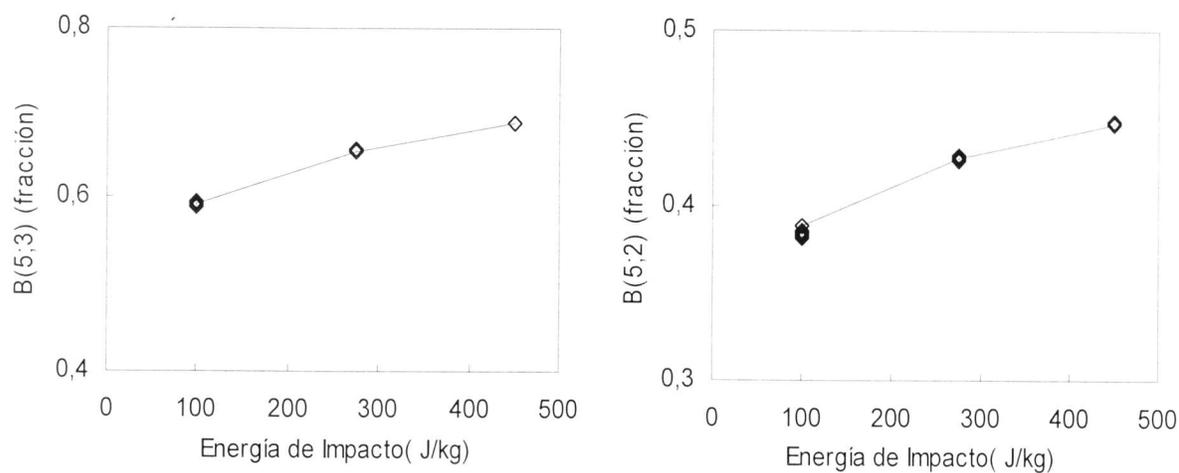


Figura 3.5. Comportamiento de las fracciones B_{53} y B_{52} .

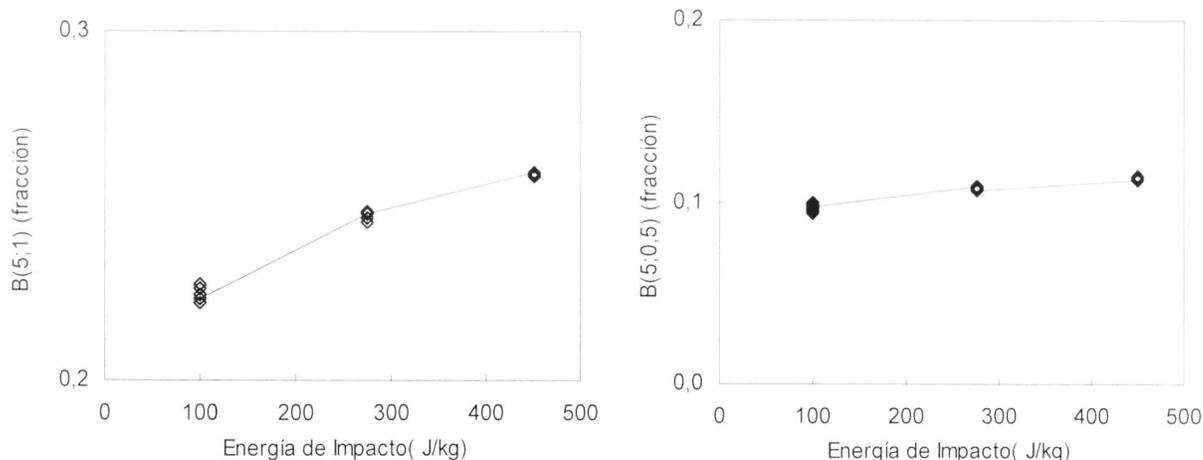


Figura 3.6. Comportamiento de la fracción B_{51} y $B_{50,5}$.

En los gráficos de las figuras 3.5 y 3.6 los valores de i y j representan el tamaño de las partículas (mm). En estos gráficos se observa que existe una tendencia al incremento de las fracciones B_{ij} con el incremento de la energía cinética.

Para el análisis de varianza de la distribución de la fragmentación se utilizaron como variables dependientes las fracciones acumulativas de la masa (B_{ij}), j indica el intervalo de tamaño de las partículas originales o iniciales. El parámetro i representa el tamaño de cada fracción obtenida por fragmentación.

El análisis de varianza de B_{ij} , presentado en la tabla A10, demuestra que la energía cinética (E) resulta significativa en el comportamiento de la distribución de la fragmentación. Los p valores de E en todos los casos son inferiores a 0,01, por tanto el nivel de confianza es de un 99 %. Esta dependencia coincide con los resultados obtenidos por otros autores con el empleo de procedimientos diferentes al utilizado en el presente trabajo (Nikolov, 2002; Austin, 2002 y 2004 y Vogel y Peukert, 2005).

El análisis de varianza expresa que el flujo de alimentación no resulta significativo en el comportamiento de la distribución de la fragmentación. Esta regularidad no coincide con los reportes de Nikolov (2002). Esa contradicción debe estar relacionada con el método usado para la determinación de esta función; en ese trabajo se obtienen las funciones de la fragmentación de forma conjunta. Lynch (1980) plantea que al determinar las funciones de la fractura de forma conjunta existe más de una combinación de ellas que describen los resultados experimentales.

3.5. Modelación del proceso de fragmentación múltiple a escala de laboratorio

El modelo propuesto para descripción del proceso de fragmentación múltiple de la trituración por impactos consta de dos fases. En la primera de estas se obtiene una distribución de tamaño (p_i) similar a la obtenida en un proceso de fragmentación simple. La primera etapa se describe según el modelo de Reid (1965) representado por la ecuación (3.3).

$$p_{1i} = (1 - C_i) \cdot f_i + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} \cdot C_j \cdot f_j \quad (3.3)$$

Como el mineral de alimentación se compone de una monoclasa de tamaño de partículas, entonces $f_j = 1$.

Los valores de la razón de fragmentación (C_j) fueron determinados en el acápite 3.2 (ver A6 y A7). La distribución de la fragmentación (b_{ij}) se determinó en el acápite 3.4 para tres niveles de energía cinética y para diferentes tamaños de partículas.

B_{ij} no depende de los tamaños absolutos de las partículas originales y finales. Estos valores dependen de la relación entre esos tamaños (Nikolov, 2002 y 2004; Vogel y Peukert, 2005). Esto permite calcular esa función para todos los tamaños de partículas con iguales relaciones

x_i/x_j a las utilizadas en el acápite 3.4. Para relaciones diferentes a las usadas en el epígrafe 3.4 los valores de B se calculan mediante interpolación.

En la tabla 3.5 se presentan los valores de B_{ij} , obtenidos según los procedimientos explicados anteriormente. Los valores de x_j representan el tamaño medio de las partículas originales, x_i representa el tamaño máximo de cada intervalo de las partículas obtenidas por fragmentación. B_{ij} es la fracción de masa del tamaño original x_j que después de la fragmentación se reduce a un tamaño menor que x_i .

Tabla 3.5. Valores de la función de distribución de fragmentación B_{ij} .

x_j (mm)	x_i (mm)	x_i/x_j	$E = 100 \text{ J/kg}$	$E = 275 \text{ J/kg}$	$E = 450 \text{ J/kg}$
			B_{ij}	B_{ij}	B_{ij}
3,5	3,0	0,86	1,000	1,000	1,000
3,5	2,0	0,57	0,561	0,622	0,653
3,5	1,0	0,29	0,297	0,328	0,344
3,5	0,5	0,14	0,148	0,163	0,171
3,5	0,0	0,00	0,000	0,000	0,000
2,5	2,0	0,80	1,000	1,000	1,000
2,5	1,0	0,40	0,384	0,427	0,448
2,5	0,5	0,20	0,225	0,247	0,259
2,5	0,0	0,00	0,000	0,000	0,000
1,5	1,0	0,67	1,000	1,000	1,000
1,5	0,5	0,33	0,519	0,576	0,605
1,5	0,0	0,00	0,000	0,000	0,000
0,75	0,5	0,67	1,000	1,000	1,000

En la segunda fase del proceso de trituración, las partículas obtenidas en la primera pueden ser sometidas a otros eventos de fragmentación. Esa segunda fase se describe de acuerdo con el modelo de la ecuación (1.3) (White y Witten, 1972) representado según la ecuación (3.5).

$$p_i = \left[(1 - C_{1i}) \cdot p_{1i} - \sum_{j=1}^{j-1} b_{ij} \cdot C_{1j} \cdot p_j \right] \cdot 1 / (1 - b_{ii} C_{1i}) \quad (3.5)$$

C_1 es la probabilidad de que las partículas sean retenidas dentro de la trituradora y depende del tamaño de regulación de la salida del producto.

i y j : representan los intervalos de tamaño del mineral.

p_{1i} : distribución de tamaño del mineral obtenido durante la primera etapa de fragmentación, se determina según la ecuación (3.3).

Los valores de las distribuciones de tamaño del producto (p_i) fueron obtenidas según el procedimiento expuesto en el epígrafe 2.10. Estos resultados experimentales se presentan en las tablas A11 y A12 de los Anexos I.

En la tabla 3.6 se presenta los valores de la función C_1 . Estos valores fueron determinados de la descripción de los resultados de la distribución de tamaño del producto (tabla A12) mediante la ecuación (3.5) y expresan la fracción de masa retenida por la rejilla de regulación del tamaño de salida del producto.

Los valores de C_1 dependen de la relación del tamaño de las partículas con las dimensiones de los orificios de la rejilla de salida de la trituradora, de la energía cinética y del flujo de alimentación.

Tabla 3.6. Valores de la función C_I .

Energía de Impacto (J/kg)	Flujo de alimentación (t/h)	Regulación salida (mm)	<i>Tamaño de los tamices (mm)</i>			
			<i>Valor de C_I</i>			
			4	3	2	1
100	0,3	3	1	0,90	0,50	0,30
100	2,3	3	1	0,80	0,50	0,30
450	0,3	3	1	1,00	0,90	0,40
450	2,3	3	1	0,95	0,90	0,40
100	0,3	6	1	0,70	0,00	0,00
100	2,3	6	1	0,60	0,00	0,00
450	0,3	6	1	0,90	0,60	0,10
450	2,3	6	1	0,80	0,60	0,10

En la tabla A14 y en la figura 3.7 se presentan las diferencias entre los valores calculados mediante la ecuación (3.6) y los determinados de forma experimental.

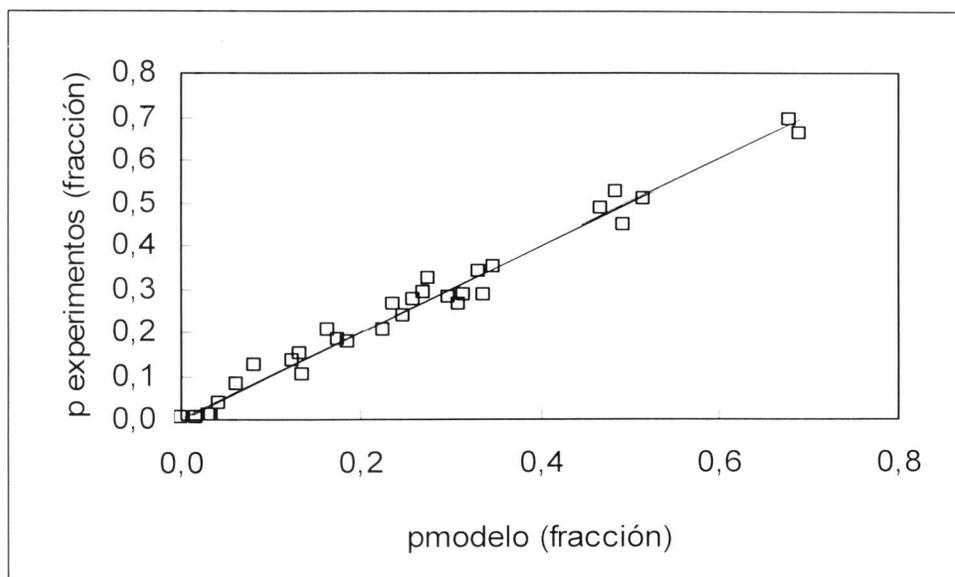


Figura 3.7. Comparación entre los datos experimentales y los obtenidos mediante el modelo.

Los valores de p_i observados se muestran en la tabla A12, los calculados de acuerdo con el modelo de la ecuación (3.5) se presentan en la tabla A13. Con estas dos series de valores se calculó el error promedio de estimación del modelo que es de 0,0286.

En la tabla 3.7 aparece un resumen de la validación del modelo del proceso comparando los valores de la distribución de tamaño del producto calculado (tabla A13) con los determinados de forma experimental (tabla A12).

Tabla 3.7. Validación del modelo de fragmentación múltiple a escala de laboratorio.

Comparación p.modelo - p experimentos
<u>Contraste t de comparación de medias</u> Hipótesis nula: $media1 = media2$ Hipótesis alternativa: $media1 <> media2$ $t = -0,392199$ P-Valor = 0,6954
<u>Comparación de Desviaciones Típicas</u> Hipótesis nula: $sigma1 = sigma2$ (1) Hipótesis alternativa: $sigma1 <> sigma2$ $F = 1,00766$ P-Valor = 0,979621
<u>Comparación de Medianas</u> Hipótesis nula: $mediana1 = mediana2$ Hipótesis alternativa: $mediana1 <> mediana2$ $W = 1767,0$ P-Valor = 0,631945

De acuerdo con los resultados de la tabla 3.7, para un intervalo de confianza de un 95 %, no existen diferencias significativas entre la serie de valores experimentales y las obtenidas mediante el modelo.

El criterio de Pearson resultó $\chi^2 = 7,89$. El valor crítico del criterio χ^2 es igual a 118,75. Esto confirma que las diferencias entre los valores esperados y observados no resultan

significativas y que el modelo describe los resultados experimentales con una adecuada aproximación.

Conclusiones del Capítulo

1. Se obtuvo un modelo de comportamiento de la función de selección en dependencia de la energía de impacto y del flujo de alimentación. Este representa una modificación del modelo establecido por Vogel y Peukert.
2. Se determinó el comportamiento de la función de distribución de la fragmentación, esta función depende de la energía cinética de impacto. El flujo de alimentación de mineral a la trituradora no ejerce influencia alguna en la distribución de la fragmentación.
3. Se demostró que el proceso de fragmentación múltiple se puede describir a partir de la integración de los modelos de Reid (1965) y de White y Witten (1972) considerando la incorporación de los efectos de las variables energía de impacto y flujo de alimentación en las funciones de fractura.

**CAPÍTULO 4. MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LA
TRITURACIÓN POR IMPACTO A ESCALA
INDUSTRIAL**

CAPÍTULO 4. MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LA TRITURACIÓN POR IMPACTO A ESCALA INDUSTRIAL

En el presente capítulo se obtienen las relaciones de escalamiento de las funciones de fractura, para esto se utilizan las regularidades obtenidas mediante los ensayos a escala de laboratorio. En las relaciones de escalado de la función selección se considera la influencia de las principales dimensiones de las trituradoras.

Las regularidades de las funciones de fractura, en dependencia de la energía de impacto y el flujo de alimentación así como sus relaciones de escalado, se incorporan a los modelos de balance de la población de partículas. El modelo de balance utilizado, para la descripción de la trituración sin regulación del tamaño de salida, fue el de Reid (1965) y para el proceso con regulación del tamaño de salida se empleó una combinación de los modelos de Reid (1965) y de White y Witten (1972).

Estos elementos constituyen nuevas relaciones que permiten simular el comportamiento de la trituración por impacto de las zeolitas en trituradoras con y sin regulación del tamaño de salida. El modelo describe el comportamiento de la distribución de tamaño del producto en dependencia de las variaciones de: la energía cinética, el flujo de alimentación y el tamaño de regulación de la salida del mineral.

La descripción de la distribución de tamaño del producto mediante el efecto integrado de la energía cinética, el flujo de alimentación y el tamaño de regulación de salida, distingue el

modelo obtenido de sus precedentes (Nikolov, 2002 y 2004; Shi et al, 2003 y Vogel y Peukert, 2005).

Los objetivos específicos del capítulo son:

1. Obtener el comportamiento de las funciones de la fractura para la escala industrial.
2. Establecer los modelos para la descripción de la trituración por impacto del mineral a escala industrial.
3. Introducir mejoras al proceso productivo a partir de su diagnóstico con ayuda de los modelos obtenidos.

4.1. Modelación y escalamiento de la distribución de la fragmentación

De acuerdo con las ecuaciones (1.18) y (1.19) (Nikolov, 2002), las variaciones de la función de distribución de la fragmentación (B) se describen mediante el parámetro ϕ que depende de la energía cinética (E) y del flujo de alimentación (Q).

$$\phi = f(Q, E) \quad \text{y} \quad B = f(\phi)$$

Según las expresiones anteriores, la distribución de la fragmentación depende del flujo de alimentación y de la energía de impacto $B = f(Q, E)$.

Austin (2002 y 2003), Vogel y Peukert (2005) y Meier et al, (2009), establecen que la distribución de la fragmentación (B) depende del tipo de material y de la energía cinética de impacto. En el acápite 3.4 se corroboró que el flujo de alimentación (Q) no influye de forma significativa en la función B , en consecuencia se puede plantear que:

$$B = f(E)$$

De acuerdo con Nikolov (2002), el parámetro ϕ para dos niveles diferentes de energía (E y E_0) varía con la relación:

$$\left(\frac{E}{E_0} \right)^{k_e}$$

k_e es un coeficiente adimensional que no varía con la energía cinética.

Como resultado del análisis anterior, al determinar B para los mismos intervalos de tamaño y diferentes niveles de E se debe cumplir la siguiente relación:

$$\frac{B_{i,jE}}{B_{i,jE_0}} = \left(\frac{E}{E_0} \right)^{k_e}$$

La ecuación (4.1) permite calcular el comportamiento de la función B para diferentes valores de energía cinética (E) a partir del conocimiento de esa función para un nivel de energía de referencia (E_0).

$$B_{ijE} = B_{ijE_0} \cdot \left(\frac{E}{E_0} \right)^{k_e} \quad (4.1)$$

$$0 \leq B_{i,jE} \leq 1 \quad \text{y} \quad 0 \leq B_{i,jE_0} \leq 1$$

E : energía cinética de impacto (J/kg). E_0 : nivel de energía cinética tomada como referencia (J/kg). $B_{i,jE}$: fracción de masa de las partículas de tamaño original j que aparece por debajo del tamaño i para el nivel de energía E . B_{i,jE_0} : fracción de masa de las partículas de tamaño menor que i obtenidas por la fragmentación de las partículas de tamaño j para un nivel de energía E_0 .

El modelo (4.1) permite simular el efecto de la energía cinética en la función de distribución de la fragmentación; este modelo no considera el efecto del flujo de alimentación en esa función, por tanto representa una simplificación de las relaciones propuesta por Nikolov (2002). Los resultados de la distribución de la fragmentación, obtenidos en el acápite 3.4 (tabla A9), fueron modelados mediante la ecuación (4.1). Esta aproximación se muestra en la tabla A15 de los Anexos I.

Para la implementación de (4.1), se tomó $E_0 = 100 \text{ J/kg}$ que representa un valor de energía para el que se conoce el comportamiento de la distribución de la fragmentación (ver acápite 3.4). El valor $k_e = 0,0516$, se obtuvo por ajuste de curva con ayuda del programa *Matlab 7.0*. (ver Anexo III. 2). La comparación de los resultados obtenidos en el acápite 3.4 con los calculados mediante la ecuación (4.1) se presenta en la figura 4.1; los valores observados se distribuyen cerca de la línea de error cero. El coeficiente $R^2 = 0,99$ y el error de estimación del modelo expresado en fracción de masa es 0,032.

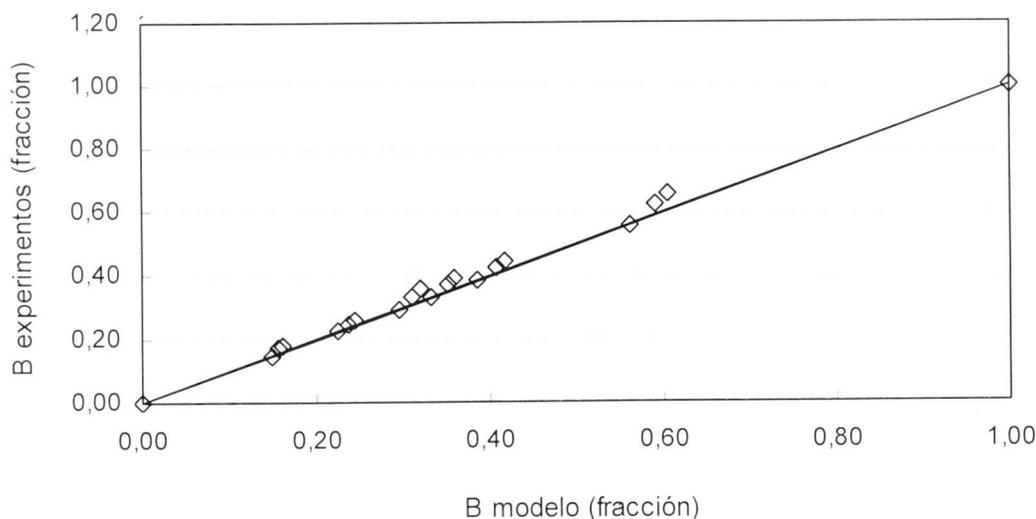


Figura 4.1. Valores de la distribución de la fragmentación calculados y observados.

En la tabla 4.1 se presenta la validación del modelo de la ecuación (4.1). En esta tabla se aprecia que los p valores, en todos los test, son superiores a 0,05. Esto demuestra que para un intervalo de confianza de un 95 %, no existen diferencias significativas entre las dos series de valores. El valor de χ^2 , calculado para las series de valores observados y estimados por el modelo fue 0,11205. El valor de χ^2 para un nivel de confianza del 95 % es 133,25. La comparación de estos valores de χ^2 confirma que el modelo representa una aproximación adecuada de las observaciones.

Tabla 4.1. Comparación de la serie de valores calculados y obtenidos de forma experimental.

<i>Contrastes de hipótesis para B. experimentos - B. modelo.</i>
<i>Contraste t: Hipótesis nula: media1 = media2 Hipótesis alternativa: media1 <> media2 Estadístico: t = 0,09766 P-Valor = 0,9224</i>
<i>Contrastes F: Hipótesis nula: sigma1 = sigma2 Hipótesis alternativa: sigma1 <> sigma2 F = 1,0021 P-Valor = 0,994872</i>
<i>Comparación de medianas: Hipótesis nula: mediana1 = mediana2 Hipótesis alternativa: mediana1 <> mediana2 W = 744,5 P-Valor = 0,874288</i>

4.1.1. Escalamiento de la distribución de la fragmentación

La trituración y la molienda de minerales, como procesos de reducción de tamaño, tienen el mismo fundamento teórico (Coello y Tijonov, 2001). Los modelos de balance de la población de partículas, representados por las ecuaciones (1.2) y (1.3), se aplican indistintamente a la trituración y a la molienda de minerales. En esos modelos las funciones de la fractura tienen el mismo significado y se describen mediante expresiones cualitativamente iguales o muy

semejantes para ambos procesos (Whiten y White ,1972; Nikolov, 2002 y 2004 y Shi et al, 2003). Las diferencias principales entre esas operaciones residen en la geometría y las dimensiones de las trituradoras y los molinos.

En los modelos de trituración por impacto no se presentan relaciones matemáticas entre las funciones de distribución de la fragmentación determinadas en trituradoras diferentes (Austin, 2002 y 2003; Nikolov, 2002 y 2004; Vogel y Peukert, 2005; Shi et al, 2003 y 2007 y Meier et al, 2009). Esto constituye una limitación para el escalado de esa función desde la escala de laboratorio hasta el modelo industrial.

En los procesos de molienda, la distribución de la fragmentación (B) para un molino dado se puede determinar en un modelo físico con diferentes características (Austin et al, 1976 y Herbst y Fuerstenau, 1980). Esta distribución también se obtiene mediante ensayos de partículas independientes en dispositivos que simulan la fragmentación a niveles de energía similares a los del proceso a modelar (Narayanan y Whiten, 1988 y Weedon, 2001).

Los métodos de determinación de la función B , en los procesos de molienda, indican que esta depende de: el tipo de material y la energía cinética y que es independiente de las características del molino. De acuerdo con esta similitud entre la trituración por impacto y la molienda, la geometría y las dimensiones de las trituradoras no deben influir en el comportamiento de B .

Según el análisis anterior, los valores de la distribución de la fragmentación determinados en una trituradora de laboratorio pueden ser escalados hasta una trituradora industrial considerando solo las variaciones de la energía de impacto entre ambos equipos. Esto significa que el escalamiento puede ejecutarse de acuerdo con la ecuación (4.1). De esta forma:

$$Bi_{ijE} = B_{ijE_0} \cdot \left(\frac{E_i}{E_0} \right)^{k_c}$$

Bi_{ijE} : distribución de la fragmentación para el nivel de energía cinética a escala industrial (E_i) y B_{ijE_0} es la distribución de la fragmentación para la energía cinética (E_0) en la escala de laboratorio.

Los resultados de la distribución de la fragmentación para el proceso industrial, calculados mediante la ecuación (4.1), se presentan en la tabla 4.2.

Tabla 4.2. Resultados del escalamiento de la distribución de la fragmentación.

<i>Relación entre el tamaño de las partículas (x_i / x_j)</i>	<i>Energía de impacto 812 (J/kg)</i>	<i>Energía de impacto 1512 (J/kg)</i>
	Bi_{ij}	Bi_{ij}
0,857	1,00	1,00
0,800	1,00	1,00
0,667	1,00	1,00
0,571	0,63	0,65
0,400	0,43	0,44
0,333	0,37	0,38
0,286	0,33	0,34
0,200	0,25	0,26
0,143	0,16	0,17
0,857	1,00	1,00
0,800	1,00	1,00

En la tabla 4.2, x_j es el tamaño de los fragmentos originales y x_i el tamaño de las partículas obtenidas por la fragmentación de las originales. En esta tabla se presenta Bi_{ij} para dos niveles diferentes de energía cinética de impacto a escala industrial.

Los valores de la distribución de la fragmentación no dependen de los valores absolutos de x_i y x_j , estos dependen de la relación x_i/x_j (Nikolov, 2002 y 2004 y Vogel y Peukert, 2005). Esta dependencia permite calcular B_{ij} para todos los tamaños de partículas con iguales relaciones de tamaño que las presentadas en la tabla 4.2.

La distribución de la fragmentación, para relaciones de tamaño diferentes a las de la tabla 4.2, se calculó mediante interpolación. Los valores de la función B_{ij} , calculados de acuerdo con esas consideraciones, se presentan en la tabla A16 de los Anexos I.

La comprobación del modelo presentado en este epígrafe para el escalamiento de la distribución de la fragmentación se puede apreciar en los acápites 4.3.2 y 4.3.4. Después de esa comprobación se corrobora la utilidad del empleo de la ecuación (4.1) en el escalamiento de la función de distribución de la fragmentación. Esta relación de escalado constituye un aporte a la modelación de las trituradoras de impacto.

4.2. Escalamiento de la razón de fragmentación

En los modelos de trituración por impacto (Attou, 1999; Nikolov, 2002 y 2004; Shi et al, 2003 y Vogel y Peukert, 2005) no se establecen relaciones matemáticas entre las funciones de selección obtenidas en trituradoras diferentes. Esto dificulta el escalamiento de los resultados obtenidos a nivel de laboratorio hasta el proceso industrial.

En la molienda de minerales, para determinar las relaciones del comportamiento de la razón de fragmentación entre molinos diferentes, se han utilizado las relaciones entre los principales parámetros de esos equipos (Austin y Klimpel, 1964; Mika et al, 1967; Kelsall et al, 1968/69 y Herbst y Fuerstenau, 1972). Dentro de estos parámetros se encuentra el diámetro interior

del molino, el coeficiente de llenado con la carga de bolas, el diámetro medio de las bolas y otros. La relación entre las razones de fragmentación, en dos molinos diferentes, se puede expresar como:

$$C_{j\text{mol } 2} = C_{j\text{mol } 1} \cdot f(Z) \quad (4.2)$$

$C_{j\text{mol } 1}$ y $C_{j\text{mol } 2}$: razón de fragmentación de las partículas de tamaño j para el molino 1 y 2, respectivamente y $f(Z)$ es una función de los principales parámetros de los dos molinos.

En los acápites 3.2 y 3.3 se demostró que la función selección resulta dependiente de la energía cinética y del flujo de alimentación. Esta demostración permite apreciar que esas dependencias resultan importantes para el escalado de la función selección.

En la ecuación (1.9) (Attou, 1999) se establece que la función selección depende del diseño y el tamaño de la trituradora. Según las recomendaciones de Tripathi et al (2010), esa función depende del diseño de la trituradora. A partir de (1.9) y de los resultados de Laborde (2005) y Coello et al (2009) para la molienda de minerales, se desprende la necesidad de tener en cuenta las principales dimensiones de las trituradoras en las relaciones de escalado de la razón de fragmentación. De esta forma se plantea que:

$$C_{i_j} = C_j^* \cdot f(Z) \quad (4.3)$$

C_{i_j} : razón de fragmentación de las partículas de tamaño j en la trituradora de escala industrial.

C_j^* : tiene en cuenta el efecto de la energía de impacto y del flujo de alimentación.

$f(Z)$: describe la influencia de las dimensiones de las trituradoras en la razón de fragmentación. La función $f(Z)$ cuantifica la influencia de las diferencias en las dimensiones.

de la trituradora industrial con respecto a la de laboratorio. Se asume que ese efecto sigue las hipótesis siguientes:

- En la trituradora industrial el radio del rotor resulta mucho mayor que en la de laboratorio. Esto debe traer consigo que en la primera, la masa de aire que desplazan los martillos y la velocidad de dicha masa son mucho mayores. Estas condiciones deben provocar un incremento de la resistencia a la penetración de las partículas del mineral en la zona de impacto. A medida que disminuye el tamaño de las partículas ese efecto debe ser mayor.
- Las partículas que no penetran en la zona de impacto presentarán una mayor probabilidad de salir sin ser impactadas en la trituradora industrial. Esto se debe a la mayor holgura entre los extremos de los martillos y los revestimientos de la trituradora de escala industrial con respecto a la de laboratorio.

Según las hipótesis anteriores:

$$f(Z) = f\left(\frac{R_{ind}}{R_{lab}}, \frac{x_{i_j}}{X_h}\right)$$

R_{ind} y R_{lab} : es el radio del rotor de la trituradora industrial y de laboratorio, respectivamente (mm); x_{i_j} es el tamaño de las partículas en la trituradora industrial (mm) y X_h la holgura entre el extremo de los martillos y los revestimientos de la trituradora industrial (mm).

A continuación se explican los pasos necesarios para la determinación de C_j^* y $f(Z)$

Determinación de C_j^*

Para determinar C_j^* se utiliza la ecuación (3.2) establecida en el epígrafe 3.3.

$$C^*_{j} = 1 - \exp \left[- \left(f_{mat} \cdot x_{i_j} \cdot (E_i - E_{i_{min}}) \cdot \left(\frac{Q_i}{Q_{i_0}} \right)^{k_q} \right) \right] \quad (3.2)$$

La letra i que acompaña a los parámetros de (3.2) significa que estos pertenecen a la escala industrial. Los valores de f_{mat} , x_{i_j} , E_{min} y k_q fueron determinados en el epígrafe 3.3.

El flujo de alimentación de referencia (Q_0) en la escala de laboratorio fue 0,3 t/h. (ver epígrafe 3.3), para determinar el valor equivalente para la escala industrial se utiliza la relación:

$$\left(\frac{A_{lab}}{A_{ind}} \right) = \left(\frac{Q_0}{Q_{i_0}} \right)$$

A_{ind} y A_{lab} : área de la superficie de impacto de la trituradora industrial y de laboratorio, respectivamente (m^2). Q_{i_0} y Q_0 : flujo de alimentación de referencia en la trituradora industrial y de laboratorio, respectivamente (t/h).

La proporción anterior se fundamenta en que el incremento del flujo de alimentación (Q), para una misma área de impacto (A), debe motivar una disminución de la razón de fragmentación y viceversa. Lo anterior indica que para que se reproduzcan las mismas condiciones en ambas trituradoras la relación entre A y Q debe ser constante. El área de las superficies de impacto de las trituradoras será:

$$A = N_m \cdot l_m \cdot h_m$$

A : es el área de impacto de la trituradora (m^2). N_m es la cantidad de martillos, l_m y h_m es la longitud y la altura de las superficies de impacto de los martillos, respectivamente (m).

$$\left(\frac{A_{ind}}{A_{lab}} \right) = \left(\frac{Q_{0ind}}{Q_{0lab}} \right) = \left(\frac{4.(0,45).(0,052)}{4.(0,1).(0,014)} \right) = 16,7$$

$$Q_{0ind} \approx 5t / h$$

Conocidos los valores de los parámetros de (3.2), es posible usar esta ecuación para calcular los valores de C_j^* , estos se calcularon para los diferentes tamaños de partículas y niveles de energía cinética y flujo de alimentación del proceso industrial. Los resultados de los cálculos de C_j^* se presentan en la tabla A17 de los Anexos I.

Determinación de $f(Z)$

La determinación de $f(Z)$ se realizó según el procedimiento que se detalla a continuación:

Se tomaron muestras del mineral de alimentación y del producto en una de las trituradoras de escala industrial sin rejilla de regulación del tamaño de salida del producto. La energía cinética en la trituradora fue $812 J/kg$ y el flujo de alimentación $10 t/h$.

Las distribuciones de tamaño del mineral de alimentación y del producto obtenido en estos experimentos se muestran en la tabla 4.3. En esta tabla se expresan las distribuciones de tamaño del mineral de alimentación y del producto según el retenido acumulado.

Tabla 4.3. Tamaño del mineral de alimentación y del producto en la trituradora.

	Tamaño de partículas (mm)							
	Fración de masa							
	25	17	12	9	6	4	2	1
<i>Alimentación</i> (fracción de masa)	0,00	0,23	0,47	0,73	0,86	0,92	0,94	0,95
<i>Producto</i> (fracción de masa)	0,00	0,08	0,24	0,47	0,68	0,83	0,92	0,96

A partir de las distribuciones de tamaño del mineral de alimentación y del producto (tabla 4.3) y de los resultados de la distribución de la fragmentación (B) (acápite 4.1), se calculan los valores de la razón de fragmentación. Para este cálculo se utiliza el modelo de la ecuación (3.3) (Reid, 1965). Los valores de la razón de fragmentación obtenidos por este método se muestran en la figura 4.2.

En la figura 4.2 se aprecia que la variación de la razón de fragmentación con el tamaño de las partículas sigue un patrón muy similar a los reportados por Vogel y Nikolov (2002 y 2004) y Vogel y Peukert (2003 y 2005).

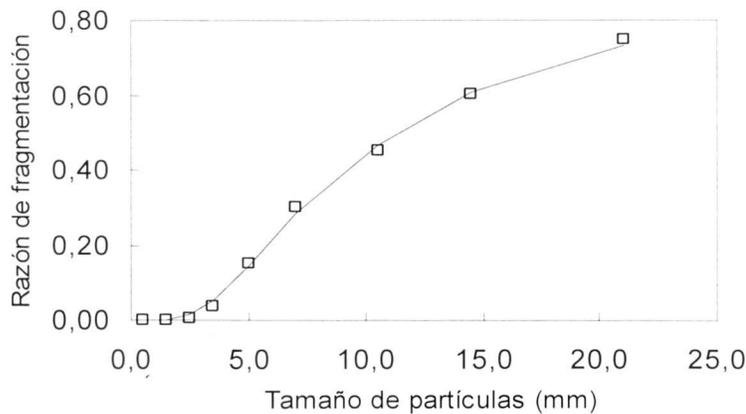


Figura 4.2. Valores de la razón de fragmentación en la trituradora de escala industrial.

De la aproximación de los resultados presentados en la figura 4.2 mediante la ecuación (4.3), se obtiene la forma y los valores de los parámetros de $f(Z)$ (ver Anexo III 3). Ese procedimiento permite obtener la ecuación (4.4).

$$f(Z) = \left\{ 1 - \exp \left(- \left(\frac{R_{ind}}{R_{lab}} \right)^{0,9} \cdot \left(\frac{x_j}{X_h} \right)^{1,32} \right) \right\} \quad (4.4)$$

En la figura 4.3 se muestran los valores de C_j^* y de $f(Z)$, esas funciones describen el comportamiento de la razón de fragmentación en la trituradora industrial según la ecuación (4.3). Los valores de $f(Z)$ mostrados en la figura 4.3, corroboran las hipótesis asumidas para obtener esta función.

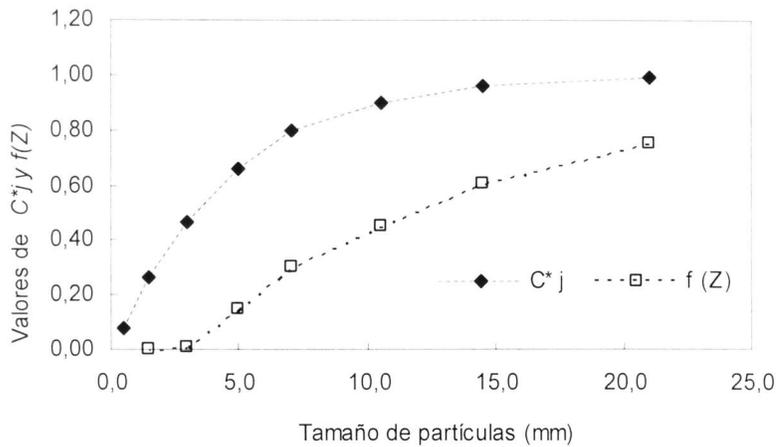


Figura 4.3. Funciones de C_j^* y de $f(Z)$.

Al sustituir la ecuación (4.4) en (4.3) se obtiene (4.5), que representa el modelo de comportamiento de la función de selección determinado a partir de los resultados de laboratorio y de las diferencias en las dimensiones de las trituradoras.

$$C_{i_j} = C_j^* \cdot \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{R_{ind}}{R_{lab}} \right)^{0,9} \cdot \left(\frac{x_j}{X_h} \right)^{1,132} \right] \right\} \quad (4.5)$$

La comparación de los valores de la razón de fragmentación calculados según (4.5) y los observados durante los experimentos a escala industrial, se muestra en la tabla A18. Según los resultados de la tabla 4.4, en ninguno de los casos se rechaza la hipótesis nula; los p valores son superiores a 0,05, por tanto para un intervalo de confianza de un 95 % no

existen diferencias significativas entre la serie de valores calculados mediante el modelo y la obtenida de los experimentos. El error de estimación del modelo es 0,012.

Tabla 4.4. Validación del modelo para el escalado de la razón de fragmentación.

<p>Contraste de Hipótesis para C_{jind} . experimentos - C_{jind} . modelo</p> <p><u>Contraste t:</u> Hipótesis nula: $media1 = media2$ Hipótesis alternativa: $media1 <> media2$ Estadístico: $t = 0,0107726$ P-Valor = 0,991538</p>
<p><u>Contrastes F:</u> Hipótesis nula: $sigma1 = sigma2$ Hipótesis alternativa: $sigma1 <> sigma2$ $F = 0,97853$ P-Valor = 0,976266</p>
<p><u>Comparación de medianas:</u> Hipótesis nula: $mediana1 = mediana2$ Hipótesis alternativa: $mediana1 <> mediana2$ $W = 39,0$ P-Valor = 0,929486</p>

En la figura 4.4 se aprecia que los resultados experimentales se encuentran prácticamente sobre la línea de error cero. Esto está en correspondencia con el coeficiente $R^2 = 0,99$.

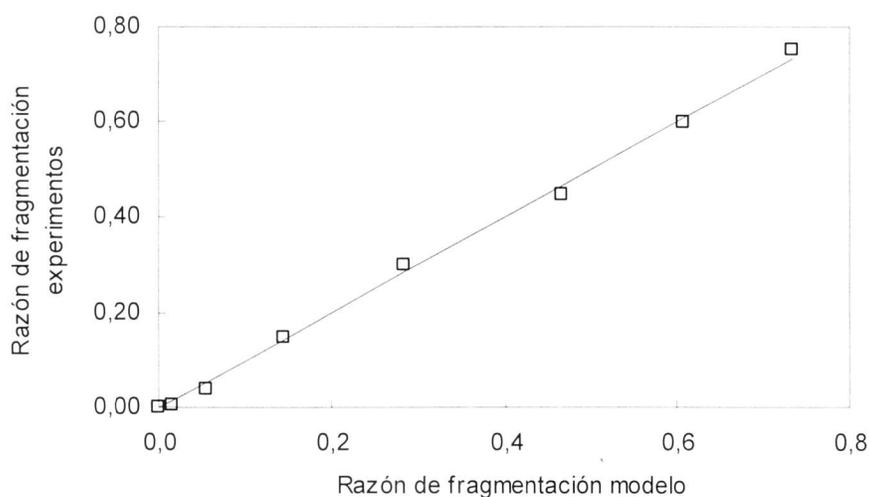


Figura 4.4. Comparación de la razón de fragmentación calculada y observada.

El criterio de Pearson arroja que χ^2 , calculado a partir de los datos observados y los calculados es 2,66 y el valor crítico de χ^2 es 14,07, por tanto se considera que el modelo resulta válido para un intervalo de confianza del 95 %.

La validación de la ecuación (4.5) permite confirmar que esta expresa las relaciones entre las razones de fragmentación obtenidas a escala de laboratorio y a nivel industrial. La ecuación (4.5) constituye un nuevo elemento en la modelación de la trituración por impacto.

4.3. Modelación de la trituración por impacto a escala industrial

La modelación de la trituración por impacto a escala industrial se basa en los modelos que describen el proceso por el método de balance de la población de partículas (*PBM*). Se asume el modelo de Reid (1965) para el esquema sin regulación de tamaño de salida del producto. El problema de la descripción de instalaciones con regulación del tamaño de salida de las trituradoras, se resuelve con la integración de los modelos de Reid (1965) y de White y Witten (1972). Para la modelación de la trituración por impacto, con y sin regulación del tamaño de salida, se emplean los resultados presentados en el capítulo 3 y en los acápites 4.1 y 4.2.

Para la modelación del proceso se utilizan los algoritmos presentados en forma esquemática en las figuras 4.5 y 4.6. En estos algoritmos se incorporan las regularidades de comportamiento de las funciones de fractura en función de la energía de impacto y el flujo de alimentación, así como sus relaciones de escalado. Estos elementos constituyen nuevas relaciones que permiten revelar el comportamiento de la trituración por impacto de las zeolitas en instalaciones con y sin regulación del tamaño de salida en dependencia de las condiciones de operación.

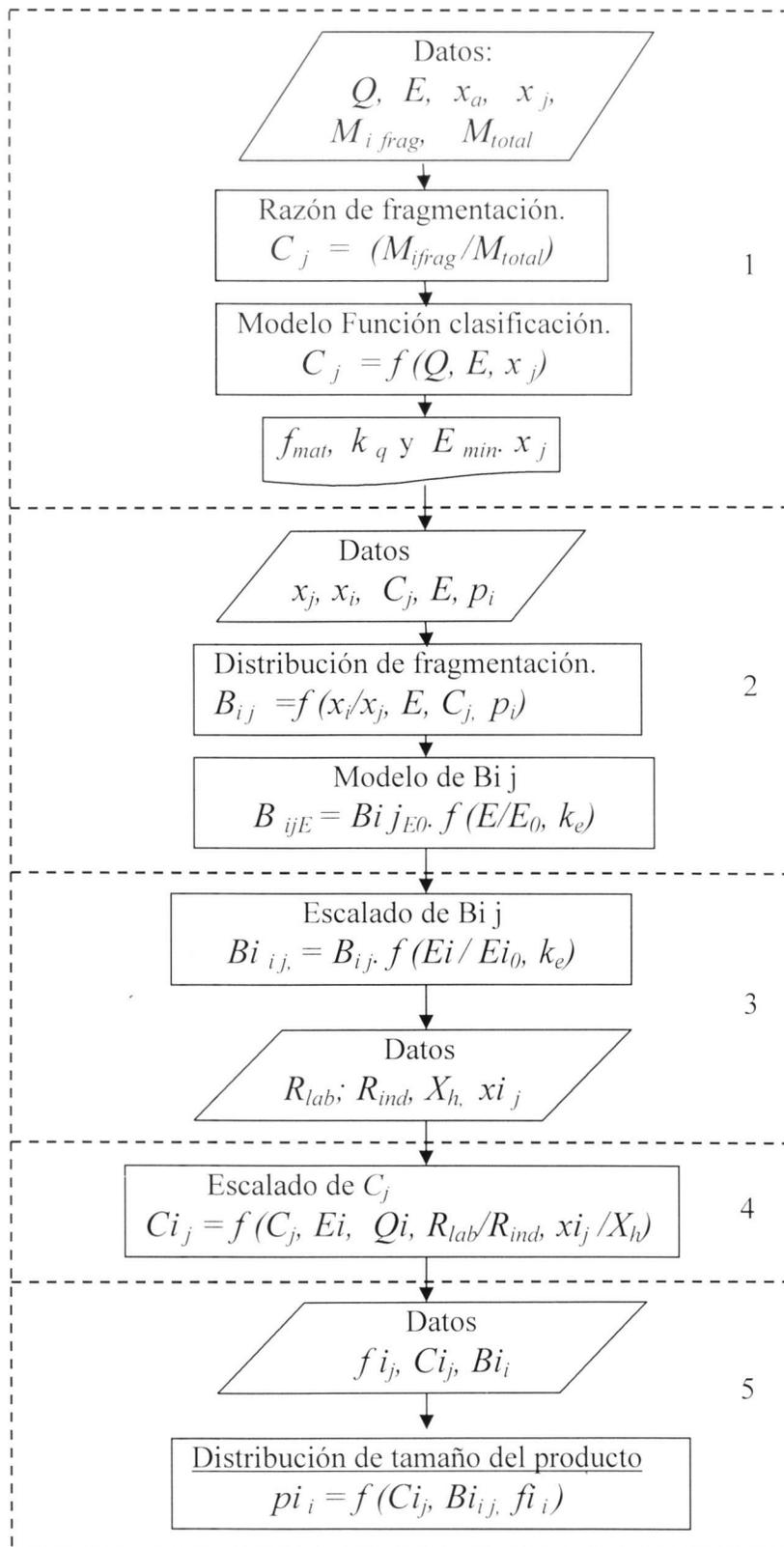


Figura 4.5. Modelo de la trituración por impacto sin regulación de tamaño de salida.

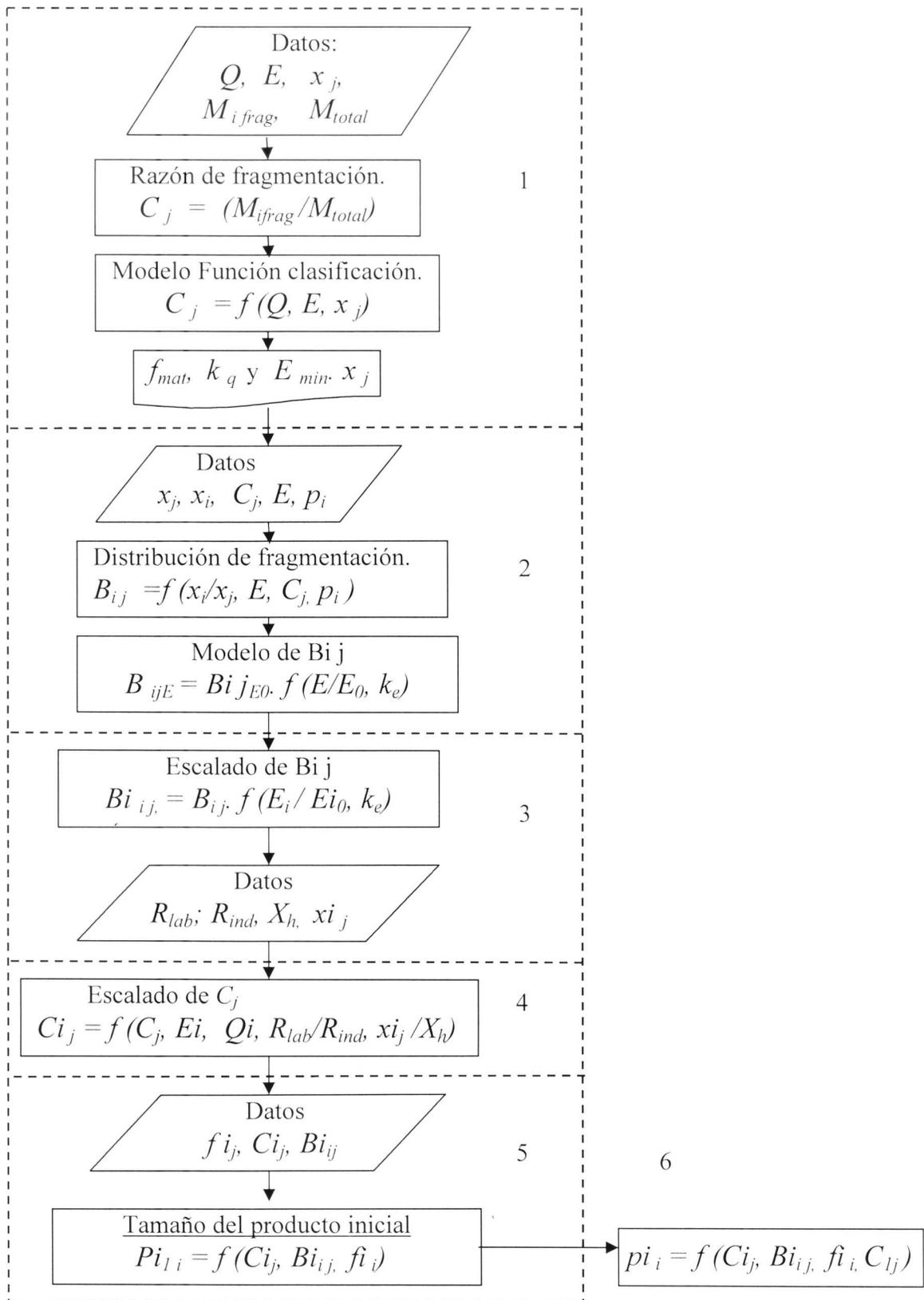


Figura 4.6. Esquema del modelo de trituración con regulación del tamaño de salida.

4.3.1. Modelación de la trituración por impacto sin regulación del tamaño de salida del producto.

Para la modelación de la trituración por impacto, sin regulación del tamaño de salida, se asume el modelo de Reid (1965) presentado en la ecuación (3.3). A ese modelo se incorporan las nuevas relaciones de las funciones de fractura y sus relaciones de escalado. Estos elementos se exponen de manera resumida en el algoritmo de la figura 4.5. A continuación se detalla el procedimiento para cada una de las operaciones que incluye ese algoritmo.

1) Determinación del modelo de la razón de fragmentación

El procedimiento experimental para la determinación de la razón de fragmentación aparece en el acápite 2.8; el método comprende la trituración de una monoclasa de tamaño de mineral en la trituradora de laboratorio. Para esto se emplean diferentes combinaciones de valores de energía cinética de impacto y flujo de alimentación. Los valores de los parámetros utilizados durante los experimentos y los resultados obtenidos representan los datos de entrada del algoritmo de la figura 4.5.

Los datos iniciales son:

Q_0 , Q_1 y Q_2 : niveles del flujo de alimentación de mineral (t/h).

E_0 , E_1 y E_2 : representan los valores de energía cinética de impacto (J/kg).

x_j : tamaño medio del mineral de alimentación (mm).

M_{total} es la masa de cada muestra del producto (g).

M_{frag} : masa fragmentada durante cada experimento (g), se obtiene para cada combinación de valores de E y Q .

De los datos anteriores se determina la razón de fragmentación (C_j) para cada una de las combinación de niveles de E y Q . C_j se calcula mediante la relación entre la masa fragmentada (M_{frag}) y la masa total de la muestra (M_{total}).

$$C_j = \frac{M_{frag}}{M_{total}}$$

Con los valores de C_j se determinan los parámetros del modelo de la ecuación (3.2). Esos parámetros se obtienen mediante la solución aproximada del conjunto de ecuaciones de regresión siguiente:

$$C_j = 1 - e^{-f_{mat} \cdot x_j \cdot (E - E_{min}) \cdot \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{k_q}}$$

Al obtener los valores de f_{mat} , E_{min} y k_q de la ecuación (3.2), se logra particularizar esa ecuación para las condiciones del proceso de trituración del mineral de San Andrés a escala de laboratorio. Este modelo particular permite calcular la razón de fragmentación para cualquier valor de E , Q y x_j en la trituradora de laboratorio.

2) Determinación de la función de distribución de la fragmentación

El método experimental, utilizado en la determinación del comportamiento de la distribución de fragmentación, se explica en el acápite 2.9. Este procedimiento se basa en la caracterización de la distribución del tamaño del producto fragmentado durante los ensayos en la trituradora de laboratorio.

Los datos iniciales para la determinación de esta función son:

E_0 , E_1 y E_2 son los niveles de la energía cinética de impacto

x_j : tamaño medio de las partículas del mineral de alimentación a la trituradora.

x_i : tamaño de los orificios de los tamices utilizados para caracterizar la distribución de las partículas fragmentadas.

M_{frag} : masa de mineral fragmentado (g), se calcula de igual forma que para la razón de fragmentación.

M_{ij} es la masa de las partículas de tamaño inicial j que aparecen por debajo del tamaño i después de la fragmentación (g).

Los resultados de M_{frag} y M_{ij} , se utilizan en el cálculo de b_{ij} para cada uno de los niveles de energía cinética de impacto.

$$b_{ij} = \frac{M_{ij}}{M_{frag}}$$

Con los valores de b_{ij} se obtiene el comportamiento de la distribución de la fragmentación en forma acumulada (B_{ij}).

$$B_{ij} = b_{i-1,j} - b_{ij} \quad \text{para } i \neq j \quad (1.6)$$

$$B_{ij} = 1 - b_{ij} \quad \text{para } i = j \quad (1.7)$$

3) Modelación y escalamiento de la función de distribución de la fragmentación

La modelación de la distribución de la fragmentación se realiza según la ecuación (4.1) y con el empleo de los valores de B_{ij} , obtenidos en el paso anterior. El modelo (4.1), particularizado para las condiciones del mineral de San Andrés, se caracteriza por el valor del coeficiente k_e . Este valor se determina mediante la solución del siguiente sistema de ecuaciones de regresión.

$$B_{ijE_1} = B_{ijE_0} \cdot \left(\frac{E_1}{E_0} \right)^{k_e}$$

$$B_{ijE_1} = B_{ijE_0} \cdot \left(\frac{E_2}{E_0} \right)^{k_e}$$

Una vez obtenido el valor de k_e , se obtiene el modelo de escalado de la distribución de la fragmentación para las condiciones del proceso.

$$B_{ijE_i} = B_{ijE_0} \cdot \left(\frac{E_i}{E_0} \right)^{k_e}$$

La ecuación anterior permite calcular los valores de la distribución de la fragmentación para la escala industrial (B_{ij}) teniendo en cuenta las variaciones de la energía cinética de la trituradora a esa escala (E_i).

Para la determinación de la distribución de la fragmentación en forma individual a escala industrial ($b_{i,j}$) se utilizan las ecuaciones siguientes.

$$b_{i,j} = B_{i-1,j} - B_{i,j} \quad \text{para } i \neq j$$

$$b_{i,i} = 1 - B_{i,i} \quad \text{para } i = j$$

4) Escalamiento de la razón de fragmentación

Los datos iniciales para el escalamiento de la razón de fragmentación son:

R_{lab} y R_{ind} : radio del rotor de la trituradora de laboratorio e industrial, respectivamente (m).

E_i : energía cinética de impacto de la trituradora industrial (J/kg).

X_h es la distancia entre los extremos del rotor y la rejilla de la trituradora industrial (m).

Con los datos anteriores se realizan los cálculos para obtener los valores de la función selección a escala industrial, para este fin se emplea el modelo de la ecuación 4.5

$$C_{i_j} = C_j^* \cdot \left\{ 1 - \exp \left(- \left(\frac{R_{ind}}{R_{lab}} \right)^{0,9} \cdot \left(\frac{x_{i_j}}{X_h} \right)^{1,132} \right) \right\} \quad (4.5)$$

C_j^* : representa los valores de la razón de la fragmentación determinados según la ecuación (3.2) particularizada para las condiciones de la planta de San Andrés. (paso 1 de este procedimiento).

Una vez determinados los valores de la razón de fragmentación para las condiciones del proceso industrial (C_{i_j}) es posible obtener la distribución de tamaño del producto a esa escala.

5) Cálculo de la distribución de tamaño del producto

La distribución de tamaño del producto a escala industrial (p_{i_i}), durante la trituración sin regulación del tamaño de salida, se calcula con ayuda del modelo de Reid (1965) representado según (3.3). Para esto se incorporan a ese modelo los resultados obtenidos en los pasos anteriores del algoritmo.

$$p_{i_i} = (1 - C_{i_i}) \cdot f_{i_i} + \sum_{j=1}^{i-1} b_{i_{ij}} \cdot C_{i_j} \cdot f_{i_j} \quad (3.3)$$

Para el cálculo de p_i se utiliza la distribución de tamaño del mineral de alimentación a escala

industrial (f_i) para los intervalos i y j , los valores de bi_{ij} y Ci_j para el proceso industrial fueron determinados en los pasos 3 y 4, respectivamente. Para la implementación de este algoritmo se utilizan las aplicaciones presentadas en los Anexos III. 1 al III. 4

4.3.2. Validación del modelo de fragmentación simple

Para la validación del modelo se comparan los resultados de la distribución del producto (pi_i) obtenida mediante el algoritmo de la figura 4.5 con los valores determinados de forma experimental.

Para calcular la distribución de tamaño del producto a escala industrial (pi_i), los valores de entrada al programa fueron:

$$Q_0, Q_1 \text{ y } Q_2 = 0,3; 0,3 \text{ y } 2,3 \text{ t/h.}$$

$$E_0, E_1 \text{ y } E_2 = 100; 275 \text{ y } 450 \text{ J/kg.}$$

$$x_j = 5 \text{ mm. } M_{total} = 3000 \text{ g.}$$

M_{frag} sus valores se presentan en las tablas A5 de los Anexos I

$$x_i = 3; 2; 1; 0,5 \text{ mm.}$$

M_{ij} se presenta en la tabla A1 de los Anexos I.

$$R_{lab} = 0,1 \text{ m; } R_{ind} = 0,5 \text{ m y } X_h = 45 \text{ mm}$$

$$Q_i = 10 \text{ t/h y } E_i = 812 \text{ J/kg.}$$

$$xi_j = 25; 17; 12; 9; 6; 4; 2 \text{ y } 1 \text{ mm}$$

$$fi_j = [0,00 \ 0,23 \ 0,24 \ 0,26 \ 0,13 \ 0,06 \ 0,02 \ 0,01]$$

La comparación entre los valores de p_i calculados y los observados en los experimentos se presenta en la tabla 4.5 y en la figura 4.7.

En la tabla 4.5 se observa que, según los *test* utilizados, no existen diferencias significativas entre las dos series de valores para un nivel de confianza de un 95 %.

Tabla 4.5. Validación del modelo de trituración sin regulación del tamaño de salida.

Contraste de Hipótesis para p. experimentos - p. modelo
<p>Contraste t : Hipótesis nula: $media1 = media2$ <i>Hipótesis alternativa: $media1 <> media2$</i> <i>Estadístico: $t = 0,000374$ P-Valor = 0,9997</i></p>
<p><u>Contraste F</u> : Hipótesis nula: $sigma1 = sigma2$ <i>Hipótesis alternativa: $sigma1 <> sigma2$</i> <i>F = 0,653477 P-Valor = 0,588382</i></p>
<p><u>Comparación de medianas</u>: Hipótesis nula: $mediana1 = mediana2$ <i>Hipótesis alternativa: $mediana1 <> mediana2$</i> <i>W = 30,0 P-Valor = 0,87473</i></p>

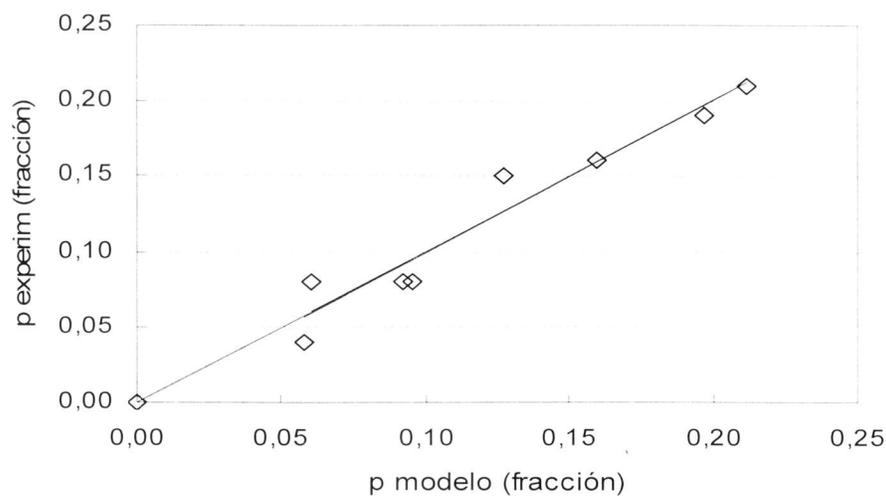


Figura 4.7. Comportamiento del modelo de trituración sin regulación del tamaño de salida.

En la figura 4.7 se aprecia que los valores observados durante los experimentos se distribuyen cerca de la línea de cero error. El error de estimación del modelo es 0,0304.

La comparación del valor calculado $\chi^2 = 6,11$ con $\chi^2 (0,95; 8) = 16,92$ expresa correspondencia con los resultados de la tabla 4.5.

4.3.3. Modelación de la trituración por impacto con regulación del tamaño de salida

La trituración con regulación del tamaño de salida se describe mediante la integración de los modelos de Reid (1965) y de White y Whitten (1972). El algoritmo empleado para este fin se presenta en el esquema de la figura 4.6. Los pasos 1, 2, 3 y 4 de este algoritmo son idénticos a los utilizados para la modelación de la trituración sin regulación del tamaño de salida.

5) Determinación de la distribución de la fragmentación primaria

Para obtener la distribución de la fragmentación inicial o primaria (pi_{1i}), se debe conocer el comportamiento de la razón de fragmentación y de la distribución de la fragmentación para la escala industrial (bi_{ij} y Ci_j). Estos fueron determinados en los pasos 3 y 4, respectivamente.

Conocidos bi_{ij} y Ci_j , se calcula la distribución inicial de la fragmentación (pi_{1i}) para la distribución de tamaño del mineral de alimentación (fi), para esto se emplea el modelo de Reid (1965).

$$pi_{1i} = (1 - Ci_i) \cdot fi + \sum_{j=1}^{i-1} bi_{ij} \cdot Ci_j \cdot fj \quad (3.3)$$

6) Determinación de la distribución de tamaño del producto

Para la modelación de las siguientes etapas, del proceso de fragmentación múltiple, se utiliza el modelo de White y Whitten (1972) representado en la ecuación (3.5).

$$p_i = \left[(1 - C_{1i}) \cdot p_{1i} - \sum_{j=1}^{j-1} b_{ij} \cdot C_{1j} \cdot p_j \right] \cdot 1 / (1 - b_{ii} C_{1i}) \quad (3.5)$$

p_{1i} fue determinado en el paso 5 y b_{ij} se determinó en el paso 4. C_{1i} cuantifica las fracciones de mineral retenidas en la trituradora por la rejilla de regulación del tamaño del producto.

Los valores de C_{1i} se obtienen de la descripción de los resultados experimentales, mostrados en la tabla A16, mediante la ecuación (3.5). Después de conocer b_{ij} y C_{1i} , es posible simular el comportamiento del producto de las trituradoras industriales. Para la instrumentación del modelo se utilizan las aplicaciones que se presentan en los Anexos III. 1, III. 2, II. 3 y III. 5.

El modelo describe el proceso a partir de las variaciones de la energía cinética, el flujo de alimentación y el tamaño de regulación de la salida del producto.

4.3.4. Validación del modelo de fragmentación múltiple

Para la validación del modelo de trituración por impacto, con regulación de la salida del producto, se comparan los valores del producto observado en los experimentos (tabla A23) con los calculados mediante el algoritmo de la figura 4.6.

Para la validación del modelo se utilizan los siguientes valores de entrada:

$$Q_i = 10 \text{ y } 15 \text{ t/h. } E_i = 812 \text{ y } 1512 \text{ J/kg.}$$

$$f_{ij} = [0,224 \ 0,149 \ 0,146 \ 0,137 \ 0,092 \ 0,035 \ 0,051 \ 0,06]$$

S: tamaño de los orificios de la rejilla de regulación de la salida del producto (S = 5 y 10 mm),

El resto de los datos iniciales son iguales a los utilizados para la fragmentación simple.

Los resultados obtenidos mediante el modelo se presentan en la tabla A22. La comparación entre las dos series de valores se muestra en el gráfico de la figura 4.8 y en la tabla 4.6. Los resultados presentados en la tabla 4.6 indican que según los tres test desarrollados, para un intervalo de confianza de un 95 %, ambas series de valores no presentan diferencias significativas; los p valores en todos los casos son superiores 0,05. Esto demuestra que el modelo propuesto representa una aproximación adecuada de los resultados experimentales.

Tabla 4.6. Validación del modelo de trituración por impacto del mineral.

<i>Contrastes de Hipótesis para p. experimentos - p. modelo</i>
<p><u>Contraste t</u>: Hipótesis nula: $media1 = media2$</p> <p>Hipótesis alternativa: $media1 <> media2$</p> <p>Estadístico: $t = 0,0776173$ P-Valor = 0,93824</p>
<p><u>Contraste F</u>: Hipótesis nula: $sigma1 = sigma2$</p> <p>Hipótesis alternativa: $sigma1 <> sigma2$</p> <p>$F = 1,05569$ P-Valor = 0,820032</p>
<p><u>Comparación de medianas</u>: Hipótesis nula: $mediana1 = mediana2$</p> <p>Hipótesis alternativa: $mediana1 <> mediana2$</p> <p>$W = 2449,5$ P-Valor = 0,556555</p>

En la figura 4.8 se observa que los valores experimentales se distribuyen muy próximos a la línea de cero error. La diferencia máxima entre los valores calculados y los observados es 0,05. El error de estimación del modelo es 0,018. La prueba χ^2 confirma también la validez del modelo ya que el valor χ^2 calculado es 3,92 mientras que el valor crítico es 52,19.

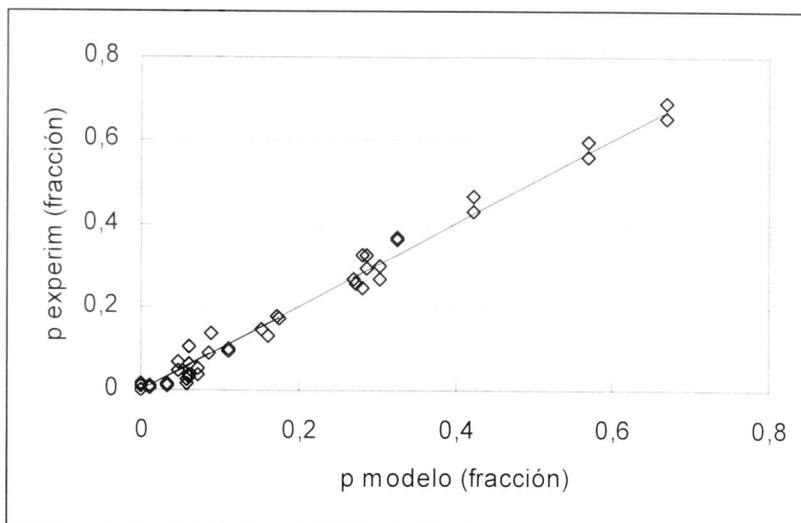


Figura 4.8. Comportamiento del modelo de trituración por impacto del mineral.

4.4. Simulación del proceso de trituración por impacto

En la figura 4.9 se presentan los resultados de la simulación de la trituradora sin regulación del tamaño de salida del producto. Esta se simuló de acuerdo con el modelo obtenido con ayuda del algoritmo de la figura 4.5. Los parámetros de operación en esta trituradora son energía cinética 812 J/kg y flujo de alimentación 10 t/h.

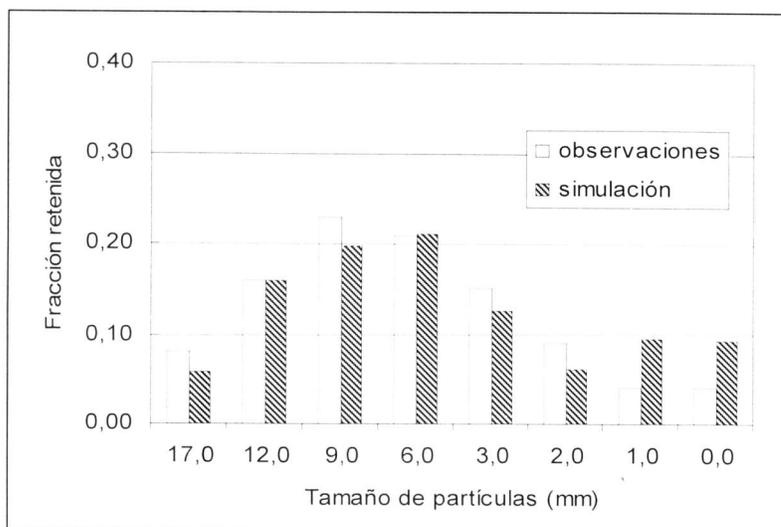


Figura 4.9. Simulación de la trituradora sin regulación del tamaño de salida.

En la figura 4.9 se puede comprobar que las diferencias máximas, entre los valores de las fracciones del producto calculadas y las observadas, solo alcanzan el valor de 0,05 en dos clases de tamaño. El error promedio de estimación es 0,03. El análisis de los resultados presentados en la figura 4.9 confirma la validez del modelo propuesto en el acápite 4.3.1.

En la figura 4.10 se muestran los resultados de la simulación de la trituration por impacto con regulación del tamaño de salida.

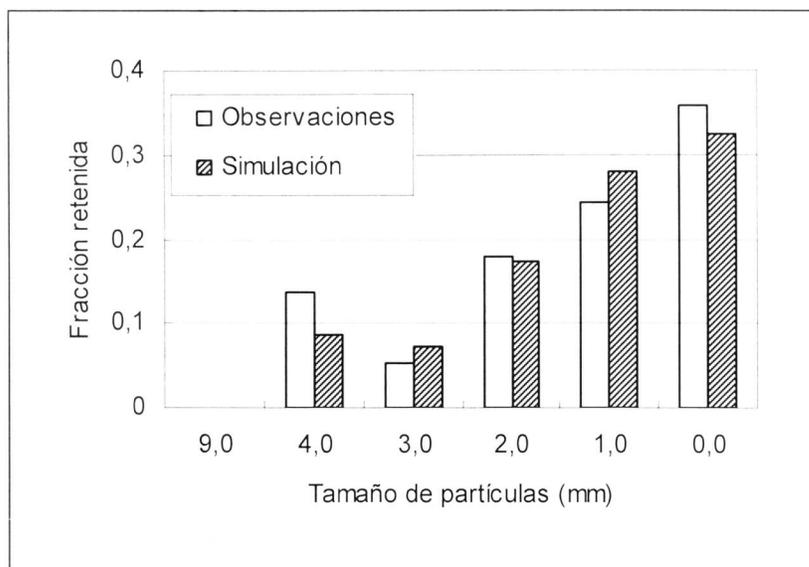


Figura 4.10. Simulación de la trituradora con regulación del tamaño de salida.

El algoritmo empleado, para la modelación de las trituradoras con rejilla de regulación del tamaño de salida, se presenta en la figura 4.6.

Los resultados presentados en la figura 4.10 se obtuvieron para valores de la energía de impacto, flujo de alimentación y tamaño de regulación de salida de: 1512 J/kg, 10 t/h y 10 mm, respectivamente. Estos resultados confirman que las diferencias máximas, entre los valores de las fracciones del producto calculadas y las observadas durante los experimentos, son inferiores a 0,05. El error de estimación del modelo es 0,0108. Esto permite afirmar que

mediante el algoritmo propuesto en el acápite 4.3.2 se reproducen los resultados experimentales con una adecuada exactitud.

En las figuras 4.9 y 4.10 se muestran los resultados de la simulación para las condiciones de operación más frecuentes en la instalación industrial. El análisis comparativo de los resultados experimentales y los obtenidos por simulación, para otras condiciones de operación, se presenta en las tablas A19, A22 y A23 de los Anexos I. Esos resultados también muestran evidencias de un adecuado ajuste entre los experimentos y los cálculos.

4.5. Aplicaciones de los modelos de trituración por impacto

Una de las principales dificultades en la planta de San Andrés radica en la variabilidad de las exigencias del tamaño de los productos. Los modelos establecidos en los acápites anteriores, permiten estimar los valores necesarios de los principales parámetros de operación para obtener una distribución de tamaño del producto lo más cercana posible a la requerida. Esto demuestra que esos modelos constituyen una herramienta importante para el incremento de la eficiencia tecnológica de la instalación.

Los modelos de balance de la población de partículas se utilizan también en la valoración de la eficiencia energética de la trituración. Para esto se siguió el método empleado por Kelly y Dawe (1989); para su implementación se incluyen, en los algoritmos presentados en las figuras 4.5 y 4.6, las operaciones que se muestran en la figura 4.11.

En la figura 4.11 W_i es el índice de Bond que se determina mediante un test estándar de molienda (Bond, 1951). La determinación de W_i para el mineral de San Andrés se presenta en las tablas A21, para ese mineral $W_i = 19,71$ kWh/t.

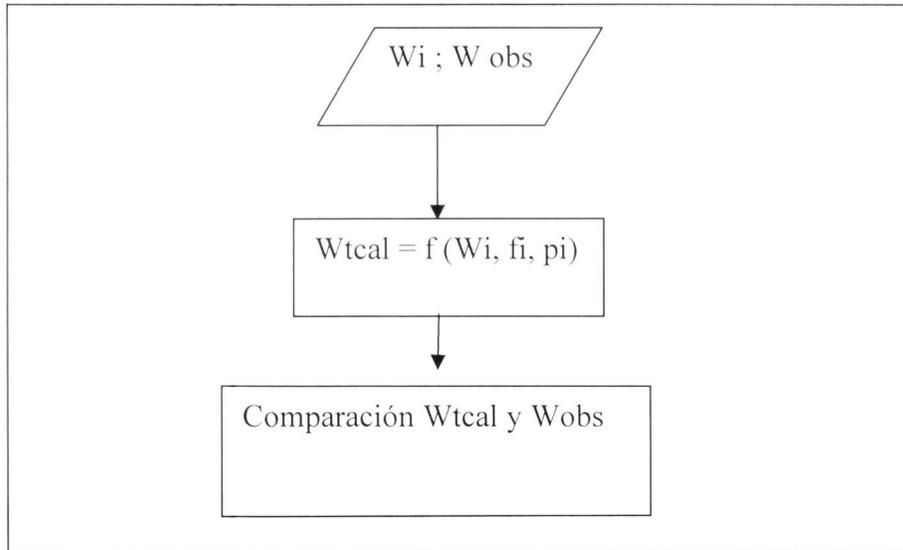


Figura 4.11. Determinación de índices energéticos.

Los valores de W_{obs} representan el consumo específico de energía (kWh/t) y se obtienen mediante mediciones en las trituradoras. Las distribuciones de tamaño del mineral de alimentación (f_i) y del producto (p_i) son estimadas según los modelos presentados en las figuras 4.5 y 4.6. El consumo energético (W_{tcal}) se calcula de acuerdo con modelo de Bond (1951) que se representa según la ecuación (4.6).

$$W_{tcal} = 10 \cdot W_i \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{p_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{f_{80}}} \right) \quad (4.6)$$

W_{tcal} es la energía específica (kW h/t); p_{80} y f_{80} (μ m) es el tamaño de tamiz en el que pasa el 80 % del producto y del mineral de alimentación, respectivamente y W_i es el índice de trabajo o índice de Bond (kWh/t).

En las figuras 4.12 y 4.13 y en la tabla A24 se presentan las distribuciones de tamaño del mineral de alimentación y del producto de las tres trituradoras de la instalación. Estas

distribuciones se calculan con ayuda de los modelos obtenidos mediante los algoritmos representados en las figuras 4.5 y 4.6.

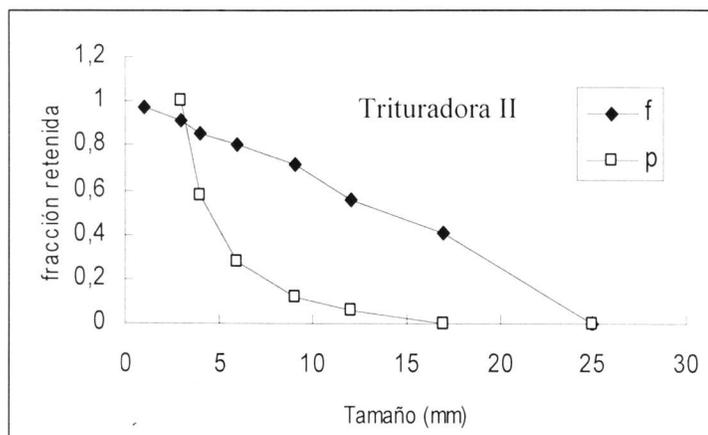
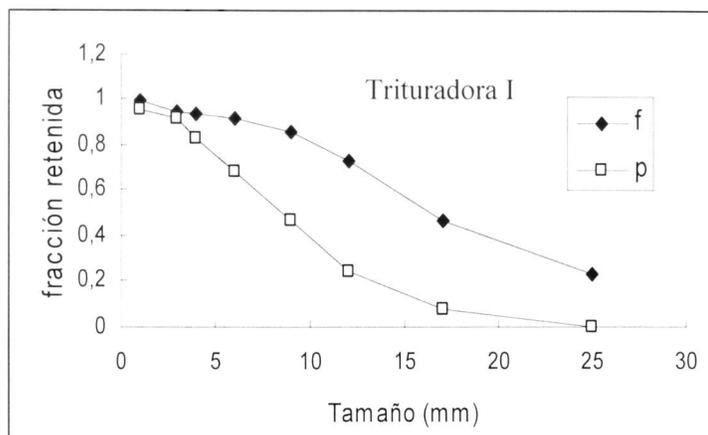


Figura 4.12. Distribución del tamaño de alimentación y del producto en las trituradoras I y II

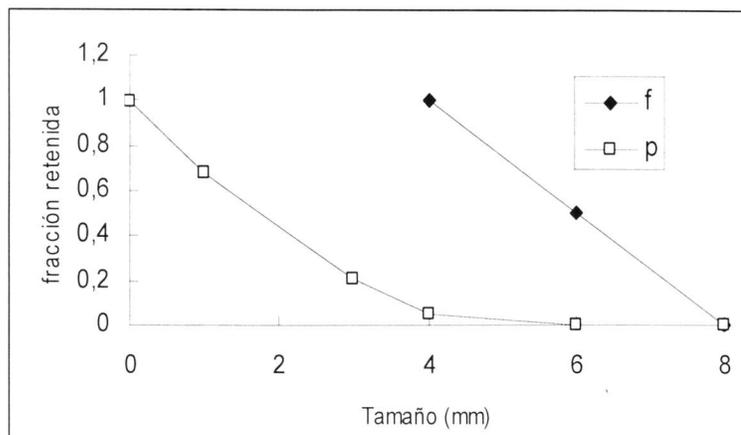


Figura 4.13. Distribución del tamaño de alimentación y del producto en la trituradoras III

En la tabla 4.7 se presentan los restantes datos para la implementación del modelo de la figura 4.11 y sus principales resultados.

Tabla 4.7. Datos para la determinación del comportamiento energético de las trituradoras.

Trituradoras	Unidades	I	II	III
Consumo real de energía	(kW h)	14,7	25,4	19,5
Flujo de alimentación (Q)	(t/h)	10	12	1,2
Consumo específico observado (Wobs)	(kWh/t)	1,47	2,11	16,25
Consumo específico estimado (Wtcal)	(kWh/t)	0,15	1,64	2,51
Relación Wobs /W tcal	—	9,8	1,28	6,47

En la tabla 4.7 se observa que en las tres trituradoras los valores de la energía específica estimada (Wtcal) resultan menores que los observados durante las mediciones (Wobs). Esto es consecuencia de la baja eficiencia energética de esos equipos.

Con ayuda de los modelos implementados según los algoritmos 4.5 y 4.6 se investigan las causas de los altos consumos de energía en las trituradoras y se proponen algunas mejoras para la disminución su ineficiencia. Estos resultados se presentan a continuación.

Diagnóstico y mejora de la eficiencia en la trituradora I

El esquema tecnológico, del circuito de trituración que incluye a la trituradora I, se presenta de forma esquemática en la figura A4 de los Anexos II. Esta trituradora se utiliza sin rejilla de regulación del tamaño de salida del producto. Las causas de la ineficiencia de esa trituradora se investigaron con ayuda del modelo de la ecuación (3.3). Los resultados de esta simulación se presentan en la tabla 4.8.

Tabla 4.8. Resultados de la simulación de la trituradora I.

Intervalo de tamaño	Fragmentación estimada (fracción)	Fragmentación observada (fracción)	Diferencia	Fracción en la alimentación. (fracción)	Partículas no impactadas (fracción)
17 – 25	0,990	0,750	0,240	0,23	0,055
12 – 17	0,957	0,600	0,357	0,24	0,086
9 – 12	0,896	0,450	0,446	0,26	0,116
6 – 9	0,800	0,300	0,500	0,13	0,065
4 – 6	0,655	0,150	0,505	0,06	0,030
2 – 3	0,405	0,006	0,399	0,02	0,008
1 – 2	0,260	0,000	0,260	0,01	0,003
0 – 1	0,079	0,000	0,079	0,05	0,004
Total				1	0,367

En la tabla 4.8 se observa que más del 36 % de las partículas del mineral de alimentación a la trituradora no se fragmentan. El bajo por ciento de partículas fragmentadas no se corresponde con los valores de la energía cinética de esta trituradora (812 J/kg). Ese fenómeno se debe a la salida de los fragmentos del mineral de alimentación sin ser impactados por los martillos (ver epígrafe 4.2). Bajo estas condiciones, la carga efectiva de la trituradora es inferior al 64 % del flujo de alimentación de mineral.

La baja carga efectiva en la trituradora provoca que el motor eléctrico trabaje muy por debajo de su capacidad nominal y su eficiencia disminuya de forma considerable.

Con ayuda de la simulación, mediante el modelo de fragmentación múltiple, se seleccionó el tamaño de la regulación de la salida del producto para incrementar la carga efectiva de la trituradora. Ese tamaño fue aproximadamente 12,5 mm. La distribución del producto de la

trituradora para ese tamaño de regulación se muestra en la tabla A26 de los Anexos I y en la figura 4.14.

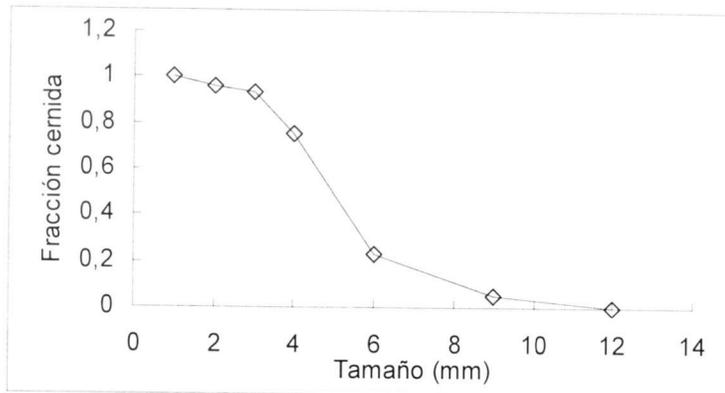


Figura 4.14. Producto de la trituradora I con regulación de salida de 12,5 mm.

Con la instalación de la rejilla de 12,5 mm en la trituradora I se comprobó que la solución expuesta anteriormente permite una disminución del consumo de energía desde 1,27 hasta 0,154 kW h/t.

Diagnóstico y mejora de la eficiencia en las trituradoras II y III

En la tabla 4.8 se aprecia que el consumo específico real de la trituradora II es un 28 % superior a su consumo estimado. Esto indica que a pesar de ser la menos ineficiente de las tres trituradoras, aún existen reservas para la disminución del gasto energético en este equipo.

En el circuito de trituración, las trituradoras II y III se trabajan en serie para obtener los productos con tamaños menores de 4 mm. El esquema de ese circuito se muestra en la figura A5 de los Anexos II. Las distribuciones de tamaño del mineral de alimentación y del producto de estas trituradoras se muestran en las figuras 4.12 y 4.13 y en la tabla A24 de los Anexos I.

El promedio del producto mayor de 4 mm de la trituradora II es el 12 %, que representa

un flujo de mineral de 1,2 t/h y constituye la alimentación a la trituradora III. Este nivel de alimentación es muy bajo con respecto a su capacidad nominal, por tanto esa trituradora trabaja con una gran ineficiencia energética.

Para mejorar la eficiencia en ese circuito, se investigó la posibilidad de eliminar la clase mayor de 4 mm en el producto de la trituradora II para prescindir de la trituradora III. La simulación de la trituradora II, de acuerdo con el modelo de fragmentación múltiple, permite estimar los valores de la energía cinética y del tamaño de regulación de salida para obtener un producto por debajo de 4 mm.

Como resultado de la simulación se obtiene que, al mantener en la trituradora II el nivel de energía cinética (1512 J/kg) y disminuir el tamaño de regulación de la salida desde 10 hasta 5 mm; la clase mayor de 4 mm prácticamente se elimina de su producto. Esto permitiría prescindir la trituradora III durante las producciones de las clases menores de 4 mm. La comprobación experimental, de los resultados de la simulación de la distribución de tamaño del producto de la trituradora II, se presenta en la tabla A27 y en la figura 4.15. En esta figura se aprecia que la clase mayor de 4 mm no rebasa el 1 %.

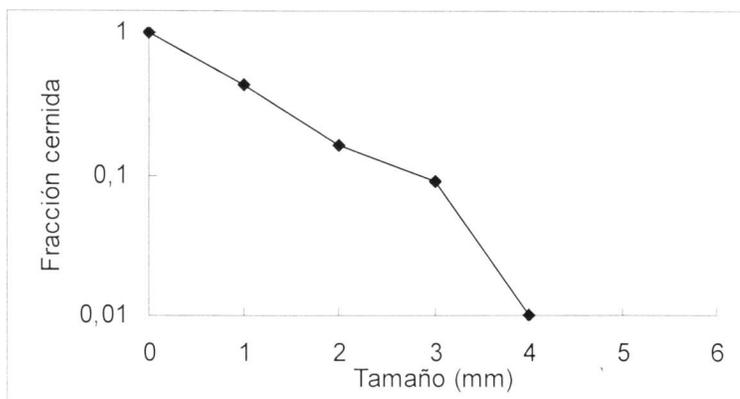


Figura 4.15. Producto de la trituradora II con regulación de salida 5 mm.

Durante las comprobaciones se observó un incremento del consumo energético de la trituradora II de 3,7 kW h, no obstante su consumo se mantiene por debajo del valor nominal.

Al prescindir de la trituradora III también se deja de utilizar el transportador sinfín que conduce hasta ella el mineral de alimentación. Esos dos equipos presentan un consumo total de 23,2 kW h. Como el incremento del consumo en la trituradora II es de 3,7 kW h el ahorro energético en el circuito de trituración será de 19,5 kW h.

Al obtener en la trituradora I un producto por debajo de 4 mm, es posible alimentar la sección de molienda fina con un mineral de menor tamaño que el actual. De acuerdo con las pruebas realizadas en esa sección, la productividad de la molienda debe incrementarse en aproximadamente 0,3 t/h. Esto puede representar un incremento de la producción superior a de 1380 t/año.

4.6. Valoración económica.

En la tabla 4.9 se presenta un resumen del efecto de la implementación de la mejora en la trituradora I; se aprecia que debido a la disminución del índice de consumo por toneladas procesada, para un régimen de dos turnos de trabajo, se pueden ahorrar aproximadamente 52640 kWh/año.

De acuerdo con el precio promedio de la energía eléctrica para la entidad (0,18 CUC/kWh), la disminución del consumo energético en la trituradora representa un ahorro de 9 475 CUC/ año. Los gastos en que se incurre al utilizar la rejilla de regulación de tamaño en la trituradora se calcularon tomando como referencia la trituradora II que utiliza ese sistema de rejilla.

Tabla 4.9. Resultados de la propuesta de mejora en la trituradora I.

Indicadores	Unidad de medida	Antes de la propuesta.	Después de la propuesta.
Consumo específico de energía.	kWh/t	1,47	0,154
Productividad	t/h	10	10
Producción anual estimada. (2 turnos de trabajo)	t/año	40 000	40 000
Consumo de energía.	kWh/año	58800	6160
Precio promedio de la energía.	CUC/kW h	0,18	0,18
Ahorro energético.	kW h/año	—	52640
Efecto del ahorro energético.	mp/año	—	9,47
Gastos en la implementación de la mejora.	mp/año	—	2,30
Efecto económico total.	mp/año	—	7,17

La diferencia entre el importe del ahorro energético y los gastos para la instalación y mantenimiento de las rejillas de regulación de tamaño representa el efecto económico de la propuesta de mejora, este efecto se estima en 7170 CUC/año.

En la tabla 4.10 se muestra el resumen del efecto de la propuesta de mejora que incluye la modificación de la trituradora II para dejar de utilizar la trituradora III durante la producción de las clases menores de 4 mm.

Sin implementar la propuesta, el consumo específico del circuito incluye el consumo de las dos trituradoras (II y III) y del transportador que alimenta la trituradora III. Después de implementada la modificación tecnológica, se utiliza solo la trituradora II y el consumo específico de esta es de 2,91 kW h/t.

El consumo del circuito de trituración se reduce de 4,86 hasta 3,26 kW h/t ya que no se utiliza el transportador de alimentación a la trituradora III.

Tabla 4.10. Resultados de la propuesta de mejora en la trituradora II

Indicadores	Unidad de medida	Antes de implementar la mejora.	Después de la modificación tecnológica.
Consumo específico de las trituradoras	kWh/t	4,49	2,91
Consumo específico total (del circuito de trituración)	kWh/t	4,86	3,26
Producción estimada. (2 turnos de trabajo)	t/año	40 000	40 000
Consumo de energía	kWh/año	194 400	130 400
Ahorro energético.	kWh /año	—	64 000
Precio promedio de la energía.	CUC/kW h	0,18	0,18
Importe del ahorro energético.	mp/año	—	11,52
Incremento de la productividad horaria de la molienda fina	t/h	—	0,3
Incremento de la productividad anual de la molienda fina	t/año	—	1380
Precio promedio de las clases molidas	CUC/t	100	100
Importe del incremento de la producción clases finas.	mp/año	—	138
Utilidades por el incremento de las clases finas.	mp/año	—	27,60
Gastos en la implementación de la propuesta.	mp/año	—	—
Efecto económico total.	mp/año	—	39,12

Para el cálculo del consumo energético se toma como referencia un régimen trabajo de dos turnos. Para las nuevas condiciones de operación se ahorrarían 64 000 kW/año. Esto representaría un ahorro de 11,52 mp/año.

Por otra parte, al incrementarse la productividad de la sección de molienda en 0,3 t/h se puede incrementar el volumen de producción en más de 1380 t/año con un valor aproximado de 138,0 mp/año. Las utilidades por este concepto pueden ascender a 27,60 mp/año.

Si se considera que no se incurre en gastos adicionales por el cambio del tamaño de los orificios de la rejilla en la trituradora, la propuesta de mejora presenta un efecto positivo de 39,12 mp/año.

Efecto total de las propuestas

El efecto económico de las dos soluciones presentadas es de 46,29 mp/año. Si estos resultados son generalizados en las planta de Camagüey y Villa Clara el efecto pudiera ser de 138,87 mp/año.

Las aplicaciones de los modelos que describen el tamaño del producto no se limitan a las soluciones expuestas anteriormente ya que constituyen una herramienta indispensable para:

- Determinar si resulta factible la obtención de productos más finos que los actuales en las trituradoras de impactos.
- Valorar la posible obtención de los productos con tamaños entre 3 y 8 mm en la sección de trituración primaria. Esto permitiría incrementar el aprovechamiento de la capacidad de esa primera sección y aumentar la productividad de las clases más finas en la última etapa de trituración.
- Contar con los conocimientos principales del comportamiento del proceso de trituración por impacto para su automatización y control.

Conclusiones del Capítulo

1. Se obtuvo un modelo de la función de distribución de la fragmentación en la trituración por impacto que permite el escalamiento de los resultados de laboratorio hasta la instalación industrial.
2. Se desarrolló y validó un modelo para el escalado de la función de selección determinada a nivel de laboratorio hasta la escala industrial.
3. Se demuestra que el modelo propuesto describe con una adecuada precisión el comportamiento de la distribución de tamaño del producto, en dependencia de las principales variables de operación del proceso de trituración por impacto.
4. Se corroboró la utilidad de los modelos obtenidos en el diagnóstico y la mejora de las operaciones de trituración por impacto en la planta de San Andrés.

CONCLUSIONES GENERALES

1. Se establecen las principales regularidades de las funciones de fractura considerando el efecto de las variables de operación; la función de distribución de la fragmentación depende solo de la energía cinética, mientras que la función de selección depende tanto de la energía cinética, como del flujo de alimentación.
2. Se modificó el modelo de Vogel y Peukert para la simulación de la función de selección. Esta modificación permite describir la influencia del flujo de alimentación de mineral y la energía cinética en el comportamiento de la razón de fragmentación de las partículas del mineral. Se obtiene un modelo que describe las relaciones de escalamiento de las funciones de fractura.
3. Se obtuvo un modelo general basado en el método de balance de población de partículas que integra el efecto de energía cinética y el flujo de alimentación para simulación de la trituración por impacto con y sin regulación del tamaño de salida del producto triturado, y sus algoritmos y procedimientos para simular los principales indicadores de la trituración de las zeolitas a escala industrial para diferentes condiciones de operación.

RECOMENDACIONES

1. Diseñar e implementar un software para facilitar la simulación del proceso de trituración por impacto en el proceso industrial.
2. Obtener los modelos de comportamiento de las operaciones de cribado y de trituración por compresión para ampliar el alcance del modelo industrial.
3. Tomar como base de conocimiento los resultados de este trabajo para la automatización del proceso de la planta de San Andrés.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Attou, A., Clepkens, O y Gustin, R., 1999. Modelisation de la fragmentation de matiere solide dans un concasseur a chocs a axe horizontal. In C.T.P. Report TP.909.99, pp.19-28.
2. Austin, L. G., 2002. A treatment of impact breakage of particles. Powder Technology. 126, pp. 85 – 90.
3. Austin, L. G., 2004. A preliminary simulation model for fine grinding in high speed hammer mills. Powder Technology. 143 – 144, pp 240– 252.
4. Austin, L. G. and Klimpel, R. R., 1964. The theory of grinding operations. Ind. Eng. Chem., 56, pp. 18 – 29.
5. Austin, L. G y Luckie, P.T., 1972. Estimation of non-normalized breakage distribution parameters from batch grinding, Powder Technol. 5, pp. 267– 277.
6. Austin, L. G., Shoji, K., Bathia, V. K., Jindal, V., Savage, K and Klimpel, R. R. , 1976. Some results on the description of size reduction as a rate process in various mills. Ind. Eng. Chem. Process. Des Devel., 15 (1), pp.187-196.
7. Bwalaya, M., Omiso, M. H. y Hinde, A. L., 2001. The use of the discrete element method and fracture mechanics to improve grinding rate prediction. Minerals Engineering. Vol. 14, No. 6, pp. 565-573.
8. Bass, L., 1954. Zur theorie der mahlvorgange. Zeits Angew Maths. Phys 5, pp 283 – 292.
9. Bond, F.C., 1952. The third theory of comminution. Transaction of the AIME 193, pp. 484– 494.
10. Brace, W. F. and Byerlee, J. D., 1967. Recent experimental studies of brittle fracture of rocks”, Proc. 8th Symp. Rock Mech., Failure and Breakage of Rocks, Univ. of Minnesota, 15-17 Sept. 1967, AIME, pp. 58-81.
11. Broadbent, S. R. and Callcott, T.G., 1956. A matrix analysis of process involving particle assemblies. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A249, pp. 99–123.

12. Charles, R. J., 1957. Energy-size reduction relationships in comminution. *Trans. AIME, Minerals. Engineering.* 208, pp. 80-88.
13. Chornacki, A., Chojnacka, K., Hoffman, J. y Górecki, H., 2004. The application of natural zeolites for mercury removal: from laboratory tests to industrial scale. *Minerals Engineering* 17, pp. 933-937.
14. Cleary, P. W., 2001. Recent advances in DEM modelling of tumbling mills. *Mineral Engineering*, Vol. 14, No. 10, pp. 1295 - 1319.
15. Coello V, A., 1993. Mejoramiento de la tecnología de la molienda seca de la laterita. (Tesis doctoral) Instituto de Minas de San Petersburgo, Rusia, 1993.
16. Coello-Velázquez, A. L. y Tijonov, O. N., 2001. Molienda de Minerales Multi-componentes. Modelo Integro-diferencial para la Valoración de la Energía. *Minería y Geología* No 4, vol II, pp. 14 - 20.
17. Coello-Velázquez A. L., Aguado J. M., Orozco G., Martins F., Frazao M., Centeno L., Bentancourt L., 2005. Determinación de los parámetros físicos y físico-mecánicos de las zeolitas de Caimanes para su simulación. Conferencia de Zeolitas. San Andrés, Holguín, Junio del 2005.
18. Coello-Velázquez, A. L. Menéndez A, J. M y Laborde B, R., 2008. Grindability of lateritic nickel ores in Cuba. *Powder Technology* 182, pp. 113 - 115.
19. Coello-Velázquez A. L., Menéndez-Aguado J.M., Laborde R., Marrero S. Hernández A. Aportes al conocimiento de la molienda de los minerales lateríticos. CINAREM. Nov. 2011.
20. Coello-Velázquez A. L., Menéndez-Aguado J.M., Hechavarría-Pérez J.R., Sánchez A.B., Alvarez B., (2011), Toward the determining eh behavior of de fragmentation functions during the impact crushing of minerals. *Mineral and metallurgical processing.* Vol 28 (2). 82-86 p.
21. Csoke, B y Racz, J., 1998. Estimation of the breakage and selection functions for comminution in hammer mill. In: *Proceedings of the 9th European Symposium on Comminution*, Albi, France, pp. 393-401.
22. Datta, A., Mishra, B. K y Rajamani, R. K., 1999. Analysis of power draws in ball mills by discrete element method. *Can. Metall. Q.* 38, pp. 133-140.
23. Djordjevic, N., Shi F.N y Morrison, R.D., 2003 Applying discrete element modelling to vertical and horizontal shaft impact crushers. *Minerals Engineering* 16, pp. 983 - 991.

24. Evertsson, M. C., 2002. Mejorando la Trituradora de Conos. Rev Minería Panamericana Diciembre, pp. 34-35.
25. Epstein, B., 1948. Logarithmic-normal distribution in breakage of solids, Ind Eng. Chem. 40 (12), pp. 2289–2291.
26. Fuerstenau, D., De, A y Kapur, P. C., 2004. Linear and nonlinear particle breakage processes in comminution systems. Int. J. Miner. Process. 74S, pp. 317–S327.
27. Fuerstenau, D and Han, K. N. Principles of mineral processing handbook. Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc. 2004, pp. 573.
28. Garcés, I., León, H. y Muñoz, H., 1990. Aplicación del modelo matricial en una operación de trituración. Rev. Metal Madrid 26 (4), pp. 215- 223.
29. Gardner, R. P y Austin, L. G., 1962. A chemical engineering treatment of batch grinding. Part I Symposium Zerkleinern, pp. 217 – 231.
30. Gaudin, A. M y Meloy, T. P., 1962. Model and comminution distribution equations. for repeated fracture, Trans AIME 223, pp. 43 – 50.
31. Griffith, A. A., 1920. The phenomenon of rupture and flow in solids, Phil. Trans. Royal Soc. A, 221, pp. 163-198.
32. Hechavarría P, J. R., Proceso tecnológico de la planta de zeolita de San Andrés: Un enfoque hacia su flexibilización tecnológica. Tesis de maestría. Universidad Holguín. Cuba 2003.
33. Hennarta, S.L., Wildeboera, W. J., Vanheea, P y Meestersa, G.M., 2009. Identification of the grinding mechanisms and their origin in a stirred ball mill using population balances. Chemical Engineering Science 64, pp. 4123 – 4130.
34. Herbst, J.A y Fuerstenau, D. G., 1980. Scale-up procedure for grinding mill design using population balance methods. Int. Journal Mineral Processing, Vol 7, pp. 1-31.
35. Herbst, J. A y Potapov, A. V., 2004. Radical innovations in mineral processing simulation. Rev Mineral and Metallurgical Processing Vol 21 No. 2.
36. Hertz, H., 1881. Über die Berührung fester elastischer Körper. Journal für die Reine und Angewandte. Mathematik 92, pp. 156–171.
37. Hicom, P. Generic data. Distributors Manual, Sydney. 2001.
38. Hukki, R. T., 1962. Proposal for a solomnic settlement between the theories of von Rittinger, Kick and Bond. AIME 223, pp. 403– 408.

39. Inglis, C. E., 1913. Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. Trans. R. Inst. Naval Arch., 55, pp. 219-241.
40. Inoue, T y Okaya, K., 1995. Analysis of grinding actions of ball mills by discrete element method. Proc. XIX Int. Min. Proc. Congress. Soc. Min, Metall. Explor. Vol. 1, pp. 191– 196.
41. Irwin, G. R. Fracturing of Metals, ASM Symposium, Chicago, 1947.
42. Kambossos, D y Stamboliadis, E., 1997. Grindability of olympias ore. Internal report TVX HELLAS S.A., Greece.
43. Kelly, E. G y Dawe, G. A., 1989. Modified Bond Method for the evaluation of crushers efficiency. Minerals and Metallurgical Processing. February, pp. 14 - 17.
44. Kelly, E. G., y Spottiswood, D. J., 1990. The breakage function, what is it really? Minerals Engineering. Vol. 3, No. 5, pp. 405-414.
45. Kelsall, D. F., Reid, K. J. and Restarick, C. J., 1969/70. Continuous grinding in a small wet ball mill. Part III. A study of distribution of residence time. Powder Technology 3, pp. 170 – 178.
46. King, R. P. Modelling and simulation of mineral processing systems, pp. 403. Elsevier 2001.
47. Kirpichov, K. ., 1885. Gesetz der proportionalen Widerstande und seine anwendung felix. Verlag von Arthur Felix, Leipzig, Germany.
48. Kobachicawa, J. A. Diseño de un Controlador por Lógica Difusa para una planta de trituración secundaria y terciaria. Tesis de maestría Universidad de Lima. Perú 2006.
49. Kotake, N., Suzuki K, S., Asahi, S y Kanda, Y., 2002. Experimental study on the grinding rate constant of solid materials in a ball mill. Powder Technology 122, pp.101–108.
50. Laborde, B. R. Modelación y Simulación del proceso de molienda del mineral laterítico con composición sustancial variable. Tesis doctoral. ISMM. Moa. Cuba 2005.
51. Lynch, J. A. Circuitos de trituración y molienda de minerales. Editorial Rocas y Minerales, Madrid, 1980.
52. Mariño, M y Boursac, E. Proyecto tecnológico de la Planta de Zeolita de San Andrés. Unión de Minería y Sal. La Habana 1989.
53. Matushev, L. G. y Sumin, V. N. Dispositivos de transporte y depósitos de las fábricas de enriquecimiento. Vneshtorgizdat. Moscú 1985.

54. Meier, M., John, E., Wieckhusen, D., Wirth, W and Peukert, W., 2009. Generally applicable breakage functions derived from single particle comminution data. *Powder Technology* 194, pp. 33–41.
55. Menéndez, J. M., Coello V, A. L y Dzioba B. R., 2005. Process models for simulation of Bond tests. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy*, Vol. 2.no 3, pp. 173 - 176.
56. Menéndez, J. M., Coello, A. L., Tijonov, O. N y Rodriguez D, M., 2006. A. Implementation of energy sustainability concepts during the comminution process of the Punta Gorda nickel ore plant (Cuba). *Powder Technology* 170, pp.153 – 157.
57. Mika, T. S., Berloiz, L. M. Y Fuertesneau, D. G., 1967. An approach to kinetics of dry batch milling. *Dechema Monografía*, pp. 205-240.
58. Mishra, B. K., 1991. Motion analysis in tumbling mills by the discrete element method. Phd Thesis. Department of Metallurgy, University of Utah.
59. Mishra, B. K. and Rajamani, R. K., 1990. Study of media mechanics in tumbling mills by the Discrete Element Method. *Kona powder and particle*, pp. 92-98.
60. Mishra, B. And Cheung, J., 1999. Particle motion and energy distribution in tumbling ball mills. *Powder Technology*, 105, pp. 222-227.
61. Mishra, B. K. and Rajamani, R. K., 1994. Simulation of charge motion in ball mills. Part 1: Experimental verifications; Part 2: Numerical simulations,” *International Journal of Mineral Processing*, 40, pp. 171-197.
62. Mitrofanov, S. I., Barski, L. A y Samygin, I. D. Investigación de la capacidad de enriquecimiento de los minerales. Editorial MIR. Moscú, 1982.
63. Mondale, K. D., Carland, R. M y Aplan, F. F., 1995. The comparative ion exchange capacities of natural sedimentary and synthetic zeolites. *Mineral Engineering* 8, pp 535–548.
64. Montgomery, D.C y Runger, G.C. Applied statistic and probability for engineering. J W & S, Inc. Third edition. USA. 2003.
65. Morrell, S., 2003. An alternative energy–size relationship to that proposed by Bond for the design and optimisation of grinding circuits. *Int. J. Miner. Process.* 74, pp. 133 – 141.
66. Morrell,S., 2009. Predicting the overall specific energy requirement of crushing, high pressure grinding roll and tumbling mill circuits. *Minerals Engineering* 22, pp. 544–549.

67. Mular, A. L y Bhapu, R. B. Diseño de plantas de proceso de minerales. Segunda parte. Segunda edición (español). Edit. Rocas y minerales. España. 1980.
68. Narayanan, S. and Whiten, W. J., 1988. Determination of comminution characteristics of ores from single particle breakage tests and its applications to ball mill scale-up. Trans. Inst. Min. Metall., C, 97, pp. 115-124.
69. Nikolov, S., 2002. A performance model for impact crusher. Minerals Engineering 15, pp. 715–721.
70. Nikolov, S., 2004. Modelling and simulation of particle breakage in impact crushers. Int. J. Miner. Process. 74S, pp. 219 – 225.
71. Nikolov, S y Lucion, Ch., 2002. Modelling and simulation of particle breakage in impact crushers. In: Proceedings of the 10th European Symposium on comminution, Heidelberg, Germany, C3.2, pp. 1– 10.
72. Orovan, E., 1949. Fracture and strength in solids, Rep. Prog. Phys. 12, pp. 185-232.
73. Ozkan, A., Yekeler, M., y Calkaya, M., 2009. Kinetics of fine wet grinding of zeolite in a steel ball mill in comparison to dry grinding. Int. J. Miner. Process. 90, pp. 67–73.
74. Prasher, C. L. Crushing and Grinding Process Handbook. John Wiley & Sons. Great Britain. 1987.
75. Prudnikov, A. P., Brychkov., Yu, A and Marichev, O.I. Integrals and series. In: USSR Ac. Sc. translation Queen, N.M., vol. 1. Gordon and Breach, 1986, pp. 240.
76. Rajamani, R. K., Mishra, B. K., Venugopal, R and Datta, A., 2000. Discrete element analysis of tumbling mills. Powder Technology, 109, pp. 105 - 112.
77. Reid, K. J., 1965. A solution to the batch grinding equation. Chemical Engineering Science, Vol. 20, pp. 953-963.
78. Rittinger, P. R. Lehrbuch der Aufbereitungskunde, Ernst and Korn, Berlin, Germany. 1867.
79. Rizo, R. Informe geológico del yacimiento San Andrés. Santiago de Cuba 1989.
80. Rodríguez-Iznaga, I y Gómez, A., 2000. The role of ions in ion- exchange $\text{Ni}^{2+} \text{NH}^{+4}$ in natural clinoptilolite. Microporous and macroporous material 41, pp. 129 – 136.
81. Rodríguez-Iznaga, I., Gómez, A., Rodríguez-Fuentes, G., Natural clinoptilolite as an exchanger of Ni^{+2} and NH^{+4} ions under hydrothermal conditions and high ammonia concentration. Microporous and Mesoporous Material 53 (2002). 71-81.

82. Rumpf, H., 1961. Problemstellungen und neuere ergebnisse der bruchtheorie. *Materialprüfung*, 3, pp. 253-265.
83. Rumpf, H., 1973. Physical aspects of comminution and a new formulation of a law of comminution. *Powder Technology* 7, pp. 145–159.
84. Shi, Fengnian., Kojovic, T., Esterle, J. S. y David, D., 2003. An energy-based model for swing hammers mills. *Int. J. Miner. Process.* 71, pp. 147– 166.
85. Shi, Fengnian y Kojovic, T., 2007. Validation of a model for impact breakage incorporating particle size effect. *Int. J. Miner. Process.* 82, pp. 156–163.
86. Schonert, K., 1979, “Energetic aspect of size reduction of brittle material”. *Zem-Klak-Gips*. 3, pp 40-44.
87. Schönert, K y Marktsheffel, M., 1986. Liberation of composite particles by single particle compression, shear and impact loading. Preprints of the Sixth European Symposium Comminution, Nuremberg, pp. 29–45.
88. Schneider, C. L., Alves, V. K y Austin, L. G., 2009. Modelling the contribution of specific grinding pressure for the calculation of HPGR product size distribution. *Minerals Engineering* 22, pp. 642–649.
89. Sokolowski., 1995. A new idea of general law of comminution. *Aufbereitungs. Technik* 26 (3), pp. 107- 116.
90. Stamboliadis, E., 1996. The relationship of energy and particle size in comminution. *Min. Metall. Ann.* 6 (2), pp. 9–21.
91. Stamboliadis, E., 2002. A contribution to the relationship of energy and particle size in the comminution of brittle particulate materials. *Minerals Engineering* 15 (2002), pp. 707–713.
92. Steiner, K y Shonert, K., 1972. Verformung und bruchphänomene unter druckbeanspruchung von sehr kleinen körnern aus kalkstein, quarz und plystyrol. *Dechema. Monograph* 69, pp. 167-192.
93. Scenna, N. J. Modelado, Simulación y Optimización de Procesos Químicos. ISBN: 950-42-0022-2 .1999.
94. Tagartt, A. F. Handbook of mineral dressing: ore and industrial minerals. Elsevier, 1992.
95. Tavares, L. M y Carvalho, R. M., 2007. Impact work index prediction from continuum damage model of particle fracture. *Minerals Engineering* 20, pp. 1368–1375.

96. Tavares, L. M., 2009. Analysis of particle fracture by repeated stressing as damage accumulation. . Powder Technology 190, pp. 327–339.
97. Tripathi, A., Agrawal, A and Gupta, V.K. Development of a mathematical model for simulation of coal crushing in a hammer mill. XI International Seminar on Mineral Processing Technology 2010. NML Jamshedpur, pp. 343–349.
98. Tsibouki, S. J. Study on the crushing and grinding of brittle materials. Diploma thesis, 156 pp, Technical University of Crete, Mineral Resources Engineering Department, Chania. 1995.
99. Unland, G y Al-Khasawneh, Y., 2009. The influence of particle shape on parameters of impact crushing Minerals Engineering 22, pp. 220–228.
100. Velázquez, M., Rodríguez, T y Milán, Z., 2002. Tratamiento de aguas de piscina mediante el empleo de las zeolitas naturales. Curso Taller uso y diversificación de las zeolitas. Guayaquil, Ecuador. Marzo, 2002.
101. Vogel, L y Peukert, W., 2003. Breakage behaviour of different materials — construction of a master curves for the breakage probability. Powder Technology 129, pp. 101–110.
102. Vogel, L y Peukert, W., 2005., From single particle impact behaviour to modelling of impact mills. Chemical Engineering Science 60, pp. 5164-5176.
103. Weedon, D. M., 2001. A perfect mixing matrix model for ball mills. Mineral engineering, Vol. 14, No 10, pp. 1225 -1236.
104. Weichert, R., 1992. Anwendung von Fehlstellenstatistik und Bruchmechanik zur Beschreibung von Zerkleinerungsvorgängen, Zement-Kalk-Gips 45 (1), pp.1 – 8.
105. White, M. E y Whitten, W. J., 1972. A breakage function suitable for crushing models. Fourth Tewksbury Symposium, Melbourne. February 1972, pp. 19.1- 19.32.
106. Whittles, D. N., Kingman, S., Lowndes, I y Jackson, K., 2006. Laboratory and numerical investigation into the characteristics of rock fragmentation. Minerals Engineering 19, pp. 1418–1429.
107. Wills B., Napier T., Mineral processing Technology. 2006. 7th edit. Elsevier Science and Technology, ISBN: 0750644508.

ANEXOS

ANEXOS I

Tabla A1. Distribución de tamaño del producto según el retenido individual (g).

E Energía cinética (J/kg)	Q Flujo de alimentación (t/h)	Tamaño de partículas (mm)						
		Masa retenida (gramos)						
		4	3	2	1	0,5	0	Total
100	0,3	2595	165	84	66	51	39	3000
100	0,3	2586	168	87	66	54	39	3000
100	0,3	2655	141	72	54	45	33	3000
100	1,3	2664	138	69	54	42	33	3000
100	1,3	2664	138	69	54	42	33	3000
100	1,3	2670	135	69	51	42	33	3000
100	2,3	2682	129	66	51	42	30	3000
100	2,3	2670	135	69	51	42	33	3000
100	2,3	2691	126	63	51	39	30	3000
275	0,3	2031	333	222	174	135	105	3000
275	0,3	2046	327	219	174	132	102	3000
275	0,3	2100	309	207	162	126	96	3000
275	1,3	2070	321	213	168	129	99	3000
275	1,3	2160	288	192	153	117	90	3000
275	1,3	2190	279	186	144	114	87	3000
275	2,3	2070	321	213	168	129	99	3000
275	2,3	2103	309	204	162	126	96	3000
275	2,3	2067	321	213	168	132	99	3000
450	0,3	1452	480	375	291	228	174	3000
450	0,3	1545	453	351	273	213	165	3000
450	0,3	1509	462	360	282	219	168	3000
450	1,3	1635	423	330	258	201	153	3000
450	1,3	1584	441	339	270	207	159	3000
450	1,3	1560	447	348	273	210	162	3000
450	2,3	1551	450	348	276	210	165	3000
450	2,3	1740	393	303	237	186	141	3000
450	2,3	1584	441	339	270	207	159	3000

Tabla A2. Distribución de tamaño del producto según el retenido individual (fracción).

<i>E</i> Energía cinética de impacto (J/kg)	<i>Q</i> Flujo de alimentación (t/h)	Tamaño de partículas (mm)						
		Masa retenida (fracción de la masa total)						
		4	3	2	1	0,5	0	Total
100	0,3	0,865	0,055	0,028	0,022	0,017	0,013	1,000
100	0,3	0,862	0,056	0,029	0,022	0,018	0,013	1,000
100	0,3	0,885	0,047	0,024	0,018	0,015	0,011	1,000
100	1,3	0,888	0,046	0,023	0,018	0,014	0,011	1,000
100	1,3	0,888	0,046	0,023	0,018	0,014	0,011	1,000
100	1,3	0,890	0,045	0,023	0,017	0,014	0,011	1,000
100	2,3	0,894	0,043	0,022	0,017	0,014	0,010	1,000
100	2,3	0,890	0,045	0,023	0,017	0,014	0,011	1,000
100	2,3	0,897	0,042	0,021	0,017	0,013	0,010	1,000
275	0,3	0,677	0,111	0,074	0,058	0,045	0,035	1,000
275	0,3	0,682	0,109	0,073	0,058	0,044	0,034	1,000
275	0,3	0,700	0,103	0,069	0,054	0,042	0,032	1,000
275	1,3	0,690	0,107	0,071	0,056	0,043	0,033	1,000
275	1,3	0,720	0,096	0,064	0,051	0,039	0,030	1,000
275	1,3	0,730	0,093	0,062	0,048	0,038	0,029	1,000
275	2,3	0,690	0,107	0,071	0,056	0,043	0,033	1,000
275	2,3	0,701	0,103	0,068	0,054	0,042	0,032	1,000
275	2,3	0,689	0,107	0,071	0,056	0,044	0,033	1,000
450	0,3	0,484	0,160	0,125	0,097	0,076	0,058	1,000
450	0,3	0,515	0,151	0,117	0,091	0,071	0,055	1,000
450	0,3	0,503	0,154	0,120	0,094	0,073	0,056	1,000
450	1,3	0,545	0,141	0,110	0,086	0,067	0,051	1,000
450	1,3	0,528	0,147	0,113	0,090	0,069	0,053	1,000
450	1,3	0,520	0,149	0,116	0,091	0,07	0,054	1,000
450	2,3	0,517	0,150	0,116	0,092	0,07	0,055	1,000
450	2,3	0,580	0,131	0,101	0,079	0,062	0,047	1,000
450	2,3	0,528	0,147	0,113	0,090	0,069	0,053	1,000

Tabla A3. Tamaño del producto en dependencia de la energía cinética de impacto y del flujo de alimentación, según el retenido acumulado (fracción).

<i>E</i> Energía Cinética de Impacto (J/kg)	<i>Q</i> Flujo de alimentación (t/h)	<i>Tamaño de partículas (mm)</i>				
		<i>Fracción retenida acumulativa</i>				
		<i>4</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>1</i>	<i>0,5</i>
100	0,3	0,865	0,920	0,948	0,970	0,987
100	0,3	0,862	0,918	0,947	0,969	0,987
100	0,3	0,885	0,932	0,956	0,974	0,989
100	1,3	0,888	0,934	0,957	0,975	0,989
100	1,3	0,888	0,934	0,957	0,975	0,989
100	1,3	0,890	0,935	0,958	0,975	0,989
100	2,3	0,894	0,937	0,959	0,976	0,990
100	2,3	0,890	0,935	0,958	0,975	0,989
100	2,3	0,897	0,939	0,960	0,977	0,990
275	0,3	0,677	0,788	0,862	0,920	0,965
275	0,3	0,682	0,791	0,864	0,922	0,966
275	0,3	0,700	0,803	0,872	0,926	0,968
275	1,3	0,690	0,797	0,868	0,924	0,967
275	1,3	0,720	0,816	0,880	0,931	0,970
275	1,3	0,730	0,823	0,885	0,933	0,971
275	2,3	0,690	0,797	0,868	0,924	0,967
275	2,3	0,701	0,804	0,872	0,926	0,968
275	2,3	0,689	0,796	0,867	0,923	0,967
450	0,3	0,484	0,644	0,769	0,866	0,942
450	0,3	0,515	0,666	0,783	0,874	0,945
450	0,3	0,503	0,657	0,777	0,871	0,944
450	1,3	0,545	0,686	0,796	0,882	0,949
450	1,3	0,528	0,675	0,788	0,878	0,947
450	1,3	0,520	0,669	0,785	0,876	0,946
450	2,3	0,517	0,667	0,783	0,875	0,945
450	2,3	0,580	0,711	0,812	0,891	0,953
450	2,3	0,528	0,675	0,788	0,878	0,947

Tabla A4. Análisis de varianza de la distribución de tamaño del producto.

Análisis de varianza para $\gamma+4$ mm

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado medio	F	P-Valor
A:Q	0,00252	1	0,00252	10,11	0,0049
B:E	0,58284	1	0,58284	2338,49	0,0000
AA	0,00105	1	0,00105	4,24	0,0534
AB	0,00024	1	0,00024	0,97	0,3359
BB	0,00027	1	0,00027	1,09	0,3100
bloques	0,00088	2	0,00044	1,77	0,1976

Análisis de varianza para $\gamma+3$ mm

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado medio	F	P-Valor
A:Q	0,001120	1	0,00112022	9,95	0,0052
B:E	0,302642	1	0,302642	2687,02	0,0000
AA	0,000462	1	0,00046229	4,10	0,0570
AB	0,000168	1	0,00016875	1,50	0,2359
BB	2,96296E-7	1	2,96296E-7	0,00	0,9596
bloques	0,0004045	2	0,0002022	1,80	0,1931

Análisis de varianza para $\gamma+2$ mm

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado medio	F	P-Valor
A:Q	0,00044	1	0,000440	9,05	0,0072
B:E	0,128187	1	0,128187	2635,66	0,0000
AA	0,00019646	1	0,00019646	4,04	0,0589
AB	0,00006533	1	0,00006533	1,34	0,2608
BB	4,62963E-7	1	4,62963E-7	0,01	0,9233
bloques	0,00016274	2	0,00008137	1,67	0,2142

Análisis de varianza para $\gamma+1$ mm

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado medio	F	P-Valor
A:Q	0,00015605	1	0,000156056	10,38	0,0045
B:E	0,0425347	1	0,0425347	2830,50	0,0000
AA	0,00006890	1	0,0000689074	4,59	0,0454
AB	0,000027	1	0,000027	1,80	0,1959
BB	1,85185E-8	1	1,85185E-8	0,00	0,9724
bloques	0,00005429	2	0,0000271481	1,81	0,1913

Análisis de varianza para $\gamma+0,5$ mm

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado medio	F	P-Valor
A:Q	0,00002938	1	0,00002938	9,26	0,0067
B:E	0,0080645	1	0,00806400	2541,21	0,0000
AA	0,00001157	1	0,00001157	3,65	0,0714
AB	0,00000533	1	0,00000533	1,68	0,2104
BB	1,85185E-8	1	1,85185E-8	0,01	0,9399
bloques	0,0000111852	2	0,000005	1,76	0,1986

Tabla A5. Comportamiento de la razón de fragmentación.

<i>E</i> Energía de impacto (J/kg)	<i>Q</i> Flujo de alimentación (t/h)	<i>M frag</i> Masa fragmentada (g)	Masa no fragmentada (g)	<i>Mtotal</i> Masa total (g)	<i>C_j</i> Razón de fragmentación
100	0,3	405	2595	3000	0,1350
100	0,3	414	2586	3000	0,1380
100	0,3	345	2655	3000	0,1150
100	1,3	336	2664	3000	0,1120
100	1,3	336	2664	3000	0,1120
100	1,3	330	2670	3000	0,1100
100	2,3	318	2682	3000	0,1060
100	2,3	330	2670	3000	0,1100
100	2,3	309	2691	3000	0,1030
275	0,3	969	2031	3000	0,3230
275	0,3	954	2046	3000	0,3180
275	0,3	900	2100	3000	0,3000
275	1,3	930	2070	3000	0,3100
275	1,3	840	2160	3000	0,2800
275	1,3	810	2190	3000	0,2700
275	2,3	930	2070	3000	0,3100
275	2,3	897	2103	3000	0,2990
275	2,3	933	2067	3000	0,3110
450	0,3	1548	1452	3000	0,5160
450	0,3	1455	1545	3000	0,4850
450	0,3	1491	1509	3000	0,4970
450	1,3	1365	1635	3000	0,4550
450	1,3	1416	1584	3000	0,4720
450	1,3	1440	1560	3000	0,4800
450	2,3	1449	1551	3000	0,4830
450	2,3	1260	1740	3000	0,4200
450	2,3	1416	1584	3000	0,4720

Tabla A6. Aproximación de los resultados experimentales al modelo de regresión lineal.

<i>E</i>	<i>Q</i>	<i>C_j exp</i>	<i>C_j mod</i>	<i>Diferencias.</i>
Energía cinética de impacto. (J/kg)	Flujo de alimentación. (t/h)	Razón de fragmentación. (experimentos)	Razón de fragmentación. (modelo lineal)	(Entre los valores experimentales y calculados)
100	0,3	0,135	0,130	0,005
100	0,3	0,138	0,130	0,008
100	0,3	0,115	0,130	0,015
100	1,3	0,112	0,118	0,006
100	1,3	0,112	0,118	0,006
100	1,3	0,110	0,118	0,008
100	2,3	0,106	0,106	0,000
100	2,3	0,110	0,106	0,004
100	2,3	0,103	0,106	0,003
275	0,3	0,323	0,310	0,013
275	0,3	0,318	0,310	0,008
275	0,3	0,300	0,310	0,010
275	1,3	0,310	0,298	0,012
275	1,3	0,280	0,298	0,018
275	1,3	0,270	0,298	0,028
275	2,3	0,310	0,286	0,024
275	2,3	0,299	0,286	0,013
275	2,3	0,311	0,286	0,025
450	0,3	0,516	0,490	0,026
450	0,3	0,485	0,490	0,005
450	0,3	0,497	0,490	0,007
450	1,3	0,455	0,478	0,023
450	1,3	0,472	0,478	0,006
450	1,3	0,480	0,478	0,002
450	2,3	0,483	0,466	0,017
450	2,3	0,420	0,466	0,046
450	2,3	0,472	0,466	0,006

Tabla A7. Aproximación de los resultados experimentales al modelo de Vogel y Peukert modificado.

<i>E</i>	<i>Q</i>	<i>C_{j exp}</i>	<i>C_{j mod}</i>	<i>Diferencias.</i>
Energía cinética de impacto. (J/kg)	Flujo de alimentación. (t/h)	Razón de fragmentación. (experimentos)	Razón de fragmentación. (modelo modificado)	Valores experimentales y calculados
100	0,3	0,135	0,114	0,02
100	0,3	0,138	0,114	0,02
100	0,3	0,115	0,114	0,00
100	1,3	0,112	0,107	0,01
100	1,3	0,112	0,107	0,01
100	1,3	0,110	0,107	0,00
100	2,3	0,106	0,103	0,00
100	2,3	0,110	0,103	0,01
100	2,3	0,103	0,103	0,00
275	0,3	0,323	0,320	0,00
275	0,3	0,318	0,320	0,00
275	0,3	0,300	0,320	0,02
275	1,3	0,310	0,314	0,00
275	1,3	0,299	0,314	0,03
275	1,3	0,311	0,314	0,04
275	2,3	0,310	0,312	0,00
275	2,3	0,280	0,312	0,01
275	2,3	0,270	0,312	0,00
450	0,3	0,516	0,478	0,04
450	0,3	0,485	0,478	0,01
450	0,3	0,497	0,478	0,02
450	1,3	0,455	0,473	0,02
450	1,3	0,472	0,473	0,00
450	1,3	0,480	0,473	0,01
450	2,3	0,483	0,471	0,01
450	2,3	0,420	0,471	0,05
450	2,3	0,472	0,471	0,00

Tabla A8. Distribución individual de la fragmentación (b_{ij}).

E Energía Cinética (J/kg)	Q Flujo de alimentación (t/h)	<i>Intervalo de tamaño i</i>			
		<i>Fración individual retenida cada intervalo de tamaño (b_{ij})</i>			
		<i>$i=2$ (3mm)</i>	<i>$i=3$ (2mm)</i>	<i>$i=4$ (1mm)</i>	<i>$i=5$ (0,5mm)</i>
100	0,3	0,865	0,407	0,207	0,163
100	0,3	0,862	0,406	0,210	0,159
100	0,3	0,885	0,409	0,209	0,157
100	1,3	0,888	0,411	0,205	0,161
100	1,3	0,888	0,411	0,205	0,161
100	1,3	0,890	0,409	0,209	0,155
100	2,3	0,894	0,406	0,208	0,160
100	2,3	0,890	0,409	0,209	0,155
100	2,3	0,897	0,408	0,204	0,165
275	0,3	0,677	0,344	0,229	0,180
275	0,3	0,682	0,343	0,230	0,182
275	0,3	0,700	0,343	0,230	0,180
275	1,3	0,690	0,345	0,229	0,181
275	1,3	0,720	0,343	0,229	0,182
275	1,3	0,730	0,344	0,230	0,178
275	2,3	0,690	0,345	0,229	0,181
275	2,3	0,701	0,344	0,227	0,181
275	2,3	0,689	0,344	0,228	0,180
450	0,3	0,484	0,310	0,242	0,188
450	0,3	0,515	0,311	0,241	0,188
450	0,3	0,503	0,310	0,241	0,189
450	1,3	0,545	0,310	0,242	0,189
450	1,3	0,528	0,311	0,239	0,191
450	1,3	0,520	0,310	0,242	0,190
450	2,3	0,517	0,311	0,240	0,190
450	2,3	0,580	0,312	0,240	0,188
450	2,3	0,528	0,311	0,239	0,191

Tabla A9. Valores de la distribución de la fragmentación acumulada (B_{ij}).

E Energía Cinética (J/kg)	Q Flujo de alimentación (t/h)	<i>Intervalo de tamaño i</i>			
		<i>Fracción acumulativa pasante en cada intervalo de tamaño (B_{ij}).</i>			
		$i=2$ (3 mm)	$i=3$ (2 mm)	$i=4$ (1 mm)	$i=5$ (0, 5mm)
100	0,3	0,593	0,385	0,222	0,096
100	0,3	0,594	0,384	0,225	0,094
100	0,3	0,591	0,383	0,226	0,096
100	1,3	0,589	0,384	0,223	0,098
100	1,3	0,589	0,384	0,223	0,098
100	1,3	0,591	0,382	0,227	0,100
100	2,3	0,594	0,387	0,226	0,094
100	2,3	0,591	0,382	0,227	0,100
100	2,3	0,592	0,388	0,223	0,097
275	0,3	0,656	0,427	0,248	0,108
275	0,3	0,657	0,428	0,245	0,107
275	0,3	0,657	0,427	0,247	0,107
275	1,3	0,655	0,426	0,245	0,106
275	1,3	0,657	0,429	0,246	0,107
275	1,3	0,656	0,426	0,248	0,107
275	2,3	0,655	0,426	0,245	0,106
275	2,3	0,656	0,428	0,247	0,107
275	2,3	0,656	0,428	0,248	0,106
450	0,3	0,690	0,448	0,260	0,112
450	0,3	0,689	0,447	0,260	0,113
450	0,3	0,690	0,449	0,260	0,113
450	1,3	0,690	0,448	0,259	0,112
450	1,3	0,689	0,449	0,258	0,112
450	1,3	0,690	0,448	0,258	0,113
450	2,3	0,689	0,449	0,259	0,114
450	2,3	0,688	0,448	0,260	0,112
450	2,3	0,689	0,449	0,258	0,112

Tabla A10. Análisis de varianza para la distribución de la fragmentación (B_{ij}).

<i>Análisis de varianza para B_{12}</i>					
Efectos principales	Suma de cuadrados	G.L	Cuadrado medio	Cociente – F	P valor
A: E	0,00444949	2	0,0222474	16194,83	0,0000
B: Q	0,0000068	2	0,0000034	2,51	0,1045
Residuos	0,0000302	22	0,0000013		
Total Corregido	0,0532	26			
<i>Análisis de varianza para B_{13}</i>					
Efectos principales	Suma de cuadrados	G.L	Cuadrado medio	Cociente – F	P valor
A: E	0,0191434	2	0,0222474	16194,83	0,0000
B: Q	0,0000042	2	0,0000034	2,51	0,1045
Residuos	0,0000425	22	0,0000013		
Total Corregido	0,019191	26			
<i>Análisis de varianza para B_{14}</i>					
Efectos principales	Suma de cuadrados	G.L	Cuadrado medio	Cociente – F	P valor
A: E	0,00546956	2	0,00273478	1241, 94	0,0000
B: Q	0,00000266	2	0,00000133	0,61	0,5546
Residuos	0,00000484	22	0,00000220		
Total Corregido	0,00552067	26			
<i>Análisis de varianza para B_{15}</i>					
Efectos principales	Suma de cuadrados	G.L	Cuadrado medio	Cociente – F	P valor
A: E	0,00111289	2	0,000556444	272,71	0,0000
B: Q	0,00000288	2	0,000001444	0,71	0,5035
Residuos	0,00004488	22	0,000002040		
Total Corregido	0,00116067	26			

Tabla A11. Distribución de tamaño del producto de la fragmentación múltiple, según el retenido individual (g)

E Energía cinética de impacto (J/kg)	Q Flujo de alimentación (t/h)	S Tamaño de regulación de salida (mm)	Tamaño de partículas (mm)					
			Masa retenida (g)					
			4	3	2	1	0	Total
100	0,3	3	0,0	90,0	510,0	840,0	1560,0	3000,0
100	0,3	3	0,0	120,0	540,0	840,0	1500,0	3000,0
100	0,3	3	0,0	120,0	540,0	810,0	1530,0	3000,0
100	2,3	3	0,0	390,0	540,0	720,0	1350,0	3000,0
100	2,3	3	0,0	360,0	420,0	720,0	1500,0	3000,0
100	2,3	3	0,0	390,0	540,0	720,0	1350,0	3000,0
450	0,3	3	0,0	30,0	60,0	960,0	1950,0	3000,0
450	0,3	3	0,0	0,0	30,0	990,0	1980,0	3000,0
450	0,3	3	0,0	0,0	30,0	990,0	1980,0	3000,0
450	2,3	3	0,0	0,0	30,0	930,0	2040,0	3000,0
450	2,3	3	0,0	0,0	30,0	840,0	2130,0	3000,0
450	2,3	3	0,0	30,0	30,0	870,0	2070,0	3000,0

Tabla A11. Continuación.

E Energía cinética de impacto (J/kg)	Q Flujo de alimentación (t/h)	S Tamaño de regulación de salida producto. (mm)	Tamaño de partículas (mm)					
			Masa retenida (g)					
			4	3	2	1	0	Total
100	0,3	6	0,0	390,0	1050,0	780,0	780,0	3000,0
100	0,3	6	0,0	390,0	990,0	780,0	840,0	3000,0
100	0,3	6	0,0	420,0	1020,0	810,0	780,0	3030,0
100	2,3	6	0,0	600,0	900,0	600,0	900,0	3000,0
100	2,3	6	30,0	750,0	750,0	780,0	690,0	3000,0
100	2,3	6	0,0	600,0	960,0	630,0	810,0	3000,0
450	0,3	6	0,0	60,0	300,0	1020,0	1620,0	3000,0
450	0,3	6	0,0	60,0	330,0	1110,0	1500,0	3000,0
450	0,3	6	0,0	30,0	300,0	1050,0	1620,0	3000,0
450	2,3	6	30,0	234,0	450,0	870,0	1440,0	3000,0
450	2,3	6	0,0	246,0	480,0	850,0	1434,0	3000,0
450	2,3	6	40,0	237,0	420,0	846,0	1494,0	3000,0

Tabla A12. Distribución de tamaño del producto durante el proceso de fragmentación múltiple según el retenido individual (fracción).

Energía de Impacto (J/kg)	Flujo de alimentación (t/h)	Regulación salida (mm)	<i>Tamaño de partícula (mm)</i>				
			<i>Fracción retenida individual</i>				
			<i>4</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
100	0,3	3	0,000	0,030	0,170	0,280	0,520
100	0,3	3	0,000	0,040	0,180	0,270	0,500
100	0,3	3	0,000	0,040	0,180	0,280	0,510
100	2,3	3	0,010	0,130	0,180	0,240	0,450
100	2,3	3	0,010	0,120	0,190	0,240	0,440
100	2,3	3	0,010	0,120	0,180	0,230	0,450
450	0,3	3	0,000	0,010	0,020	0,320	0,650
450	0,3	3	0,000	0,000	0,010	0,330	0,660
450	0,3	3	0,000	0,010	0,010	0,330	0,660
450	2,3	3	0,000	0,000	0,010	0,310	0,670
450	2,3	3	0,000	0,000	0,010	0,280	0,710
450	2,3	3	0,000	0,010	0,010	0,290	0,690
100	0,3	6	0,000	0,130	0,350	0,260	0,260
100	0,3	6	0,000	0,130	0,330	0,260	0,280
100	0,3	6	0,000	0,140	0,340	0,270	0,260
100	2,3	6	0,000	0,200	0,300	0,200	0,300
100	2,3	6	0,010	0,210	0,240	0,210	0,280
100	2,3	6	0,010	0,200	0,320	0,210	0,270
450	0,3	6	0,000	0,010	0,100	0,340	0,540
450	0,3	6	0,000	0,010	0,110	0,370	0,500
450	0,3	6	0,000	0,020	0,100	0,350	0,540
450	2,3	6	0,001	0,078	0,150	0,290	0,480
450	2,3	6	0,000	0,082	0,160	0,283	0,478
450	2,3	6	0,001	0,079	0,140	0,282	0,498

Tabla A13. Distribuciones de tamaño del producto obtenidas mediante el modelo.

Energía de Impacto (J/kg)	Flujo de alimentación (t/h)	Regulación salida (mm)	<i>Tamaño de partículas(mm)</i>				
			<i>Fracción retenida individual</i>				
			4	3	2	1	0
100	0,3	3	0	0,040	0,184	0,259	0,515
100	2,3	3	0	0,081	0,175	0,247	0,495
100	0,3	3	0	0,000	0,034	0,275	0,690
100	2,3	3	0	0,015	0,034	0,271	0,679
450	0,3	6	0	0,122	0,332	0,234	0,309
450	2,3	6	0	0,163	0,314	0,224	0,297
450	0,3	6	0	0,030	0,135	0,349	0,484
450	2,3	6	0	0,062	0,130	0,337	0,470

Tabla A14. Diferencias entre las clases de tamaño calculadas y observadas mediante los experimentos.

Energía de Impacto (J/kg)	Flujo de alimentación (t/h)	Regulación salida (mm)	<i>Tamaño de partículas (mm)</i>				
			<i>Fracción retenida individual</i>				
			4	3	2	1	0
100	0,3	3	0,000	0,004	0,007	0,019	0,006
100	2,3	3	0,010	0,041	0,008	0,010	0,048
450	0,3	3	0,000	0,007	0,022	0,052	0,033
450	2,3	3	0,000	0,013	0,024	0,022	0,011
100	0,3	6	0,000	0,011	0,008	0,029	0,043
100	2,3	6	0,007	0,040	0,028	0,017	0,015
450	0,3	6	0,000	0,017	0,032	0,004	0,042
450	2,3	6	0,001	0,018	0,019	0,052	0,015

Tabla A15. Comparación de la distribución de fragmentación observada y calculada mediante la ecuación (4.1)

<i>E</i> Energía Cinética (J/kg)	x_i/x_j Relación entre el tamaños de las partículas	<i>B_{ij}</i> Fracción de masa del tamaño x_i que pasa al tamaño x_j después de la fragmentación.		Diferencias
		<i>Experimentos</i>	<i>Cálculos</i>	
100	0,857	1,000	1,000	0,0000
100	0,571	0,561	0,561	0,0000
100	0,286	0,294	0,294	0,0000
100	0,143	0,148	0,148	0,0000
100	0,000	0,000	0,000	0,0000
100	0,800	1,000	1,000	0,0000
100	0,400	0,385	0,385	0,0000
100	0,200	0,225	0,225	0,0000
100	0,000	0,000	0,000	0,0000
100	0,667	1,000	1,000	0,0000
100	0,333	0,332	0,332	0,0000
100	0,000	0,000	0,000	0,0000
275	0,857	1,000	1,000	0,0000
275	0,571	0,627	0,591	0,0359
275	0,286	0,336	0,310	0,0262
275	0,143	0,170	0,156	0,0141
275	0,000	0,000	0,000	0,0000
275	0,800	1,000	1,000	0,0000
275	0,400	0,427	0,406	0,0213
275	0,200	0,247	0,237	0,0099
275	0,000	0,000	0,000	0,0000
275	0,667	1,000	1,000	0,0000
275	0,333	0,374	0,350	0,0242
275	0,000	0,000	0,000	0,0000

Tabla A15. Continuación.

<i>E</i> Energía Cinética (J/kg)	x_i/x_j Relación entre el tamaños de las partículas	<i>B_{ij}</i> Fracción de masa del tamaño x_i que pasa al tamaño x_j después de la fragmentación.		Diferencias
		<i>Experimentos</i>	<i>Cálculos</i>	
450	0,857	1,000	1,000	0,0000
450	0,571	0,660	0,606	0,0537
450	0,286	0,357	0,318	0,0392
450	0,143	0,182	0,160	0,0220
450	0,000	0,000	0,000	0,0000
450	0,800	1,000	1,000	0,0000
450	0,400	0,448	0,416	0,0319
450	0,200	0,259	0,243	0,0158
450	0,000	0,000	0,000	0,0000
450	0,667	1,000	1,000	0,0000
450	0,333	0,395	0,359	0,0362
450	0,000	0,000	0,000	0,0000

Tabla A16. Valores de la distribución de la fractura para la escala industrial

x_i_j Tamaño inicial (mm)	x_i_i Tamaño Tamiz (mm)	x_i_i / x_i_j	E_i	E_i
			Energía de impacto 812 (J/kg) B_{i_j}	Energía de impacto 1512 (J/kg) B_{i_j}
21,0	17	0,81	1,0000	1,0000
21,0	12	0,57	0,6300	0,6500
21,0	9	0,43	0,4651	0,4768
21,0	6	0,29	0,3334	0,3434
21,0	4	0,19	0,2342	0,2442
21,0	3	0,14	0,1553	0,1653
21,0	2	0,10	0,1112	0,1189
21,0	1	0,05	0,0556	0,0594
14,5	12	0,83	1,0000	1,0000
14,5	9	0,62	0,8227	0,8323
14,5	6	0,41	0,4417	0,4523
14,5	4	0,28	0,3244	0,3244
14,5	3	0,21	0,2593	0,2593
14,5	2	0,14	0,1553	0,1653
14,5	1	0,07	0,0778	0,0832
10,5	9	0,86	1,0000	1,0000
10,5	6	0,57	0,6300	0,6500
10,5	4	0,38	0,4148	0,4248
10,5	3	0,29	0,3334	0,3434
10,5	2	0,19	0,2342	0,2442
10,5	1	0,10	0,1112	0,1189
7,5	6	0,80	1,0000	1,0000
7,5	4	0,53	0,5820	0,5996
7,5	3	0,40	0,4300	0,4400
7,5	2	0,27	0,3151	0,3151
7,5	1	0,13	0,1445	0,1545
5,0	4	0,80	1,0000	1,0000
5,0	3	0,60	0,7456	0,7594
5,0	2	0,40	0,4300	0,4400
5,0	1	0,20	0,2500	0,2500

Tabla A16. Continuación.

x_i_j Tamaño inicial (mm)	x_i_i Tamaño Tamiz (mm)	x_i_i / x_j	E Energía de impacto 812 (J/kg)	E Energía de impacto 1512 (J/kg)
			B_{i_j}	B_{i_j}
3,5	3	0,86	1,0000	1,0000
3,5	2	0,57	0,6300	0,6500
3,5	1	0,29	0,3334	0,3434
2,5	2	0,80	1,0000	1,0000
2,5	1	0,40	0,4300	0,4400
1,5	1	0,66	1,0000	1,0000

Tabla A17. Valores de C_j^* determinados a partir de la ecuación (3.2)

x_{ij} Tamaño de las partículas (mm)	Q_i Flujo de alimentación (t/h)	C_{ij} Razón de Fragmentación	
		<i>Energía cinética de impacto = 812 J/kg.</i>	<i>Energía cinética de impacto = 1512 J/kg.</i>
21	5	0,994	1,000
14,5	5	0,971	0,999
10,5	5	0,921	0,991
7,5	5	0,836	0,966
5	5	0,698	0,895
3,5	5	0,563	0,792
2,5	5	0,506	0,738
2	5	0,442	0,671
1,5	5	0,287	0,480
0,5	5	0,088	0,180
21	10	0,990	1,000
14,5	10	0,957	0,997
10,5	10	0,896	0,986
7,5	10	0,800	0,951
5	10	0,655	0,866
3,5	10	0,522	0,753
2,5	10	0,467	0,697
2	10	0,405	0,628
1,5	10	0,260	0,442
0,5	10	0,079	0,162

Tabla A18. Comparación entre los valores de la razón de fragmentación obtenidos de forma experimental y los calculados.

Intervalo de tamaño (mm)	Tamaño medio (mm)	Razón de fragmentación	
		<i>Cálculos</i>	<i>Experimentos</i>
17 – 25	21,0	0,735	0,750
2 – 17	14,5	0,608	0,600
9 – 12	10,5	0,466	0,450
6 – 9	7,5	0,284	0,300
4 – 6	5,0	0,144	0,150
3 – 4	3,5	0,054	0,038
2 – 3	2,5	0,015	0,006
1 – 2	1,5	0,001	0,000
0 – 1	0,5	0,000	0,000

Tabla A19. Distribuciones de tamaño del producto de la trituradora con regulación del tamaño de salida del producto, obtenidas de forma experimental.

Energía cinética (J/kg)	Flujo de alimentación (t/h)	Regulación de salida (mm)	Tamaño de partículas (mm)								
			<i>17</i>	<i>12</i>	<i>9</i>	<i>6</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
812	5	10	0	0	0	0,014	0,091	0,034	0,171	0,326	0,365
812	10	10	0	0	0	0,027	0,137	0,054	0,180	0,244	0,359
1512	5	10	0	0	0	0,016	0,102	0,036	0,149	0,268	0,430
1,512	10	10	0	0	0	0,010	0,064	0,031	0,131	0,300	0,465
812	5	5	0	0	0	0,001	0,002	0,014	0,100	0,324	0,559
812	10	5	0	0	0	0,001	0,002	0,012	0,094	0,295	0,596
1512	5	5	0	0	0	0,000	0,001	0,004	0,047	0,256	0,692
1512	10	5	0	0	0	0,001	0,001	0,009	0,070	0,266	0,653

Tabla A20. Distribución de tamaño del mineral de alimentación a la trituradora con regulación del tamaño de salida del producto (según el retenido acumulado).

No de muestras	Tamaño de partículas(mm)								
	Masa retenida (%)								
	<i>17</i>	<i>12</i>	<i>9</i>	<i>6</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
1	21,2	38,8	55,0	68,1	78,8	80,2	85,3	90,8	100
2	24,1	37,8	52,0	66,5	76,8	78,9	83,8	89,4	100
3	21,9	35,1	48,8	62,3	68,9	75,7	81,0	87,9	100
Promedio	22,4	37,3	51,9	65,6	74,8	78,3	83,4	89,4	100

Tabla A21. Valores de la función de clasificación C_{1i}

Energía cinética (J/kg)	Regulación de salida (mm)	Tamaño de partículas (mm)								
		<i>17</i>	<i>12</i>	<i>9</i>	<i>6</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
812	10	1,00	1,00	1,00	0,80	0,70	0,60	0,30	0,00	0,00
812	5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,85	0,65	0,30	0,00
1512	10	1,00	1,00	1,00	1,00	0,80	0,70	0,45	0,10	0,00
1512	5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,95	0,85	0,40	0,00

Tabla A22. Distribuciones de tamaño del producto de la trituradora obtenido mediante las ecuaciones (3.2) y (3.6)

Energía cinética (J/kg)	Flujo de alimentación (t/h)	Regulación de aalida (mm)	Tamaño de partículas (mm)								
			<i>17</i>	<i>12</i>	<i>9</i>	<i>6</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
812	5	10	0	0	0	0,0589	0,0875	0,0727	0,1740	0,2802	0,3256
812	10	10	0	0	0	0,0593	0,0877	0,0727	0,173	0,2800	0,3254
512	5	10	0	0	0	0	0,0614	0,0598	0,1540	0,3026	0,4210
1512	10	10	0	0	0	0	0,0616	0,0598	0,1599	0,3025	0,4212
812	5	5	0	0	0	0	0	0,0329	0,1118	0,286	0,5683
812	10	5	0	0	0	0	0	0,0329	0,1118	0,286	0,5683
1512	5	5	0	0	0	0	0	0,0107	0,0480	0,271	0,669
1512	10	5	0	0	0	0	0	0,0107	0,0483	0,2701	0,670

Tabla A23. Diferencias entre las distribuciones de tamaño observadas y calculadas.

Energía cinética (J/kg)	Flujo de alimentación (t/h)	Regulación de salida (mm)	Tamaño según el retenido individual (mm)								
			<i>17</i>	<i>12</i>	<i>9</i>	<i>6</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
812	5	10	0	0	0	0,0030	0,0000	0,0387	0,003	0,0458	0,0394
812	10	10	0	0	0	0,0323	0,0493	0,0187	0,006	0,036	0,0336
1512	5	10	0	0	0	0,0160	0,0406	0,0238	0,0049	0,034	0,0087
1512	10	10	0	0	0	0,0100	0,0024	0,0288	0,0089	0,0095	0,0369
812	5	5	0	0	0	0,0010	0,0020	0,0189	0,0118	0,038	0,0093
812	10	5	0	0	0	0,0010	0,0020	0,0209	0,0178	0,009	0,0277
1512	5	5	0	0	0	0,0000	0,0010	0,0067	0,0013	0,0141	0,0221
1512	10	5	0	0	0	0,0000	0,0010	0,0017	0,0217	0,0041	0,0169

Tabla A24. Resultados de la simulación de la distribución del producto (p) en las trituradoras de impacto.

Intervalo de tamaño (mm)	Trituradora I		Trituradora II		Trituradora III	
	f	p	f	p	f	p
17 – 25	0,23	0,00	0,24	0,00	0,00	0,00
12 – 17	0,24	0,08	0,17	0,00	0,00	0,00
9 – 12	0,26	0,16	0,15	0,00	0,00	0,00
6 – 9	0,13	0,23	0,15	0,06	0,50	0,00
4 – 6	0,06	0,21	0,09	0,06	0,50	0,05
2 – 4	0,02	0,15	0,05	0,16	0,00	0,16
1 – 2	0,01	0,09	0,06	0,30	0,00	0,47
0 – 1	0,05	0,04	0,06	0,42	0,00	0,31

Tabla A25. Resultados del test de Bond para el mineral de San Andrés.

Intervalo (micras)	Masa (g)	Masa (%)	Tamaño (micras)	Pasante acumulativo (%)	f80
3000/2000	242,4	32,74%	3000	100,00%	2389
2000/1000	483,4	65,29%	2000	67,26%	
1000/800	9,9	1,34%	1000	1,97%	
800/500	2,3	0,31%	800	0,63%	
500/250	0,2	0,03%	500	0,32%	
250/100	0,4	0,05%	250	0,30%	
100/80	0,5	0,07%	100	0,24%	
10<80	1,3	0,18%	80	0,18%	
	740,4	100,00%			

CICLO	Nº rev	Finos ya presentes	Finos producidos	Finos netos	Gbp _i	Gbp
1	100	1,8	56,5	54,7	0,5470	1,0188
2	386,5	0,1	218,6	218,5	0,5653	
3	373,3	0,5	292,1	291,6	0,7811	
4	269,9	0,7	303,8	303,1	1,1228	
5	187,7	0,7	190,7	190,0	1,0118	
6	208,6	0,5	199,3	198,8	0,9531	
7	221,4	0,5	242,2	241,7	1,0916	

f80	p100	Gbp	p80
2389	100	1,0188	90
wi [kWh/sht]		wi [kWh/t]	
17,89		19,71	

Tabla A26. Distribución de tamaño del producto en la trituradora I con tamaño de regulación de salida 12,5 mm.

Intervalo de tamaño (mm)	Fracción de masa
17 – 25	0,000
12 – 17	0,000
9 – 12	0,052
6 – 9	0,180
4 – 6	0,520
2 – 3	0,180
1 – 2	0,030
0 – 1	0,040

Tabla A27. Distribución individual de tamaño del producto de la trituradora II, con tamaño de regulación de la salida 5 mm.

<i>Tamaño de partículas (mm)</i>						
<i>Masa retenida (%)</i>						
<i>6</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>total</i>
0,0	0,1	0,8	7,1	26,6	65,3	100,0

ANEXOS II

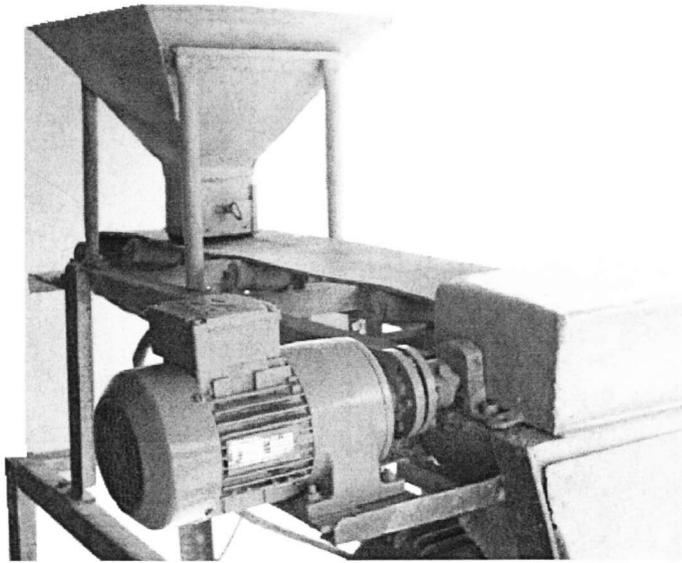


Figura A1. Instalación de prueba de escala de laboratorio.

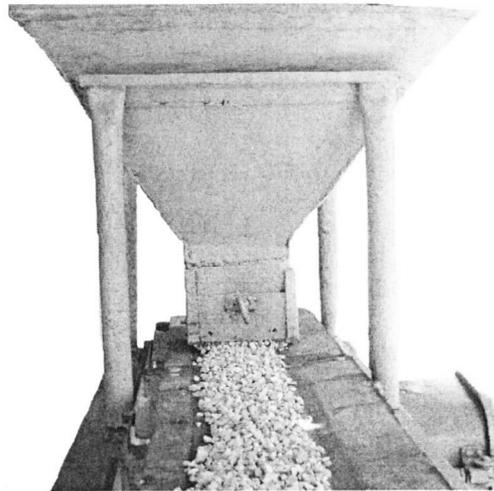


Figura A2. Alimentación de mineral en la instalación de prueba de escala de laboratorio.

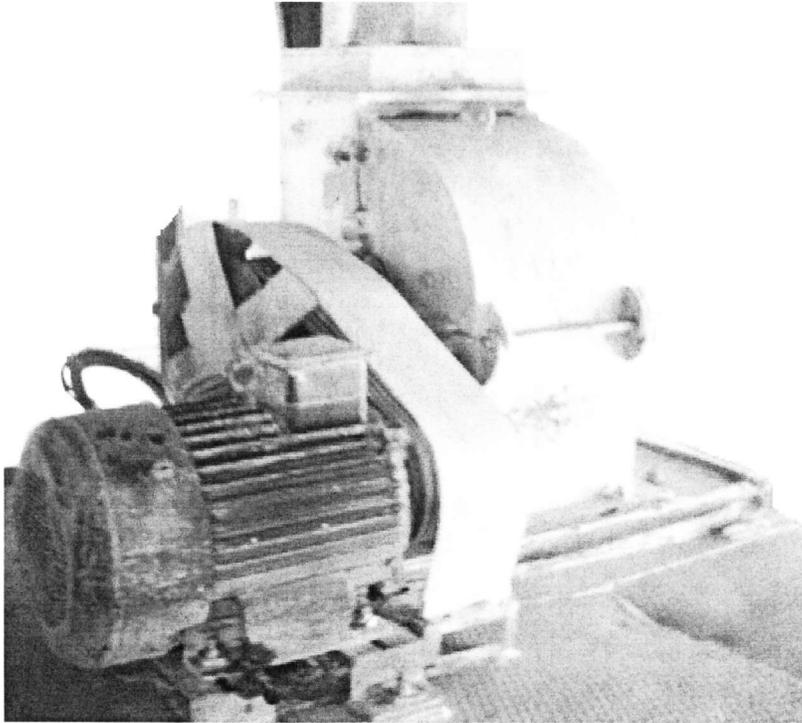


Figura A3. Trituradora de martillos de escala industrial tipo Lipmant 24 x 18

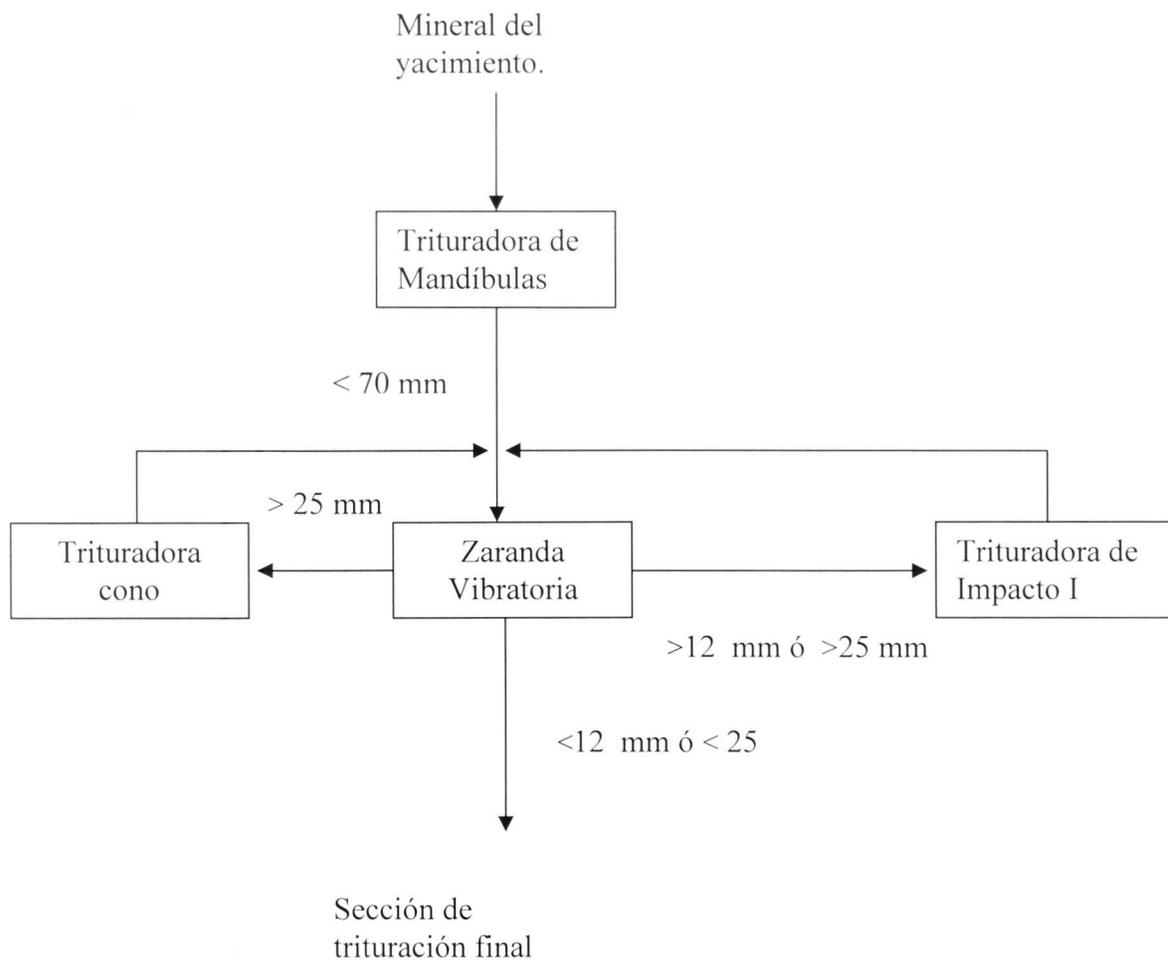


Figura A4. Esquema de la sección de trituración I

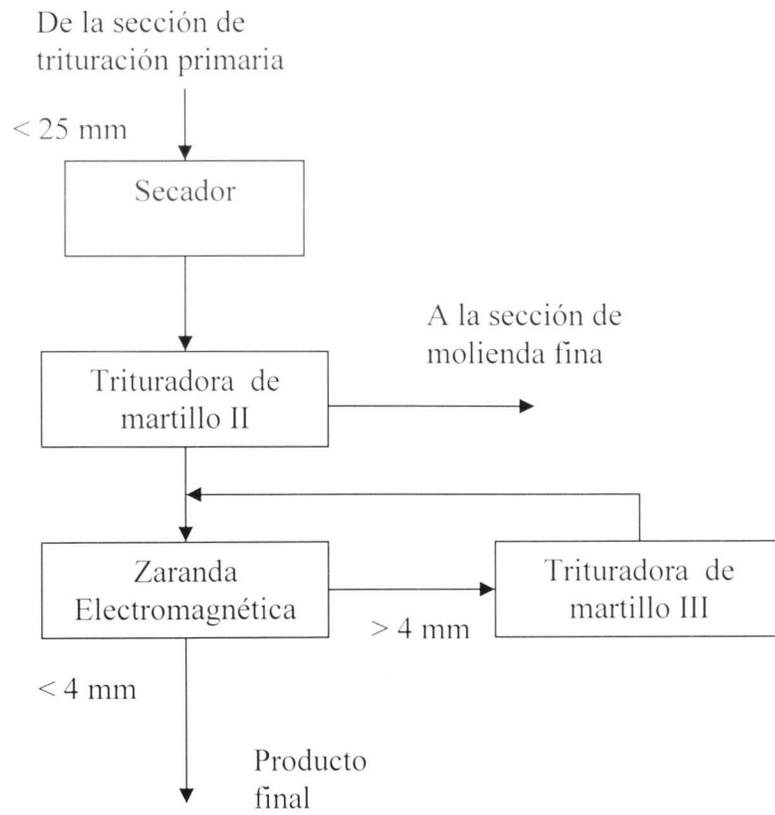


Figura A5 Sección de trituración II que incluye las trituradoras II y III.

ANEXOS III

Anexo III. 1 Cálculo de los parámetros de la función de selección

```
%% archivo principal
w = [ ]; % vector valores iniciales de fmat, Emin y kq.
Fun = ' frag1 ';
A= []; B = []; Aeq = [ ]; Beq = [ ];
LB = [].'; UB = [ ];
NONLCON = [ ];
OPTIONS = optimset;
[w,fval]=fmincon('frag1',w0,A,B,Aeq,Beq,UB,NONLCON,OPTIONS)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function f=frag1(w) % %archivo de la función.
%% Datos %%
xj = ;
Q = [ ];
Q0 = ; Mtotal = ; E = [ ];
Emin = w(1); fmat = w(2); kq = w(3);
Mfrag(1)= ; Mfrag(2)= ; Mfrag(3)= ;%% para E1; Q1,Q2 y Q3, respect
Mfrag(4)= ; Mfrag(5)= ; Mfrag(6)= ; %% para E2; Q1,Q2 y Q3, respect
Mfrag(7)= ; Mfrag(8)= ; Mfrag(9)= ; %% para E3; Q1,Q2 y Q3, respect
%% Cálculos %%
Mfrag= Mfrag;
Cjobs = Mfrag./Mtotal ; % (Cj Observada para cada experim de Q y E)
for i=1:3
    Cjcal1=1-exp(- fmat.*xj.*(E(1)-Emin*((Q(i)./Q0).^kq));
    Cjcal2=1-exp(- fmat.*xj.*(E(2)-Emin*((Q(i)./Q0).^kq));
    Cjcal3=1-exp(- fmat.*xj.*(E(3)-Emin*((Q(i)./Q0).^kq));
end
Cjcal= [Cjcal1 Cjcal2 Cjcal3];
f1=abs (Cjobs - Cjcal);
f = sum(f1)
```

Anexo III. 2 Modelación de la distribución de la fragmentación

```
%% archivo principal para la obtención del parámetro ke.
w = ; %% valor inicial de ke.
Fun = ' frag2 ';
A= []; B = [];
Aeq = [ ]; Beq = [ ];
LB = [ ].'; UB = [ ];
NONLCON = [];
OPTIONS = optimset;
[w,fval]=fmincon('frag2',w0,A,B,Aeq,Beq,UB,UB,NONLCON,OPTIONS)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Function = frag 2(w) %% archivo de la función.
%% Datos %%%
E = [E0 E1 E2];
ke = w;
xi = [ ]; xj = [ ];
Mij1= [ ]; %%para E0; Mij2= [ ]; %%para E1
Mij3= [ ]; %%para E2
Mfrag1 = [ ]; %%para E0; Mfrag2 = [ ]; %% para E1
Mfrag3 = [ ]; %% para E2
%% Cálculos %%%
Mij = [Mij1 Mij2 Mij3];
Mfrag = [Mfrag1 Mfrag2 Mfrag3];
Bijexp1 = [Mij1./Mfrag]; Bijexp2 = [Mij2./Mfrag];
Bijexp3 = [Mij3./Mfrag];
Bij exp = [Bijexp1 Bijexp2 Bijexp3]
Bijref = [Bijexp1 Bijexp1 Bijexp1]; %
for i= 1:3
    Bijcal(i) ijcal=Bijref.*(E(i)/E0)^ ke %
end
Bijcal= Bijcal
f1= abs(Bijexp -Bijcal);
f= sum(f1)
```

III. 3. Cálculo de los parámetros para el escalado de la función selección

```
%% archivo principal para la obtención de los parámetro de f(Z).
w = [w1 w2]; % vector valor iniciales de kr y kx.
Fun = ' frag3 ';
A= []; B = [];
Aeq = [ ]; Beq = [ ];
LB = [ ].'; UB = [ ];
NONLCON = []; OPTIONS = optimset;
[w,fval]=fmincon('frag2',w0,A,B,Aeq,Beq,LB,UB,NONLCON,OPTIONS)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function = frag 3(w) % archivo de la función.
%% Datos %%%
Q = [ ]; fmat = ; ke = ; Es = ;
Xj= [ ]; E = [ ];
Q0 = Q(1); Rind= ; Rlab = ;
Cjexper =[ ]; % razón de frag escala industrial.
kr= W(1); kx = w(2);
%%Cálculos %%%
for i=1:3
    C1jcalc = (1-exp(-fmat.*Xj.*(E(1).- Es*Xj./Xj).*(Q (i)/Q0).^ke));
    C2jcalc = (1-exp(-fmat.*Xj.*(E(2).- Es*Xj./Xj).*(Q (i)/Q0).^ke));
    C3jcalc = (1-exp(-fmat.*Xj.*(E(3).- Es*Xj./Xj).*(Q (i)/Q0).^ke));
end
Caj = [C1jcalc C2jcalc C3jcalc];
for j=1: length(Xj)
    fZ = 1-exp(((Rind/Rlab).^kr)*(X(j)./Xh).^kx);
    Cjcal= Caj.* fZ;
    fl= abs(Cjcal-Cjexper);
f= sum(fl)
```

Anexo III. 4. Modelación de la trituración sin regulación del tamaño de salida

```
E = ; Q = ; f = [ ].'; p=[ ].';
fmat = ; Es = ; Kq = ;
Rind = ; Rlab = ; kr = ; kx = ; Xh = ;
X= [];
E0 = ; ke = ;
r=length(X)-1
Bijref = [ ];
for i=1:
    y(i)=0.5*(x(i)+x(i+1));
    Emin(i)= Es./y(i);
end
for i=1:r
    if E < Emin(i)
        ca (i)=0;
    else
        ca =1-exp(-(fmat*(y(i).*(E.- Es./ y(i)))*(Q/Q0).^ke);
    end
ca = ca;
fz = 1-exp(((Rind/Rlab)^kr)*(X./Xh).^kx);
c = ca.* fz;
Bij=Bijref.*(E/E0).^ ke %;
for i=1:9
    for j= 1:8
        if i= j
            b(i,j)= 1-B(i,j)
        else
            b(i,j)= B(i-1,j)- B(i,j)
        end
    end
end
p =(eye(r)-diag(c)+b*diag(c))*f;
```

Anexo III. 5. Modelación de la trituración con regulación del tamaño de salida

```
%% archivo principal para la obtención de los parámetro Cl.
w = []; % vector valores  iniciales de Cl.
Fun = ' frag9 ';
A= []; B = [];
Aeq = [ ]; Beq = [ ];
LB = [ ].'; UB = [ ];
NONLCON = []; OPTIONS = optimset;
[w,fval]=fmincon('frag2',w0,A,B,Aeq,Beq,LB,UB,NONLCON,OPTIONS)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function = frag 9(w) %archivo de la función.
cl=w
E = ; Q = ; f = [].'; p=[].';
fmat = ; Es = ; Kq = ;
Rind = ; Rlab = ; kr = ; kx = ; Xh = ;
X= [];
E0 = ; ke = ;
r =length(X)-1
Bijref = [ ];
for i=1:
    y(i)=0.5*(x(i)+x(i+1));
    Emin(i)= Es./y(i);
end
for i=1:r
    if E < Emin(i)
        ca (i)=0;
    else
        ca =1-exp(-(fmat*(y(i).*(E.- Es./ y(i)))*(Q/Q0).^ke);
    end
ca = ca;
fz = 1-exp(((Rind/Rlab)^kr)*(X./Xh).^kx);
c = ca.* fz;
Bij=Bijref.*(E/E0).^ ke %;
```