



**UNIVERSIDAD DE MOA DR. ANTONIO NÚÑEZ JIMÉNEZ**

**FACULTAD DE GEOLOGÍA Y MINAS**

**DEPARTAMENTO DE MINAS**

**ESTIMACIÓN 3D DE LA MASA VOLUMÉTRICA EN YACIMIENTOS**

**LATERÍTICOS CUBANOS**

Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas

Justino Tomás António

**Moa, Holguín**

**2021**



**UNIVERSIDAD DE MOA DR. ANTONIO NÚÑEZ JIMÉNEZ**

**FACULTAD DE GEOLOGÍA Y MINAS**

**DEPARTAMENTO DE MINAS**

**ESTIMACIÓN 3D DE LA MASA VOLUMÉTRICA EN YACIMIENTOS  
LATERÍTICOS CUBANOS**

Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas

Autor: Ing. Justino Tomás António, M. Sc.

Tutores: Profesor Titular Ing. Ramón Gilberto Polanco Almanza, Dr. C.

Profesor Auxiliar Lic. Arístides Alejandro Legrá Lobaina, Dr. C.

**Moa, Holguín**

**2021**

## **DECLARACIÓN DE AUTORIDAD**

Yo, Justino Tomás António, autor del presente trabajo y los tutores Dr. C. Ramón Gilberto Polanco Almanza y Dr. C. Arístides Alejandro Legrá Lobaina, certificamos la propiedad intelectual de este trabajo a favor de la Universidad de Moa, que podrá hacer uso del mismo con cualquier finalidad de carácter académico.

Firma del Autor

---

M. Sc. Justino Tomás António

Firma de los Tutores

---

Dr. C. Ramón Gilberto Polanco Almanza

---

Dr. C. Arístides Alejandro Legrá Lobaina

## **PENSAMIENTO:**

“La inteligencia consiste no sólo en el conocimiento, sino también en la destreza de aplicar los conocimientos en la práctica”.

**...Aristóteles...**

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dios por su gracia, por darme bendiciones todos los días, por la vida y por estar siempre conmigo.

A mis tutores Dr. C. Ramón Gilberto Polanco Almanza y Dr. C. Arístides Alejandro Legrá Lobaina, por su apoyo y brindarme los conocimientos necesarios para la realización de este trabajo.

Al colectivo de profesores del Departamento de Minas de la Universidad de Moa por jugar un papel muy importante en mi formación.

A mi familia y amigos por apoyarme y confiar en mí durante todo el tiempo de realización de la investigación.

A mi amada esposa Rocío por acompañarme todos los días en los momentos buenos y malos y a mi suegra Leticia por su dedicación. A toda su familia.

A mi amigo Dr. C. Manuel Fidel Sonhi Manassa, gracias por sus consejos.

A mis compañeros de estudios, M. Sc. Carnoth Julio Cambuta Tchivikwa y M. Sc. Igor Marcio Damião Fernandes.

A todas las personas que directa o indirectamente realizaron algún aporte para culminar esta investigación.

A todos muchas gracias.

## **DEDICATORIA**

Dedico este trabajo científico:

A mis hijos Bruna, Joel, Helena y a mi esposa Rocío de la Rosa Márquez.

A los que utilizan la ciencia para el bienestar social.

## **SÍNTESIS**

En el presente trabajo se realiza un análisis crítico del estado actual de las investigaciones relacionadas con la estimación de la masa volumétrica ( $MV$ ) durante la explotación de yacimientos minerales en el ámbito universal y de los yacimientos lateríticos cubanos, donde se pudo constatar que existen múltiples definiciones de densidad basadas en el concepto de masa por unidad de volumen y que no existe consenso entre los investigadores sobre el diseño del muestreo óptimo de esta propiedad para los diferentes tipos de yacimientos minerales.

Se establecieron los principales problemas que afectan la estimación correcta de la masa volumétrica seca durante la explotación de yacimientos a cielo abierto.

Se desarrolló un estimador eficaz puntual de masa volumétrica de la familia  $(A, U, \Theta)$  con núcleo  $UPD$  y soporte variable obtenido mediante un procedimiento de validación cruzada, que permitió completar los datos necesarios de esta variable en la red de exploración de los yacimientos lateríticos para crear el modelo de recursos geológicos.

A partir del algoritmo establecido se diseñó un software denominado Masa Volumétrica YLC que permitió la aplicación del método propuesto durante la explotación en el bloque  $O48$  del yacimiento Punta Gorda de la empresa Cdte. Ernesto Che Guevara del municipio de Moa en la provincia de Holguín, Cuba y la validación de los resultados a través del método de validación cruzada.

## ÍNDICE

|   |           |
|---|-----------|
| <b>INTRODUCCIÓN</b> .....   | <b>1</b>  |
| Situación problemática.....   | 7         |
| Problema Científico de la Investigación .....   | 8         |
| Objeto de la investigación.....   | 8         |
| Campo de acción.....  | 8         |
| Objetivo general .....  | 8         |
| Hipótesis .....   | 8         |
| Objetivos específicos .....   | 9         |
| Novedad científica .....  | 10        |
| Aportes prácticos .....   | 10        |
| Tareas de investigación.....  | 10        |
| <b>CAPÍTULO I: ANÁLISIS DEL ESTADO ACTUAL DEL TEMA</b> .....  | <b>13</b> |
| 1.1    Introducción.....  | 13        |
| 1.2    Masa volumétrica y otras propiedades físicas de los minerales .....  | 15        |
| 1.3    Papel de la <i>MV</i> en los procesos geólogo-tecnológicos.....  | 31        |
| 1.4    Determinación de la <i>MV</i> en el ámbito universal.....  | 38        |
| 1.5    Determinación de la <i>MV</i> en los yacimientos lateríticos cubanos .....   | 43        |
| 1.6    Conclusiones parciales .....   | 50        |
| <b>CAPÍTULO II: PROCEDIMIENTO PARA LA ESTIMACIÓN 3D DE LA MASA<br/>VOLUMÉTRICA EN LOS YACIMIENTOS LATERÍTICOS CUBANOS</b> ..... | <b>52</b> |
| 2.1.    Introducción.....   | 52        |
| 2.2.    Descripción y tratamiento de los datos disponibles de pozos criollos .....  | 52        |
| 2.3.    Estimador eficaz de <i>MV</i> en yacimientos lateríticos cubanos.....   | 53        |
| 2.4.    Estimador puntual ( $A, U, \Theta$ ) con función núcleo <i>UPD</i> para obtener $MV_e$ ..                               | 54        |
| 2.5.    Estimador Dual y acotación del error de estimación .....  | 59        |
| 2.6.    Técnica de Validación Cruzada para evaluar estimadores .....  | 60        |
| 2.7.    Procedimiento para seleccionar estimadores óptimos.....   | 63        |
| 2.8.    Estimación 3D de las masas volumétricas en la <i>RPE</i> .....  | 66        |
| 2.9.    Aplicación informática para el uso práctico de procedimiento.....   | 69        |

|   |            |
|---|------------|
| 2.10. Conclusiones parciales-----   | 82         |
| <b>CAPÍTULO III: ESTIMACIÓN DE LAS MASAS VOLUMÉTRICAS EN EL BLOQUE 048</b>      |            |
| <b>DEL YACIMIENTO LATERÍTICO PUNTA GORDA -----</b>                              | <b>84</b>  |
| 3.1 Introducción-----   | 84         |
| 3.2 Caracterización general del yacimiento laterítico Punta Gorda -----         | 84         |
| 3.3 Dominios geológicos en el yacimiento Punta Gorda -----                      | 86         |
| 3.4 Bloque 048 del yacimiento Punta Gorda -----                                 | 87         |
| 3.5 Estimador múltiple de masa volumétrica en yacimiento Punta Gorda-----       | 87         |
| 3.6 Estimación de masas volumétricas en la RPE del bloque 048-----              | 91         |
| 3.7 Conclusiones parciales -----  | 97         |
| <b>CONCLUSIONES GENERALES -----</b>   | <b>98</b>  |
| <b>RECOMENDACIONES -----</b>  | <b>99</b>  |
| <b>BIBLIOGRAFÍA-----</b>  | <b>100</b> |
| <b>ANEXOS-----</b>  | <b>109</b> |
| Anexo 1: Geología del yacimiento Punta Gorda -----                              | 109        |
| Anexo 2: Petrología del yacimiento Punta Gorda -----                            | 112        |
| Anexo 3: Mineralogía del yacimiento Punta Gorda-----                            | 113        |
| Anexo 4: Hidrología del yacimiento Punta Gorda-----                             | 114        |
| Anexo 5: Hidrogeología del yacimiento Punta Gorda -----                         | 115        |
| Anexo 6: Geomorfología del yacimiento Punta Gorda -----                         | 117        |
| Anexo 7: Tectónica yacimiento Punta Gorda-----                                  | 118        |
| Anexo 8: Dominio I del yacimiento Punta Gorda-----                              | 119        |
| Anexo 9: Dominio II del yacimiento Punta Gorda -----                            | 120        |
| Anexo 10: Dominio III del yacimiento Punta Gorda-----                           | 121        |
| Anexo 11: Dominio IV del yacimiento Punta Gorda-----                            | 122        |
| Anexo 12: Dominio V del yacimiento Punta Gorda -----                            | 124        |
| Anexo 13: Dominio VI del yacimiento Punta Gorda-----                            | 125        |
| Anexo 14: Dominio VII del yacimiento Punta Gorda-----                           | 127        |
| Anexo 15: Estimador múltiple de masa volumétrica para el yacimiento Punta Gorda | 128        |

## **Introducción**

La determinación de los recursos geológicos de un yacimiento mineral consiste en la estimación de la cantidad de su masa minera. Estos recursos, que se contabilizan en toneladas métricas para varias categorías del mineral, se expresan mediante un modelo tridimensional (*3D*) denominado **Modelo de Recursos** que se determina en dos pasos:

1. Dividir el cuerpo mineral en bloques *3D* con formas geométricas regulares (por ejemplo: cubos, ortoedros, entre otros). Cada bloque geométrico, denominado Unidad Básica Minera (*UBM*), es un subconjunto disjunto del yacimiento (es decir, los bloques no se interceptan entre ellos) y la unión de todos ellos representa el yacimiento mineral.
2. Asignar a cada *UBM* valores promedios de las propiedades de interés. En la actualidad es usual que estos valores “de bloque” se determinen a partir de los valores obtenidos en muestras puntuales, mediante los denominados estimadores de bloque, como por ejemplo el Kriging de Bloque. (Cuador Gil 2002), (David 1977).

A partir del modelo de recursos se realizan estudios sobre la viabilidad económica de la explotación del yacimiento mineral considerando diversas variantes de sistemas de explotación minera. Estos estudios conducen a **Modelos de Reservas Geológicas** que definen, para cada sistema de explotación estudiado, que parte del volumen de los recursos minerales (materia prima *in situ*) es considerada como mineral útil para la explotación (conocido como mena útil) y que parte no se considera (denominado escombro o estéril) y sobre todo, la elección de los sistemas de explotación más racionales.

En los yacimientos lateríticos cubanos (YLC) se estudian sistemáticamente las siguientes propiedades:

1. Litológicas. Caracterizan la presencia y combinación de diversos tipos de rocas que constituyen una formación geológica.
2. Mineralógicas. Consideran la naturaleza y formación de los minerales. Es conocimiento obtenido mediante observaciones y análisis especializados.
3. Geoquímicas. Caracterizan la distribución de los elementos químicos en el mineral y las reglas que gobiernan dicha distribución. A partir de muestras tomadas mediante perforaciones y excavaciones en el yacimiento, se realizan análisis químicos donde se determinan en primer lugar los contenidos porcentuales de *Ni*, *Fe*, *Co*; también se precisan los contenidos de otros elementos químicos presentes. Este grupo de propiedades es muy importante para pronosticar la cantidad de metal que se extraerá al finalizar el proceso minero-metalúrgico propuesto (*Ni* y *Co* en el caso que de la presente investigación).
4. Geofísicas. Mediante mediciones especiales de ciertas variables físicas se determinan sus comportamientos y se modelan los campos físicos (tales como magnético y eléctrico) en los cuerpos minerales del yacimiento; este conocimiento contribuye a la creación de los modelos litológicos, mineralógicos, geoquímicos y geométricos.

Una de estas variables físicas es la masa volumétrica del mineral seco *in situ* (denominada masa volumétrica seca *MV*) que en estos yacimientos se determina a partir de muestras tomadas en pozos criollos, trincheras y otras excavaciones considerando muestras de masa, volumen y humedad (Ruz Peña 1978); (Vera Yeste 1979); (García Hidalgo 1986); (Lepin and Arioza Iznaga 1986); (Lavandero Illera 1988); (Ramos Ramos 1989); (Mustelier Castellanos

1990); (Rodríguez Cardona 1990); (Serrano Coello 1991); (Calderín Castro and Torres Tamayo 1994); (Miranda Domínguez 1998); (Serrano Coello 2005).

5. Hídricas. Se precisa conocer el comportamiento de las tres relaciones entre el agua y el suelo en el mineral: agua higroscópica o molecular; el agua capilar; y el agua gravitacional; también tienen importancia los estudios del origen y dinámica de las corrientes de aguas superficiales y subterráneas. Estos conocimientos contribuyen a la selección de sistemas de explotación y procesamiento minero-metalúrgico del mineral.
6. Geométricas. Se incluyen los modelos de las fronteras de los cuerpos minerales del yacimiento y sus intercalaciones; también es importante estudiar las fracturas y pliegues. Se usan modelos matemáticos de curvas y superficies espaciales que se obtienen a partir de mediciones topográficas, perforaciones, mediciones geofísicas y criterios de analogía.
7. Genéticas. Son propiedades que indican el origen y evolución del yacimiento. Inicialmente se obtienen mediante observaciones de los accidentes geológicos superficiales y luego se integran al estudio los resultados de otras propiedades. Es importante la delimitación de zonas de corteza *in situ* y zonas de *redeposición*.
8. Estructurales. Se incluyen la composición de cuerpos minerales, los taludes, las fallas, las chimeneas, etc. que son importantes para determinar la existencia de vulnerabilidades relacionadas con derrumbes y deslizamientos en el macizo rocoso.
9. Biológicas. Se refiere a la detección de la presencia y distribución de vida vegetal y animal.
10. Sociales. Presencia y estado de desarrollo de grupos sociales e infraestructura humana.

Como se explicará en el Capítulo I, en el contexto de la determinación de los modelos de recursos de estos yacimientos recibe especial atención el conocimiento de las concentraciones de *Ni*, *Fe* y *Co*, y el conocimiento de la masa volumétrica seca *MV*.

Los datos primarios sobre *Ni*, *Fe* y *Co* son obtenidos mediante la realización de análisis de laboratorios a muestras obtenidas de una red de exploración regular cuadrada, usualmente de lado entre 25,0 m y 33,33 m y a intervalos promedios de 1,0 m de profundidad. Cabe recordar que con las dos primeras variables se definen los denominados tipos tecnológicos (*TT*): *FB*-mineral de hierro de balance; *FF*-mineral de hierro fuera de balance; *LF*-laterita fuera de balance; *LB*-laterita de balance; *SB*- serpentina de balance; *SD*-serpentina dura; *SF*-serpentina fuera de balance; y *RE*- roca estéril. Los rangos de estas clasificaciones dependen de los porcentajes de *Ni* mínimo y de *Fe* mínimo (*cut-off*) que se exijan para garantizar el desarrollo de los procesos metalúrgicos (Legrá Lobaina 1999) y se asignan a cada muestra según los valores de *Ni* y *Fe* que esta tenga. Cuando se ejecuta el muestreo en una red de exploración, a cada muestra se le asigna el valor correspondiente de la propiedad *TT*.

La información primaria sobre la *MV* se obtiene principalmente a partir del muestreo en unos pocos pozos criollos que son excavaciones verticales de base cuadrada (generalmente desarrollados en localizaciones donde existe un pozo de la red de exploración del yacimiento), donde para cada intervalo de 1,0 m lineal de profundidad se toma manualmente en cada pared del pozo una muestra a la cual se le determina su masa volumétrica seca (*MV*), la humedad (*H*), el coeficiente de disgregación (*CD*), la litología (*TL*) y los contenidos porcentuales de *Ni*, *Fe* y *Co* respectivamente. Como se ha dicho, también se ha muestreado la *MV* en otros tipos de excavaciones como por ejemplo las denominadas trincheras. (Vera Yeste 1979)

Para la mayoría de las muestras de la red de exploración no se conoce el valor de la *MV* lo que provoca una contradicción metodológica porque no podrá usarse un estimador de bloque para la *MV* que tenga la misma calidad que la que tienen los estimadores de bloque para *Ni*, *Fe* y *Co*. Una solución general evidente para esta importante problemática consiste en estimar puntualmente el

valor de  $MV$  en cada coordenada de punto de muestreo de la red de exploración y luego estimar la  $MV$  para cada bloque del modelo de recursos, de la misma manera en que se estiman los valores de cada variable  $Ni$ ,  $Fe$  y  $Co$  (Ver Figura Int.1).

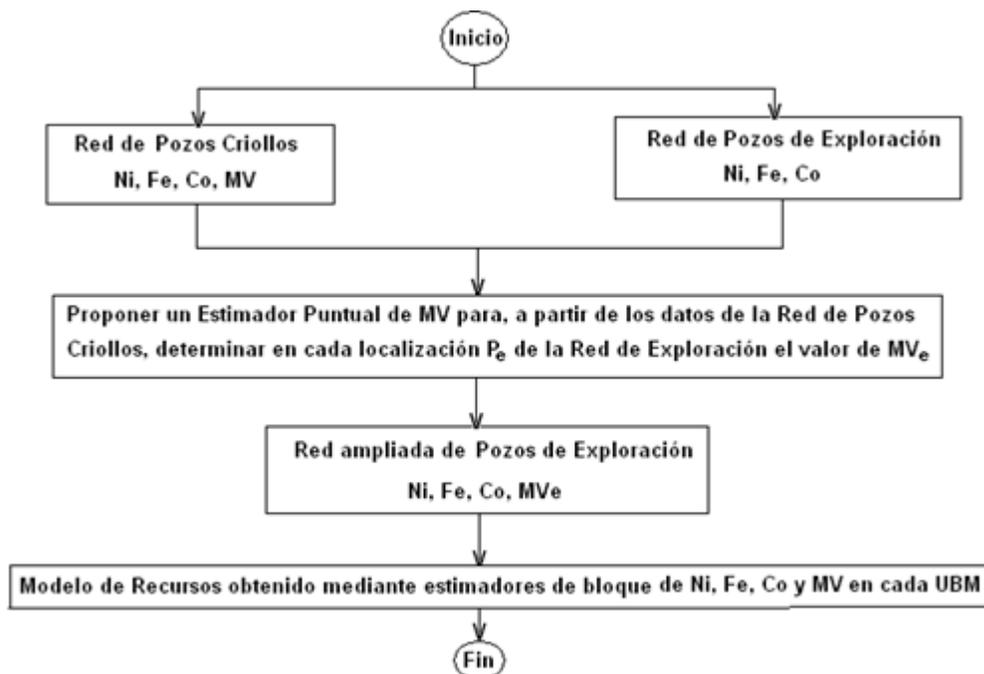


Figura Int.1: Papel del estimador puntual de  $MV$  para determinar el modelo de recursos. (Fuente: El autor).

Las ideas tradicionales para estimar la  $MV$  en los yacimientos lateríticos cubanos se han basado en cuatro principios prácticos: (Vera Yeste 1979); (Miranda Domínguez 1998); (Legrá Lobaina 1999).

- Excavar de 10 a 12 pozos criollos por cada  $\text{km}^2$  de área de superficie del yacimiento.
- Asumir como valores de muestreo en cada pozo criollo los valores medios de sus propiedades medidas en las cuatro caras cada 1,0 m de profundidad.

Por ejemplo, para cada intervalo vertical  $d_i=[z_i; z_{i+1}]$  del pozo criollo se tendrá un solo valor de  $Ni$  obtenido como la media aritmética (o el valor predominante) de los valores muestreados en

las cuatro caras del pozo en  $d_i$ ; lo mismo sucede para el resto de las propiedades  $Fe$ ,  $Co$ ,  $CD$ ,  $H$  y  $MV$ . En cada intervalo  $d_i$ , el valor de cada  $TT$  es único y se asigna a partir de los valores promedios de  $Ni$  y  $Fe$  en  $d_i$ .

- Dividir la región que ocupa el yacimiento en varias subregiones (aproximadamente homogéneas respecto a algunas propiedades) denominados dominios (Vera Sardiñas 2001) y promediar en cada una de ellas los valores de  $MV$  para cada  $TT$  considerando los pozos criollos que pertenecen a cada subregión y en estos casos para cada subregión se tiene un valor de  $MV$  para cada tipo tecnológico. En una dirección análoga (Belete Fuentes 1998) propone una zonificación del yacimiento por tipos litológicos de menas.
- El valor de  $MV$  en cualquier localización del yacimiento donde esta propiedad no ha sido muestreada, pero se conocen los valores de  $Ni$  y  $Fe$  y por tanto su  $TT$ , se determina la subregión a la que pertenece la localización y se asigna el valor de  $MV$  que corresponde según el valor del  $TT$  de la muestra.

Estos criterios han evolucionado sobre la base de considerar que la  $MV$  es función de los porcentajes de cada elemento químico presente (en este caso, al menos, de  $Ni$ ,  $Fe$  y  $Co$ ) y también es función de la posición geométrica de la localización y, en particular, de su posición relativa con respecto a las coordenadas de las muestras de los pozos criollos que aportan información real sobre el comportamiento de la  $MV$ .

Entre los métodos conocidos de estimación de las masas volumétricas son significativos:

- El peso volumétrico como función mínimo cuadrada de los contenidos de yacimientos lateríticos de corteza de intemperismo. (Serrano Coello 1991);
- método basado en triangulaciones y concentraciones de  $Ni$ ,  $Fe$  y  $Co$ . (Legrá Lobaina 1999);
- método basado en Co-Krigeaje con Variable Colocalizada. (Cuador Gil 2002);

- el uso de modelos mínimos cuadrado para estimar *MV* a partir de las concentraciones de varios elementos químicos según estudios realizados por el personal de las empresas Pedro Sotto Alba y Empresa Geólogo Minera de Oriente. (Menéndez Hunt, Domínguez Romero et al. 2017);
- la *MV* expresada en base a las concentraciones químicas de los elementos en óxidos en función de la masa molecular de los elementos. (Guilarte Santiesteban, Jardínez Ocampo et al. 2019).

En cualquier caso, cuando se modela la *MV* mediante estimaciones en los puntos de la red de exploración surgen dos problemáticas esenciales:

- ¿Cómo asegurar que los datos de entrada garantizan suficiente representatividad e información sobre la realidad para que los modelos matemáticos se alimenten con datos significativos?;
- ¿cuál modelo matemático escoger entre varias opciones disponibles de manera que el modelo seleccionado tenga las propiedades deseadas, explique correctamente la “realidad” que expresan las muestras y además, sea capaz de estimar nuevos valores de las propiedades en localizaciones no muestreadas, de forma tal que sean cercanos a los valores reales desconocidos?

A partir de los aspectos comentados se puede concluir que aún existe la siguiente:

### **Situación problemática**

Las estimaciones conocidas de la masa volumétrica en los yacimientos lateríticos cubanos:

1. No incluyen procedimientos para estudiar y asegurar la capacidad explicativa y pronosticadora de los estimadores seleccionados con respecto a los datos de entrada;
2. no incluyen procedimientos para seleccionar los modelos matemáticos que mejor explican y pronostican la realidad que expresan los datos de entrada;
3. no siempre incluyen y usan procedimientos para evaluar el error de estimación;

4. no incluyen procedimientos para maximizar el uso de la información de los datos.

Como preámbulo conceptual imprescindible debe adelantarse que en este trabajo se asume que un **estimador eficaz** de la  $MV$  es precisamente aquel que incluye procedimientos tales que, maximizando el uso de la información disponible en los datos de entrada, asegure una adecuada capacidad explicativa y pronosticadora valorada mediante técnicas de validación cruzada y mediante la obtención de valores mínimos del error de cada estimación.

### **Problema Científico de la Investigación**

Necesidad de establecer un estimador de masa volumétrica puntual y eficaz que permita completar los valores necesarios de esta variable en la red de exploración de los yacimientos lateríticos cubanos para crear el modelo de recursos geológicos.

### **Objeto de la investigación**

Masa volumétrica seca en yacimientos lateríticos cubanos.

### **Campo de acción**

Estimación puntual y eficaz de  $MV$  en la red de exploración de los yacimientos lateríticos cubanos.

### **Objetivo general**

Establecer un estimador puntual y eficaz de masa volumétrica que permita completar los valores necesarios de esta variable en la red de exploración de los yacimientos lateríticos cubanos para crear su modelo de recursos geológicos.

La respuesta gnoseológica que prevé esta investigación se basa en la aplicación de estimadores  $UPD$  de la familia  $(A, U, \Theta)$  tal como describe. (Legrá Lobaina 2017); (Legrá Lobaina 2018); (Legrá Lobaina 2020).

### **Hipótesis**

A partir de estimadores  $(A, U, \Theta)$  que:

- Tengan la función núcleo del tipo  $PD$  (potencia  $p$  de la distancia euclidiana  $d$  con factor de suavización  $s$ ):  $\Theta(d)=d^p$ , con  $p>0$  y  $s\geq 0$ ;
- tengan como deriva  $\varepsilon(P)$  a una combinación lineal de los valores disponibles de concentración de los elementos químicos considerados en la investigación.

Puede establecerse un **estimador múltiple** viable y eficaz que, a partir de cierto subconjunto de los  $n$  datos de  $MV$  y las concentraciones de elementos químicos en los pozos criollos, realice estimaciones de  $MV$  para puntos de la red de exploración mediante soportes compactos de tamaño  $m$  considerando los dominios y capas verticales del yacimiento.

### **Objetivos específicos**

1. Establecer un sistema actualizado de conocimientos acerca de la estimación de la masa volumétrica en yacimientos lateríticos cubanos, tal que permita realizar un análisis crítico acerca de las deficiencias e insuficiencias que se presentan al realizar estas estimaciones y la influencia de estos obstáculos al modelar recursos geológicos.
2. Establecer recomendaciones relacionadas con el uso de los dominios geológicos y capas verticales para aplicar el procedimiento de estimación que se propone.
3. Caracterizar mediante ecuaciones matemáticas el estimador múltiple  $UPD$  de la clase  $(A, U, \Theta)$  que se propone en la hipótesis de esta investigación.
4. Desarrollar un procedimiento para estimar eficazmente la masa volumétrica puntual de la red de exploración de los yacimientos lateríticos cubanos.
5. Diseñar y desarrollar un software que implemente los resultados del objetivo 4.
6. Aplicar el software desarrollado a los datos disponibles del bloque  $O48$  del yacimiento Punta Gorda explotado por la Empresa Comandante Ernesto Che Guevara.

### **Novedad científica**

Estimador múltiple puntual de la familia  $(A, U, \Theta)$  de núcleos  $UPD$ , eficaz para determinar la masa volumétrica en la red de exploración de los yacimientos lateríticos cubanos.

### **Aportes prácticos**

1. Procedimiento para estimar puntual y eficazmente la  $MV$  en yacimientos lateríticos cubanos.
2. Aplicación informática para aplicar el estimador.
3. Estimación de la  $MV$  en el bloque  $O48$  del yacimiento Punta Gorda de Moa.

### **Tareas de investigación**

- I.A Revisar las fuentes bibliográficas académicas y tecnológicas relacionadas con el objeto y campo de acción de la investigación.
- I.B Revisar fuentes de conocimientos relacionadas con los softwares más conocidos relacionados con la modelación de  $MV$  en yacimientos lateríticos cubanos.
- I.C Escribir un sistema actualizado de conocimientos acerca de los conceptos y algoritmos relacionados con la modelación de  $MV$  en estos yacimientos.
- I.D Realizar un análisis crítico acerca de las deficiencias e insuficiencias que se presentan al realizar estas modelaciones en yacimientos cubanos.
- 2.A Sistematizar la metodología propuesta por (Vera Sardiñas 2001) para establecer los dominios de un yacimiento y argumentar la consideración de las capas verticales.
- 2.B Argumentar la importancia que tiene estimar  $MV$  sobre soportes compactos que tengan en cuenta los dominios geológicos y las capas verticales.
- 3.A Caracterizar los criterios de eficacia del estimador.
- 3.B Enunciar el estimador múltiple puntual que se propone.

- 3.C Diseñar un procedimiento de optimización discreta tal que, mediante un método combinatorio exhaustivo, proporcione valores de  $p$ ,  $m$  y  $s$  que generen resultados adecuados en sus pruebas de validación cruzada (criterio de eficacia de estimador).
- 4.A Establecer el algoritmo y condiciones de un procedimiento para estimar eficazmente la masa volumétrica en la red de exploración de los yacimientos lateríticos cubanos.
- 5.A Diseñar una aplicación informática para implementar los resultados anteriores.
- 5.B Desarrollar en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Moa la aplicación informática diseñada.
- 6.A Aplicar en términos ilustrativos la aplicación informática a los datos disponibles en el bloque *O48* del yacimiento Punta Gorda de la provincia Holguín, Cuba.
- 6.B Argumentar sobre la validez del procedimiento propuesto para la modelación *3D*.

Los principales **Métodos Científicos** utilizados son:

- Compilación de conocimientos mediante revisiones bibliográficas y estudio de bases de conocimientos en la industria minera cubana e internacional;
- análisis y síntesis;
- abstracción e integración;
- analogía;
- sistémico estructurado; y
- modelación y simulación.

### **Presentación de la memoria escrita**

En la memoria se presenta la introducción que describe brevemente el escenario científico donde se realiza la investigación y se establece su diseño metodológico.

Se escribieron tres capítulos para detallar el desarrollo y los principales resultados logrados. En el Capítulo I se establece el estado gnoseológico actual del tema de la investigación donde se analizan críticamente los métodos de estimación de la masa volumétrica en los yacimientos lateríticos cubanos y se fundamenta la necesidad de la presente investigación, así como la acertada selección de la dirección de la solución propuesta.

En el Capítulo II se describe y argumenta la novedad científica. También se presentan los elementos visuales y operacionales de la aplicación informática desarrollada como apoyo práctico al trabajo.

En el capítulo III se ilustra el procedimiento propuesto con el caso del bloque *O48* del yacimiento Punta Gorda del municipio Moa en la provincia Holguín.

A continuación, se presentan cuatro conclusiones, tres recomendaciones de la investigación y la bibliografía referenciada. Finalmente se incluyen 15 anexos que amplían y precisan el texto.

### **Sobre la bibliografía consultada**

Durante la presente investigación se han revisado más de 300 fuentes de bibliografía científica que contienen el conocimiento establecido sobre los temas teóricos y prácticos en los que se enmarca este trabajo. De ellas se referenciaron 120, de las cuales se muestra un resumen en la tabla N° 1.

Tabla 1. Literatura técnica referenciada.

| Tipo de bibliografía                     | Analizados | 1900-1990 | 1991-1999 | 2000-2010 | 2011-2021 |
|--|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Libros                                   | 15         | 5         | 1         | 3         | 6         |
| Artículos científicos                    | 47         | 4         | 3         | 15        | 25        |
| Tesis de diploma, maestrías y doctorados | 21         | 4         | 5         | 7         | 5         |
| Informes técnicos                        | 18         | 2         | 1         | 3         | 12        |
| Trabajos en eventos                      | 8          | 0         | 0         | 5         | 3         |
| Normas                                   | 3          | 1         | 0         | 2         | 0         |
| Otros documentos                         | 7          | 0         | 1         | 3         | 3         |
| Total                                    | 119        | 16        | 11        | 38        | 54        |
| Porcentaje                               | 100%       | 13,45%    | 9,24%     | 31,93%    | 45,38%    |

## **CAPÍTULO I: ANÁLISIS DEL ESTADO ACTUAL DEL TEMA**

### **1.1 Introducción**

La minería es una de las industrias más antiguas y ha influido notablemente en la evolución de todo el mundo. Hoy no se puede separar la evolución humana de la minería y en la actualidad casi todas las cosas que usamos se hacen de minerales o de sus productos derivados. (González Vogel, Martínez Reyes et al. 2015).

La estimación de los recursos y las reservas de un yacimiento o de un bloque de explotación permite obtener un mayor conocimiento de la zona de estudio, ya que define las toneladas de mineral útil presentes, así como también la morfología del yacimiento, lo que posteriormente facilitará la elección de un método de explotación idóneo. (Velarde Vargas 2016).

Las numerosas clasificaciones actuales de recursos y reservas minerales se basan en: el aseguramiento geológico, la calidad de la información geológica (de la red de muestreo y los análisis de laboratorio, etc.), la factibilidad técnica y la viabilidad económica según las condiciones actuales de costos y precios. Aunque los dos últimos factores mencionados pueden ser evaluados adecuadamente, el aseguramiento geológico puede depender en gran medida de clasificaciones subjetivas.

Una estimación efectiva de recursos minerales debe integrar un número grande de diferentes aspectos, entre los que se incluyen:

- Recopilación de datos geológicos;
- recopilación de datos geotécnicos;

- muestreo y ensayos;
- determinación de la masa volumétrica;
- interpretación geológica y modelación;
- estimación de leyes de mineral y tonelaje;
- validación; y
- clasificación confidencial de los recursos y reportes. (Dominy, Noppé et al. 2004).

El agotamiento de los recursos es un aspecto de la industria minera que la diferencia especialmente de otras actividades industriales, ya que los recursos con que trabaja no son renovables. Los beneficios se generan dentro de un plazo limitado por la vida de la mina, que depende de las reservas y el ritmo de extracción. Esta particularidad ha llevado a muchos países a dar un tratamiento fiscal exclusivo a las empresas mineras; por ejemplo, en los Estados Unidos las reservas están sujetas a una "Depleción", operación similar a la depreciación de los activos fijos. (Cortés Alvarez and Gallardo Alcalaya 1998).

Un aspecto muy importante a la hora de determinar la cantidad de recursos y reservas mineras lo constituye el establecimiento del valor de la densidad de los minerales que componen el yacimiento estudiado. En el caso de los yacimientos lateríticos cubanos, se han desarrollado múltiples investigaciones relacionadas con la determinación de la masa volumétrica (*MV*) de los yacimientos explotados, no obstante, la situación actual sobre este aspecto, dista mucho del consenso entre los investigadores.

El autor (Belete Fuentes 1998) en su tesis de doctorado explica que existe una gran diferencia entre el mineral que se extrae de los frentes de extracción y el que se alimenta a la planta metalúrgica, debido a que el método de levantamiento taquimétrico que se utiliza para calcular el volumen viene acompañado de errores que lo hacen exceder los valores permisibles; y a la insuficiencia del método

de determinación de la masa volumétrica que se aplica en estos yacimientos. Su investigación estuvo dirigida a la solución del primer problema planteado.

En el presente capítulo se describirá el marco teórico contextual relacionados con el objeto y campo de acción de la investigación. El objetivo del capítulo es obtener un sistema actualizado de conocimientos acerca de los conceptos y procedimientos relacionados con la modelación de la *MV* en yacimientos lateríticos, tal que permita realizar un análisis crítico acerca de las deficiencias e insuficiencias que se presentan al realizar las estimaciones de esta variable y sus consecuencias al modelar recursos y reservas geológicas.

## **1.2 Masa volumétrica y otras propiedades físicas de los minerales**

Los autores (Rshevsky and Novik 1984) plantearon que por propiedades físicas de las rocas se entiende su comportamiento particular (reacción de respuesta) durante la acción sobre ella de determinados campos o medios. Numéricamente cada propiedad física se valora con uno o varios parámetros (índices, características) que representan las medidas cuantitativas de la propiedad.

Las propiedades de las rocas y sus correspondientes parámetros que caracterizan su reacción de respuesta ante la acción de determinados instrumentos (por ejemplo, de perforación), mecanismos o procesos tecnológicos (por ejemplo, explosiones), se denominan minerotecnológicos.

El conjunto total de los parámetros físicos y minerotecnológicos de las rocas, que describen su comportamiento durante el proceso de explotación se denomina habitualmente parámetros físico-técnicos. Se conocen más de 100 de estos parámetros, por lo que su medición cotidiana para cada tipo de rocas es una tarea prácticamente imposible.

Con el objetivo de comparar las rocas, conjuntamente con su valoración, análisis y clasificación se destaca un grupo limitado de parámetros físico-técnicos que representa el mínimo necesario y

suficiente para la caracterización física y geológica de las rocas. Estos son los denominados parámetros básicos de las rocas, una muestra de los cuales se muestra en la Tabla I.1.

Tabla I.1 Parámetros físico-técnicos básicos de las rocas. (Rshevsky and Novik 1984)

| Propiedades       | Parámetros principales                        | Unidad de medida  | Concepto   | Límites habituales de la magnitud     |
|-------------------|---|-------------------|--|---------------------------------------|
| Másicas           | Masa Volumétrica (MV)                         | kg/m <sup>3</sup> | Masa de la unidad de volumen de mineral seco con su estructura natural inalterada (con poros, grietas, etc.)                                     | 1 500-3 000                           |
|                   | Porosidad                                     | %                 | Volumen relativo de todos los poros, incluidos en la unidad de volumen del mineral.  | 1,5-30                                |
| Mecánicas         | Límite de resistencia a la compresión.        | Pa                | Valor crítico de la tensión de compresión uniaxial durante la cual ocurre la ruptura de la roca.   | 10 <sup>7</sup> - 3.10 <sup>8</sup> . |
|                   | Límite de resistencia a la tracción           | Pa                | Valor crítico de la tensión de tracción uniaxial durante la cual ocurre la ruptura de la roca.   | 0-2.10 <sup>7</sup>                   |
|                   | Módulo de elasticidad longitudinal (de Young) | Pa                | Factor de proporcionalidad entre la tensión normal actuante y la correspondiente deformación longitudinal elástica                               | 10 <sup>9</sup> -3.10 <sup>11</sup>   |
|                   | Coefficiente de Poisson                       | --                | Coefficiente de proporcionalidad entre las deformaciones elásticas longitudinal y transversal durante carga uniaxial normal.                     | 0,1-0,45                              |
| Electromagnéticas | Resistencia eléctrica específica.             | Ω.m               | Magnitud inversamente proporcional a la fuerza de la corriente que circula a través de 1 m <sup>2</sup> de una muestra con tensión igual a 1 V/m | 10 <sup>-3</sup> - 10 <sup>8</sup>    |

|  |                                    |    |  |            |
|--|------------------------------------|----|--|------------|
|  | Permeabilidad dieléctrica relativa | -- | Coefficiente que muestra en cuanto disminuye la tensión del campo eléctrico cuando se introduce en él una roca.  | 2-30       |
|  | Permeabilidad magnética relativa   |    | Coefficiente que muestra la variación de la inducción magnética de un campo cuando se introduce en él una muestra de roca en comparación con el campo en el vacío. | 0,9998-6,5 |

La *MV* de la mayoría de los minerales oscila entre 1,5 y 3,5 t/m<sup>3</sup>. Una *MV* elevada la poseen las menas en cuya composición aparecen minerales pesados como hematita, magnetita, sideritas entre otros. Una *MV* baja la poseen los sedimentos hidroquímicos –yeso 2,3 t/m<sup>3</sup>. Otros minerales poseen valores muy bajos de este parámetro, como el carbón y la hulla que pueden llegar hasta 0,7 t/m<sup>3</sup>. (Rshevsky and Novik 1984)

El autor (Alonso 2013) considera que la densidad es una propiedad elemental y fundamental de los materiales, relacionada con la naturaleza de sus constituyentes y la existencia de espacios vacíos entre ellos. La densidad ( $\rho$ ) se define como la masa ( $m$ ) por unidad de volumen ( $V$ ), y se expresa en kg/m<sup>3</sup>:

$$\rho = \frac{m}{V}, \text{ kg/m}^3 \quad (\text{I.1})$$

Conocida la masa y el volumen de una muestra rocosa se determina de forma inmediata su densidad. En los materiales porosos tanto la masa como el volumen admiten ciertas matizaciones y en consecuencia, se pueden establecer distintos tipos de densidad. Fundamentalmente se distinguen dos: “densidad de los granos minerales” y “densidad de la roca seca”. También se consideran otros tipos de densidad, obtenidos a partir de distintos ensayos, como la “densidad de la roca húmeda” (para un determinado contenido en humedad) y la “densidad corregida” o

“densidad del esqueleto” (cuando el volumen de roca no incluye los poros abiertos, pero incluye los poros cerrados).

La densidad de los granos minerales ( $\rho_s$ ), conocida también como densidad real (*UNE-EN*), densidad de la fracción sólida o densidad verdadera (“true density”, *IUPAC*-- International Union of Pure and Applied Chemistry), se define como la masa de material seco ( $m_s$ ) por unidad de volumen de la parte sólida de la roca ( $V_s$ ), es decir, el volumen después de ser excluidos sus espacios vacíos:

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s} \quad (I.2)$$

Su valor puede calcularse de forma teórica a partir de la densidad de los minerales constitutivos, o puede obtenerse experimentalmente mediante el método clásico del picnómetro y el picnómetro de helio.

La densidad de la roca seca, ( $\rho_s$ ), conocida también como densidad aparente (*UNE-EN*), densidad de la roca en bloque (“bulk density”, *IUPAC, 1994*), peso del volumen, o masa volumétrica (MV) se define como la masa del material seco ( $m_s$ ) por unidad de volumen total de roca ( $V_t$ ), es decir, el volumen incluyendo su parte sólida ( $V_s$ ) y todos sus espacios vacíos ( $V_v$ ) (Alonso 2013):

$$MV = \frac{m_s}{V_t} \quad (I.3)$$

La definición de densidad se complica aún más por una serie de definiciones alternativas. Esto lo ilustra la Sociedad Estadounidense de Pruebas y Materiales (*ASTM*), cuyo libro estándar de definiciones muestra más de 40 definiciones de densidad basadas en el concepto de masa por unidad de volumen. El British Standards Institute ha reducido el campo, pero todavía contiene 14 tipos únicos de densidad.

La diferencia entre la  $MV$  y la densidad de las partículas (gravedad específica) se puede apreciar en las siguientes figuras. La Figura I.1 muestra un material compuesto de sólidos y una separación del volumen vacío en un volumen de poros "superficial" y un volumen vacío entre partículas. En la determinación de la  $MV$ , solo se incluyen en el volumen los poros internos del material. En consecuencia, los poros superficiales del material no se incluyen en la determinación del volumen de la  $MV$ .

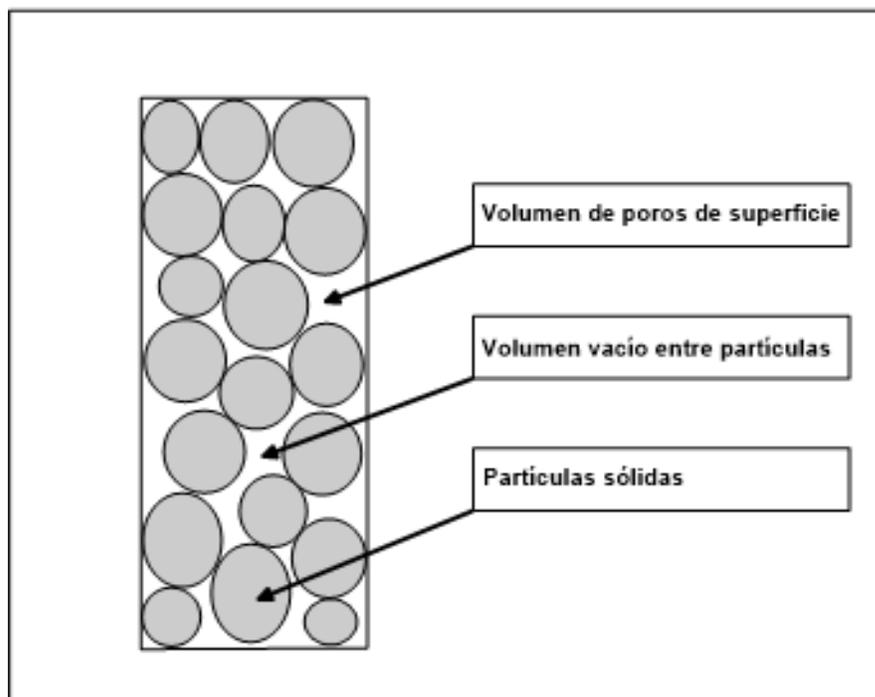


Figura I.1. Esquema de la determinación de la  $MV$  que muestra la diferencia entre los volúmenes de vacíos.

La densidad de partículas, que está directamente relacionada con la gravedad específica de un material, representa solamente la densidad de la parte sólida de la muestra. Por lo tanto, la densidad de las partículas se determina dividiendo su masa entre el volumen de las partículas y no incluye los huecos dentro del material. Esto se muestra en la Figura I.2.

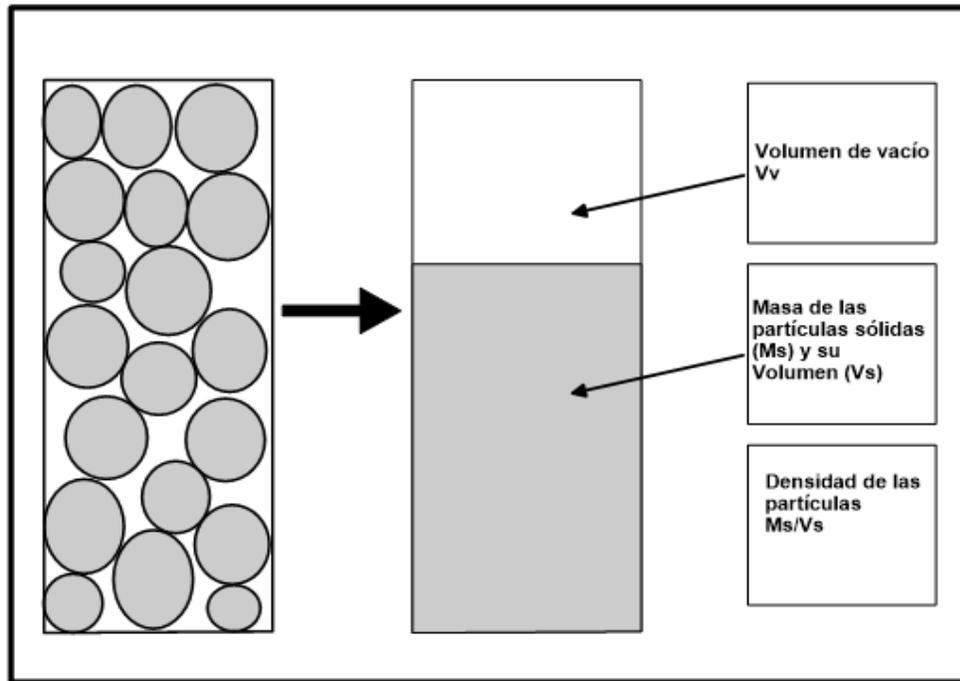


Figura I.2 Esquema de la determinación de la densidad de partículas de una muestra de núcleo.

En la actualidad existen varios métodos automáticos y manuales para determinar tanto la  $MV$  como la densidad de partículas de un material. Por ejemplo, un picnómetro de helio automatizado, que usa gas helio para determinar el volumen de un material, puede usarse para determinar la densidad de partículas o la gravedad específica de un material.

La estimación de la  $MV$  es un asunto crítico para la estimación de la cantidad de mineral precisa, no solo de los cuerpos mineralizados sino también del material adyacente no mineralizado o débilmente mineralizado. Las litologías, las características de intemperismo, los tipos y el carácter de alteraciones presentes, las variaciones de los diferentes tipos de minerales y la porosidad primaria y secundaria contribuyen a posibles variaciones espaciales en la  $MV$  y requieren un análisis minucioso. (Crawford 2013).

Las propiedades físicas de las rocas derivan de las características puramente petrográficas; de los minerales que las forman, de su tamaño y morfología; del volumen de poros, de su forma y de la

naturaleza de los fluidos que rellenan estos poros. La porosidad de un material pétreo es un parámetro de conjunto que se define como la relación entre el volumen total de poros y el volumen total de la probeta o roca. (Benavente, Bernabéu et al. 2004).

La densidad es un parámetro físico básico en la caracterización de las rocas que depende fuertemente de su composición mineralógica y porosidad. Dicho parámetro se recoge en diferentes especificaciones, como la *American Society for Testing Materials (ASTM)*. En función de la fracción de porosidad que se considere, se pueden definir diferentes tipos de densidad, como la densidad real, la densidad de conjunto o *bulk* y la densidad aparente.

Es importante señalar que no existe un consenso para la definición de la densidad. Anteriormente se ha utilizado la definición de la *IUPAC* pero, dependiendo del área en que se trabaje, se puede encontrar definiciones completamente diferentes que las que se han definido anteriormente. Por ejemplo, la densidad de conjunto definida por la *IUPAC* (1994), se define como aparente según *UNE-EN 1936 (1999)* (norma de Piedra Natural). Por ello, es aconsejable definir el tipo de densidad que se esté utilizando y la técnica (o norma) utilizada.

La porosidad total  $P_t$  de una roca se puede calcular por medio de la relación de la densidad real (o de grano)  $\rho_r$  y la densidad de conjunto o masa volumétrica  $MV$  (Benavente 2006):

$$P_t = \left(1 - \frac{\rho_r}{MV}\right) \cdot 100; \% \quad (I.4)$$

Planteamientos similares sobre estas propiedades máxicas realizaron los autores (Lin, Tadai et al. 2015); (Baumann and Keller 1975); (Ryan 1990); (Committee 2019); (Makhuvha, Arellano et al. 2014); (Scogings 2015); (Emerson 1990); (Ortiz and Emery 2016); (Dias, Costa et al. 2012). (Scogings 2015)

Según el criterio de los autores (Lipton and Horton 2014) la densidad de los minerales puede expresarse de varias formas (ver Tabla I.2) y se debe analizar cuidadosamente el valor de esta magnitud para su correcta aplicación.

Las leyes de contenido de los metales se determinan y expresan sobre una base de porcentaje de peso seco (a menos que se indique lo contrario). Por lo tanto, al estimar los recursos y las reservas mineras, normalmente es la *MV* seca la que se debe aplicar. La *MV* in situ (In situ Bulk Density, *ISBD* por su sigla en inglés), incluido el contenido de agua natural, debe tenerse en cuenta al estimar el tonelaje de material que se extraerá o procesará.

**Tabla 1.2. Descripción de términos claves según (Lipton and Horton 2014)**

| Términos              | Unidad           | Definición   |
|-----------------------|------------------|--|
| Gravedad específica   | -----            | Densidad relativa: razón entre la densidad y la densidad del agua a 4 °C. (1,0 t/m <sup>3</sup> ).                       |
| Densidad              | t/m <sup>3</sup> | Masa por unidad de volumen.  |
| <i>MV</i> in situ     | t/m <sup>3</sup> | Densidad del material con el contenido natural de agua.  |
| <i>MV</i> seca        | t/m <sup>3</sup> | Densidad del material cuando se ha extraído toda el agua de los poros.   |
| Densidad de partícula | t/m <sup>3</sup> | Densidad de las partículas. La masa y el volumen se refieren solo a las partículas sólidas.                              |
| Porosidad aparente    | %                | Razón entre el volumen de poros abiertos interconectados entre el volumen de conjunto, expresado en por ciento.          |
| Porosidad total       | %                | Razón del volumen total de poros, incluyendo los poros obstruidos, entre el volumen de conjunto expresado en por ciento. |
| Contenido de humedad  | %                | Razón de la masa de agua libre contenida en el mineral entre la masa de la parte sólida seca.                            |

## Contenido de humedad

La humedad del suelo influye en muchas propiedades físicas del suelo, entre ellas la densidad aparente y el espacio poroso. La humedad del suelo se expresa gravimétricamente, con base en la masa, o volumétricamente, con base en el volumen. La humedad gravimétrica ( $w$ ) es la forma básica de expresar esta humedad. (Flores Delgadillo and Alcalá Martínez 2010).

El contenido porcentual de agua de un material es la razón entre la masa del agua contenida en los poros del suelo o material rocoso dividido entre la masa sólida de las partículas que contiene este material, multiplicado por  $100$ . Para la determinación de estas masas se utiliza la temperatura estándar de  $110\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 5\text{ }^{\circ}\text{C}$ . (ASTM 2010);(Industrial 1990);(Normalización. 2000).

Se conoce como contenido de agua o humedad de un suelo, la relación entre el peso de agua contenida en el mismo y el peso de su fase sólida. Suele expresarse como porcentaje y teóricamente varía de cero a infinito.

$$CH = 100 \cdot \frac{m_h - m_s}{m_s}, \%. \quad (\text{I.5})$$

Donde:

$m_h$  – masa de la muestra húmeda, kg.

$m_s$  – masa de la muestra seca, kg.

En la naturaleza la humedad de los suelos varía entre límites muy amplios. En arcillas japonesas se han registrado contenidos de agua de  $1\ 200$ - $1\ 400\%$ , si bien estos valores son excepcionales. (Juárez Badillo and Rico Rodríguez 2005).

También el contenido de humedad, reportado como porcentaje, puede definirse con respecto a la masa húmeda de la muestra. (Lipton and Horton 2014).

$$CH_h = 100 \cdot \frac{m_h - m_s}{m_h}, \%. \quad (\text{I.6})$$

Por lo tanto, cuando se reciben datos sobre el contenido de humedad del mineral es fundamental saber sobre qué base se calculó, ya que la conversión de la  $MV$  húmeda ( $MV_h$ ) a  $MV$  seca ( $MV_s$ ) depende de este aspecto.

Al medir la  $MV$ , es importante elegir un método adecuado a las condiciones de muestreo y obtener el contenido de humedad de las muestras según estas condiciones.

Si se reporta el contenido de humedad ( $CH$ ) con respecto a la masa de la muestra seca ( $m_s$ ), se utiliza la ecuación I.7 para su determinación.

Entonces:

$$MV_s = \frac{MV_h}{1 + \frac{CH}{100}} \quad (I.7)$$

Donde:

$MV_h$  – Masa volumétrica húmeda.

$CH$  – Contenido de humedad.

O, si se reporta el contenido de humedad con respecto a la masa de la muestra húmeda ( $m_h$ ), entonces se utiliza la ecuación I.8 (Lipton and Horton 2014):

$$MV_s = MV_h \frac{100 - CH}{100} \quad (I.8)$$

Al medir la  $MV$ , es importante elegir un método adecuado a las condiciones de muestreo y obtener el contenido de humedad de las muestras según estas condiciones. Las muestras que contienen arcilla pueden presentar humedad que se libera lentamente por el secado solar durante su exposición o las muestras pueden encogerse o agrietarse durante este período, lo que conlleva una subestimación de su volumen. Un ejemplo extremo de esto se aprecia en los yacimientos de limonita y las zonas de transición de las lateritas niquelíferas en las zonas tropicales húmedas de

Asia. Algunas de las limonitas y saprolitas altamente lixiviadas pueden tener un contenido de humedad in situ de hasta 65%, con una *MV* húmeda tan baja como  $1,3 \text{ t/m}^3$  y masas volumétricas secas in situ tan bajas como  $0,45 \text{ t/m}^3$ . (Lipton and Horton 2014).

La humedad en los yacimientos lateríticos de Cuba es un parámetro que es variable en el tiempo y que se incrementa con la profundidad. Los mayores valores aparecen asociados a la zona de transición y saprolítica, mientras que los menores se asocian a la parte superior del corte, pues esta zona es la que está expuesta a los procesos de secado debido a la evaporación y al viento. (Riverón Zaldivar, Rodríguez Pacheco et al. 2009).

Un error en la determinación de la *MV* conduce a errores en la estimación de las reservas. Del mismo modo en que influye negativamente una insuficiente estimación de los parámetros potencia o contenidos minerales. (Lepin and Arioza Iznaga 1986).

En ocasiones, las declaraciones de recursos minerales se preparan utilizando un valor calculado como el promedio aritmético de varias *MV* conocidas. Este procedimiento puede ser apropiado para algunos tipos de yacimientos minerales, pero en otros puede provocar grandes y graves errores en la estimación de la masa de mineral útil y en consecuencia, provocar una sobreestimación o subestimación del contenido de metal. Cada dominio geológico debe examinarse individualmente y se debe establecer un valor de *MV* por separado para cada uno de ellos.

Para yacimientos con mineralogía más compleja donde existe una fuerte correlación entre densidad y ley de mineral, un simple promedio de la *MV* para cada dominio geológico indudablemente dará como resultado errores en la estimación de la *MV* local y consecuentemente errores en el tonelaje del recurso mineral reportado. Un mejor enfoque es estimar la *MV* en el modelo utilizando parámetros de interpolación similares a los aplicados a la estimación de las leyes del mineral. (Arseneau 2014).

En el caso de yacimientos de rocas duras consolidadas, se ignora la humedad extremadamente baja de la roca natural y las reservas se estiman utilizando la densidad determinada a partir de los testigos de perforación. Los valores relativos de los resultados de los ensayos (porcentaje, ppm, etc.) siempre se refieren al mineral seco. Los valores porcentuales de un análisis no son porcentajes de volumen. Por lo tanto, es absolutamente incorrecto calcular con estos valores un volumen y luego multiplicarlo por la densidad del mineral para obtener la cantidad de metal. (Wellmer, Dalheimer et al. 2008).

Los autores (Hossne García and Cedeño Campos 2012), plantean en sus estudios sobre la variabilidad espacial que incluso en un suelo homogéneo, las propiedades físicas pueden ser considerablemente cambiantes entre dos puntos vecinos en el mismo campo sin una causa aparente. Esta variabilidad puede ser muy alta en los campos más grandes, por lo que para llevar a cabo experimentos en este tipo de áreas con puntos de muestreo muy alejados uno del otro no es aconsejable.

Los autores, (Akinyemi, Alabi et al. 2012) plantean en sus estudios geológicos que la densidad de las rocas posee un valor particular como aspecto que conecta las propiedades de los minerales y las rocas con propiedades como la velocidad sísmica, la isostasia y la porosidad.

La porosidad  $\phi$  es el volumen de poros fraccional de una roca. La masa total de un volumen de roca  $V_T$  se compone de la masa del fluido en los poros de densidad  $\rho_f$ , más la masa de los minerales de la matriz de densidad  $\rho_{ma}$ ; la densidad medida es la  $MV$ .

La masa total se puede determinar entonces por la siguiente expresión:

$$\text{Masa total} = V_T \cdot MV = \phi \cdot V_T \cdot \rho_f + (1 - \phi) V_T \cdot \rho_{ma} \quad (\text{I.9})$$

De donde se obtiene una ecuación para la  $MV$  en términos de porosidad, densidad del fluido de poros y densidad de la matriz de minerales.

Entonces:

$$MV = \varphi \cdot \rho_f + (1 - \varphi) \rho_{ma} \quad (I.10)$$

(Akinyemi, Alabi et al. 2012)

Las empresas mineras envían muestras de rocas de forma rutinaria a los laboratorios donde se determinan la ley de metal/mineral y la densidad de las muestras. Estas muestras pueden tomarse de pozos subterráneos y superficiales que se cruzan con el horizonte objetivo o de excavaciones subterráneas o exposiciones superficiales. La densidad de la muestra es de suma importancia ya que se utiliza en la planificación de recursos para calcular finalmente el tonelaje del yacimiento y junto con el área del yacimiento se usan para calcular el tonelaje esperado del recurso mineral. Luego se utilizan la ley de contenido de metal y el tonelaje promedio para determinar la cantidad esperada de metal. Entonces es previsible que la determinación incorrecta de la densidad pueda tener un efecto muy perjudicial en la exactitud de la estimación de los recursos minerales. (Jarman 2011).

Las técnicas utilizadas para la determinación de la *MV* seca de la bauxita son las siguientes (Abzalov 2013):

- Método de reemplazo de arena;
- perforación con núcleo de diamante;
- tubo de PVC (Trombetos); y
- perforación sónica (Amargosa).

El método de reemplazo de la arena es el método más común que está certificado formalmente para la determinación de la *MV* seca en los yacimientos de bauxita de Australia. Desafortunadamente, no es práctico cuando el grosor de la capa de bauxita alcanza varios metros. En ese caso, la práctica

actual es utilizar perforación sónica para recolectar muestras intactas para una medición de *MV* seca precisa.

Según este autor los principales métodos para determinar la *MV* seca son los siguientes:

- Método del calibrador. Se divide la masa del núcleo del testigo de la perforación entre su volumen;
- técnica de desplazamiento de agua sin cubrimiento de la muestra con material resistente al agua;
- técnica de desplazamiento de agua con cubrimiento de la muestra con cera;
- técnica de desplazamiento de agua aplicando a la roca tapaporos al vacío;
- reemplazamiento de arena; y
- método sónico sobre el testigo.

Un procedimiento comúnmente utilizado para determinar la *MV* es el método de terrones, especialmente útil para suelos que contienen fragmentos de roca porque la extracción de núcleos de estos suelos es problemática. Los terrones de suelo intactos se recubren con una sustancia impermeable o semipermeable, como parafina líquida, caucho, cera o aceite, y el volumen de los terrones se mide por desplazamiento de agua. (Rossi, Hirmas et al. 2008).

La asignación de valores de *MV* a un modelo de bloque generalmente se realiza calculando los valores promedio de *MV* seca para cada dominio y los tipos de materiales que están restringidos por un modelo geológico. Se asigna un valor único a todo el volumen ocupado por el tipo de material correspondiente. La interpolación de los datos *MV* utilizando algoritmos geoestadísticos, como se practica con los yacimientos de metales básicos, suele ser inaplicable en los yacimientos de bauxita debido a la insuficiente cantidad de datos de esta propiedad. (Abzalov and Bower 2014)

La densidad se determina comúnmente mediante mediciones directas en muestras de rocas en el laboratorio; es necesario medir varias muestras de cada tipo de roca para obtener una densidad media y una varianza fiables. Los datos generales se utilizan para proporcionar valores centrales para sectores particulares. Sin embargo, la composición de los datos generales puede cambiar y se debe tener mucho cuidado con algunas capas litológicas. (Derder 2016).

Para determinar la *MV* de la mineralización presente en cada bloque existen dos posibilidades: de forma semejante a como se hace con la ley media; y a partir del valor obtenido con la ley media y considerando una adecuada correlación *ley-MV*. Este segundo método se basa en el hecho de que muy frecuentemente existe una relación entre ambas variables, de tal forma que, por ejemplo, al aumentar la ley (aumento debido al incremento del componente útil, que suele presentar altos valores de la densidad) se produce un incremento de la *MV*. De esta forma, conocida una serie de valores *ley-MV*, se puede construir una recta de regresión que, una vez constatado el alto valor del coeficiente de correlación, permita, para una determinada ley media del bloque, obtener la correspondiente *MV* de la mineralización de ese bloque. (Bustillo Revuelta and López Jimeno 1997).

En la industria minera, se emplean varias densidades diferentes dependiendo de la selección de masas y volúmenes que se incluirán. El más directo es la *MV* in situ, esto es de interés en la planificación minera, para la estimación de tonelajes de mineral que se transportarán o procesarán. Una segunda medida de densidad, igualmente importante, es la *MV* seca, definida como la masa de la estructura de roca seca entre el volumen aparente ocupado por la roca y su porosidad asociada. La *MV* seca se utiliza en la evaluación de recursos minerales para relacionar las leyes del mineral, medidas en base a una fracción de masa, con el volumen del cuerpo mineral. (Hopper, Neville et al. 2018).

Cuando existe una correlación positiva entre la *MV* del mineral y la ley de contenido de los minerales de interés, como sucede generalmente en yacimientos masivos de sulfuros, la *MV* debe estar involucrada en el proceso de estimación real, en otras palabras, las muestras utilizadas para la estimación de la ley del contenido de mineral deben ponderarse tanto por la *MV* como por la longitud. Otra opción que se considera a menudo es la interpolación directa de la *MV* junto con las variables de la ley de contenido. Este método de ponderación por densidad se utiliza en muchos yacimientos metálicos. (Glacken and Snowden 2001).

La *MV* del carbón dependiendo de su tamaño de partícula, impurezas y humedad puede estar en el rango de 700 a 1 100 kg/m<sup>3</sup> y varía según la forma en que se almacena este material.

Los estándares y regulaciones nacionales polacos definen, para el carbón, la medición estática de densidad usando una caja con un tamaño que depende de la granulometría de las partículas de carbón (cuanto mayor es el tamaño de las partículas, mayores son las dimensiones de la caja). La masa de la muestra de carbón se define simplemente como una diferencia entre la masa de la caja llena y la masa de la caja vacía. Sin embargo, este proceso necesita una muestra de gran volumen ya que solo se puede medir una pequeña parte de la cantidad total de mineral.

Sería deseable medir la *MV* de forma continua, ya que permite la medición de todo el flujo del material granular. Sin embargo, este método necesita mediciones continuas y sincrónicas tanto de la masa como del volumen de todo el flujo. El resultado de la medición de masa debe dividirse entre el resultado correspondiente de la medición de volumen. Las mediciones de masa se pueden realizar con una báscula de cinta transportadora ampliamente utilizada, y la medición de volumen se puede realizar mediante la adquisición y análisis de imágenes tridimensionales recientemente desarrollados. (Heyduk 2016).

### **1.3 Papel de la MV en los procesos geólogo-tecnológicos**

Por estimación de recursos minerales se entiende la determinación de la cantidad de materias primas minerales en el subsuelo. Se ejecuta con el objetivo principal de contabilizar estrictamente las riquezas minerales del subsuelo, para poder establecer su utilización racional e integral en la economía de un país y en este proceso se establecen la forma del cuerpo mineral y las condiciones geológicas de yacencia, el volumen y la masa del mineral en el subsuelo, los principales tipos y sus variedades, así como la calidad del mineral y sus propiedades tecnológicas. Posteriormente, como resultado del proceso de estimar las reservas mineras se propone la correcta elección del método de apertura y un sistema eficiente de explotación minera.

Los recursos y las reservas minerales (metálicas o carbón mineral) se expresan en miles de toneladas, las reservas de materiales de construcción naturales (arena, arcilla, grava, etc.), en miles de metros cúbicos. Para los minerales de metales ferrosos (hierro, manganeso, titanio, vanadio, cromo), además de su cantidad en masa, también se indica el contenido medio de metales en ellos (ley). Para los minerales de metales no ferrosos (cobre, zinc, plomo, etc.), además de los recursos y reservas de mineral, también se reporta la cantidad de metal contenido en ellas, expresadas en toneladas. Los recursos y reservas de metales preciosos (oro, plata, platino) se expresan en kilogramos. (Zamotin, Koshkina et al. 2012).

Los lineamientos del código *SAMREC 2007* (The South African Code for the Reporting of Exploration Results, Mineral Resources and Mineral Reserves), con respecto al reporte de reservas mineras (tonelaje) y datos de densidad, establece que las mediciones de densidad deben ser representativas del material que se reporta y que el método utilizado debe considerar adecuadamente los espacios vacíos, la humedad y las diferencias entre rocas y zonas de alteración dentro del depósito. (SAMREC 2016).

Una estimación eficaz de los recursos minerales debe integrar una serie de facetas diferentes, que incluyen: recopilación de datos geológicos (perforación, mapeo, etc.); recopilación de datos geotécnicos; muestreo y análisis; determinación de la *MV*; interpretación y modelación geológica; estimación de ley/tonelaje; validación y reportes confiables y clasificación de los recursos.

En muchos casos, se realiza un número inadecuado de determinaciones o, incluso si lo son, la variabilidad no siempre se tiene en cuenta en las estimaciones de recursos/reservas resultantes.

La utilización de valores de la *MV* estimados de forma incorrecta puede que no provoque errores de un orden de magnitud, pero sin dudas afectará los volúmenes de recursos y reservas minerales reportados, e incluso un pequeño error en la estimación de las reservas en ocasiones se puede convertir en un factor muy importante que determine la viabilidad económica de un proyecto. Los errores en la estimación de la cantidad de reservas minerales (tonelaje) con frecuencia se consideran deficientemente y rara vez se cuantifican.

Aunque para la financiación del proyecto es un requisito que cualquier estimación de recursos debe incluir la base para la selección de la *MV*, en ocasiones este aspecto se descuida. (Dominy, Noppé et al. 2004).

Modelar la *MV* para la estimación de recursos puede ser complejo y complicado, y cada tipo de yacimiento debe evaluarse cuidadosamente para determinar la metodología más adecuada para modelar mejor esta variable. (Gleeson, Ravenelle et al. 2013).

La falta de criterios claramente definidos para elegir la cantidad óptima de mediciones de *MV* conduce a enfoques altamente inconsistentes y como resultado, esta magnitud puede variar significativamente incluso para yacimientos de configuración y mineralización similares.

La extracción de recursos minerales inevitablemente requiere la determinación regular de la cantidad (tonelaje) del material extraído, para ello se requiere calcular topográficamente el

volumen de este material y la determinación de su densidad. Sin embargo, un problema frecuente durante la explotación de yacimientos minerales (especialmente de minerales heterogéneos) es la determinación operativa y rápida de la cantidad extraída de reservas geológicas, principalmente porque los datos necesarios para esta determinación deben obtenerse a tiempo, es decir, en unas pocas horas. (Blistan, Jacko et al. 2020).

La información sobre la *MV* de las rocas es necesaria para la estimación de la cantidad de reservas geológicas y para determinar la cantidad de metal contenido en ellas, debido a que la calidad del mineral habitualmente se reporta como la relación entre los componentes económicamente viables, metales o minerales, en unidades de masa (*g/t*). Los ensayos de las muestras y la calidad del mineral se determinan usualmente en base a la masa seca del mineral. La magnitud correspondiente para medir la densidad de las rocas es la masa volumétrica seca (*MV*). Frecuentemente se utilizan términos obsoletos para referirse a esta importante magnitud.

A pesar de la evidente importancia de esta propiedad para la determinación precisa del tonelaje de mineral, este parámetro con mucha frecuencia es descuidado y recibe mucho menos atención que los ensayos para la determinación de los parámetros geoquímicos.

En la actualidad existe una fuerte tendencia en la industria minera para estandarizar los procedimientos de medición de la *MV* y la introducción de directrices generales para su determinación. Sin embargo, la cantidad y la distribución espacial de las muestras para la determinación de la *MV* con frecuencia son seleccionados subjetivamente sin considerar su impacto en la estimación de la cantidad de recursos minerales. Esta falta de claridad en la definición de criterios para la selección de la cantidad óptima de muestras para la medición de la *MV* conlleva enfoques inconsistentes sobre el tema y provoca que la cantidad de muestras puede variar significativamente aún para yacimientos minerales similares. (Abzalov 2013).

Aunque la estimación de recursos y reservas minerales se reporta en términos de ley (contenido de metal expresado en %, ppm, ppb) y masa (t), se determina a partir de tres parámetros: ley, volumen y *MV*. La *MV* es un valor muy sensible, pequeños cambios conllevan serias implicaciones sobre los resultados de la estimación de la cantidad de toneladas de reservas mineras y el metal contenido en ellas. (Chanderman 2015).

La *MV* seca es un parámetro del yacimiento que es crucial para estimar la cantidad de recursos minerales. En la literatura polaca sobre el tema, este término se usa indistintamente como "densidad volumétrica" o " densidad espacial", en la literatura en inglés de procedencia estadounidense como un "factor de tonelaje", mientras que el estándar europeo *EN 1936:2006 (estándar polaco PN-EN 1936: 2010 Natural stone test methods)* utiliza el término "densidad aparente", pero el término más utilizado comúnmente en la literatura técnica es masa volumétrica.

La precisión de la evaluación de la *MV* es uno de los factores que determinan la precisión de la determinación de la estimación de la cantidad de reservas mineras y de metal en unidades de masa. Los recursos minerales son un activo muy importante de las empresas mineras y su determinación incorrecta puede provocar el fallo del proyecto.

A pesar de la importancia obvia de la *MV*, la cuestión de la exactitud de su evaluación no se ha estudiado a fondo. En muchas ocasiones, este parámetro atrae menos atención que otros parámetros de los recursos minerales y parámetros de muestreo, se descuidan o incluso se consideran de importancia secundaria. Se supone que la razón de esta actitud se debe a una variabilidad relativamente pequeña y como consecuencia, se espera una alta exactitud de la estimación de su valor promedio a partir de un pequeño número de mediciones realizadas en diferentes partes del yacimiento. Dentro de dominios geológicos (unidades) internamente homogéneos, el número de mediciones de *MV* no debe ser menor que 30 y para modelar este parámetro esta cantidad debe

oscilar entre 100 y 1000 muestras, dependiendo del tipo y tamaño del yacimiento. El uso de la *MV* promedio para la estimación de los recursos minerales puede dar lugar a estimaciones erróneas de recursos minerales en diferentes partes del yacimiento. (Mucha and Wasilewska-Blaszczyk 2019). Como regla general, los recursos minerales se modelan como volúmenes en un espacio tridimensional, después de lo cual el volumen estimado debe convertirse en masa utilizando los valores de la *MV*. La determinación deficiente de esta magnitud puede provocar una estimación incorrecta de la masa de mineral útil (t), aspecto que puede impactar negativamente en la planificación de la minería y la conciliación de la producción mineral con el agotamiento de las reservas.

La determinación de la masa de la muestra es la parte más sencilla durante la estimación de la densidad. La parte desafiante radica en determinar el volumen de una muestra, especialmente cuando estas tienen formas irregulares, son friables, blandas o porosas. Los métodos *QA/QC* (*Quality Control / Quality Assurance*) que se aplican comúnmente a otros aspectos en un programa de exploración, como la calibración de equipos, duplicados de muestras, estándares y pruebas de laboratorio externas, también deben aplicarse a las mediciones de la densidad. (Scogings 2015)

Si bien se pone gran cuidado en generar una estimación confiable de las leyes, a menudo se pasa por alto la determinación de la *MV* para la estimación de recursos minerales. En su lugar, se utiliza su valor medio simple. La construcción de un modelo de *MV* confiable requiere desarrollar una buena comprensión de cómo ella varía con respecto a la ley de contenido y a la geología. Una base de datos confiable es esencial para determinar la técnica de modelación adecuada para minimizar los errores en la declaración de los recursos minerales.

La *MV* se asume a partir de una fórmula estándar de la industria que representa el contenido total de minerales pesados y lodos de los yacimientos de arena. Se considera que los valores resultantes

son consistentes con las observaciones del material en comparación con otros yacimientos minerales pesados similares con valores de *MV* conocidos. (Fuller 2018).

Varios factores influyen en la validez de las estimaciones de reservas de mineral, a saber, el control geológico, el método de muestreo, la ley de corte, la media de la muestra, la técnica analítica, la gravedad específica y los factores de dilución. La determinación de la densidad de las rocas es necesaria para la estimación de recursos minerales a partir de las leyes de bloques estimadas en *g/t*. La densidad de las rocas para diferentes formaciones rocosas suele tener distribuciones simétricas, por lo que la media aritmética es una buena medida para la formación de la densidad. (Laine 2003). Las reservas geológicas se reportan comúnmente por su tonelaje y la ley de contenido de metal. Durante la selección del tamaño de la muestra y su espaciado y en la determinación de la extensión de cada ensayo de muestra surgen problemas que son particularmente evidentes durante la explotación de yacimientos minerales de metales preciosos. (Page 2005).

La carencia de un método preciso para la medición de la densidad de mineral *in situ* es uno entre varios factores que causan errores durante la estimación de los recursos y reservas geológicas en los yacimientos de carbón y al realizar conciliaciones de tonelaje y calidad *in situ*. La capacidad de cuantificar con exactitud las toneladas de carbón extraído con una calidad específica de un área particular del cuerpo mineral es de vital importancia para cualquier operación nueva que intente desarrollar sectores marginales del yacimiento. (Meyers and Clarkson 2004).

Con respecto a la hulla, la estimación confiable de la densidad es esencial para valorar y cuantificar las reservas y los recursos minerales, calcular el coeficiente de destape, estimar la recuperación del mineral, y en algunos casos, determinar el pago de regalías o impuestos. Incluso pequeños errores en la estimación de la densidad pueden agregar o eliminar toneladas de reservas geológicas y las

discrepancias pueden ser difíciles de detectar antes de que comience la explotación. (Rózanski, Konior et al. 2019).

El principal desafío para obtener valores de *MV* para materiales con un alto contenido de fragmentos gruesos es medir con exactitud el volumen de la muestra in situ porque la distribución y el empaque de partículas son imposibles de reproducir una vez que se ha recolectado una muestra de su configuración original. La estimación o la asunción inapropiada de la *MV* total sin tener una confianza razonable en los valores establecidos pueden conllevar grandes inexactitudes durante la determinación del arrastre de sedimentos durante la explotación de yacimientos minerales. (Brye, Morris et al. 2004).

La estimación confiable de la densidad es un aspecto esencial durante la valoración de las reservas geológicas y la operación de las minas de carbón, ya que esta magnitud se utiliza para cuantificar las reservas y recursos minerales, para calcular el coeficiente de destape, estimar la recuperación, y en algunas jurisdicciones, determinar pagos de regalías o impuestos. En las últimas dos décadas una gran cantidad de investigaciones se han dedicado a la aplicación de nuevos métodos para calcular la densidad in situ, particularmente en Australia. Ello es en parte la respuesta al creciente escrutinio regulatorio y al desarrollo de rigurosos códigos internacionales para evaluar los reportes sobre el estado de las reservas mineras.

Las empresas mineras deben presentar informes de recursos y reservas preparados por expertos independientes (denominados Personas Calificadas o Personas Competentes) con base en el estándar internacional de reportes aceptado por la bolsa de valores correspondiente. El Comité de Estándares Internacionales de Informes de Reservas Minerales (*CRIRSCO*) ha establecido estándares para los códigos nacionales que son reconocidos y adoptados en todo el mundo para reportes relacionados con el mercado e inversiones financieras, incluido el Código de Australasia

para el Reporte de Resultados de Exploración, Recursos Minerales y Reservas (*JORC Code*), el Instrumento Nacional Canadiense (*NI 43-101*) y el Comité de Recursos Minerales de Sudáfrica (*SAMREC*). En junio de 2016, la Comisión de Bolsa y Valores de los Estados Unidos (*SEC*) propuso revisiones a sus propias reglas que rigen las divulgaciones de propiedad para los registros de minería, lo que también los haría cumplir con *CRIRSCO* y aumentaría significativamente el nivel de escrutinio aplicado a las estimaciones de reservas y recursos de carbón para las empresas mineras con sede en *EE. UU.* Debido a que la cantidad de reserva (t) es extremadamente sensible a los cambios de valor de la densidad, las agencias reguladoras requieren que las estimaciones se realicen con la mayor exactitud posible. (Robeck and Huo 2016).

#### **1.4 Determinación de la *MV* en el ámbito universal**

Habitualmente la determinación de la *MV* se realiza de dos formas: establecimiento de la *MV* en muestras tomadas en diferentes sectores del yacimiento y estimación de sus valores para el yacimiento completo a partir del resultado de las muestras.

Según, (Abzalov 2016), la masa volumétrica seca en la mayoría de los casos se obtiene secando la muestra durante aproximadamente 24 horas a 110 ° C y luego pesándola en una balanza electrónica precisa para aplicar la ecuación (I.3) que toma la forma siguiente.

$$MV = \frac{\text{Peso de la muestra seca, (g)}}{\text{Volumen de la muestra in situ, (cm}^3\text{)}} \cdot \frac{g}{\text{cm}^3} \quad (\text{I.11})$$

Según este autor, una cuestión importante es: ¿cuántas muestras se deben tomar para la determinación de la densidad para asegurar una estimación acertada de la cantidad de mineral y de rocas adyacentes?

El análisis realizado durante el desarrollo de esta investigación de las prácticas actuales ha demostrado que la cantidad de muestras de *MV* seca varía desde menos de 200 hasta varios miles

y ha llegado a la cantidad de 739 972 en una de las minas estudiadas. Las significativas diferencias entre las cantidades de las mediciones que se realizan para la determinación de este parámetro indican que en la actualidad los programas de muestreo están diseñados de forma subjetiva y los argumentos para determinar su cantidad óptima y su distribución espacial no están claramente definidos y los riesgos asociados no están cuantificados.

Las inconsistencias en la determinación y en la modelación de su distribución espacial indican que los programas para la determinación de *MV* se ejecutan sin estimar los errores de los modelos, y (lo que es particularmente importante) sin cuantificar su impacto en la clasificación de la categoría de los recursos. Esta limitación se puede superar si los valores de *MV* se modelan utilizando herramientas geoestadísticas, de la misma manera que se utilizan para la determinación de la ley de mineral en los yacimientos. (Abzalov 2016).

En el yacimiento de ferro-níquel Cerro Matoso la determinación de la *MV* no se realiza regularmente. Sin embargo, se han realizado seis campañas de muestreo durante los últimos años con el fin de obtener una base de datos confiable. Estas campañas utilizaron el método estándar de arena y como *in situ*. Por último, se preparó un conjunto de datos único mediante la recopilación de los datos de las campañas 1, 2, 5 y 6. Este conjunto de datos incluye 2 024 determinaciones de densidad, que se han utilizado para actualizar la base de datos del modelo de bloques y estimar leyes y tonelaje. No se ha identificado una correlación clara entre la densidad y el contenido químico.

Para la modelación de recursos en este yacimiento, se utilizaron los tipos de rocas para asignar valores de densidad a los bloques del modelo, los cuales se resumen en conjuntos de rocas con códigos específicos para la construcción del modelo geológico y la estimación de las leyes. Para validar la densidad del modelo de recurso, (Simón, Wright et al. 2011) produjo un diagrama de

caja para la densidad seca del bloque en el modelo de recurso final. La densidad modelada se comparó positivamente con los datos de densidad tabulados a partir de los análisis de laboratorio realizados.

*PLC* Anglo Asian Mining proporciona una estimación de recursos minerales para la mina Gadir, un yacimiento polimetálico (*Au-Ag-Cu-Zn*) que se explota de forma subterránea, ubicado en la República de Azerbaiyán. Esta estimación se completó de acuerdo con el Código de Australasia para el Reporte de Resultados de Exploración, Recursos Minerales y Reservas de Mineral (“El Código JORC, Edición 2012).

En la mina Gadir se han perforado alrededor de 400 pozos. La mayor parte de ellos mediante el método de perforación de diamante (“DD”, alrededor del 80%). Se analizaron además 8 786 muestras de canales (“CH”) con una longitud total de 8 645 m. Las mediciones de *MV* se determinaron para su uso en el modelo de bloques de recursos del yacimiento. Se analizaron un total de 292 muestras de núcleos seleccionados que comprendían rocas mineralizadas y material estéril. La densidad se evaluó por tipos de roca, extensión de la alteración y profundidad. El método utilizado fue el pesaje hidrostático. (Mining 2019).

Las muestras de *MV* disponibles para el proyecto Gadde Bissik en la República de Senegal comprenden 176 mediciones de inmersión de muestras de núcleos de diamante y 960 mediciones geométricas derivadas de los testigos recuperados de las perforaciones. Las mediciones de inmersión de rutina incluyeron solo secado al aire y se volvieron a medir 112 muestras con secado en horno. La masa volumétrica estimada de  $1,55 \text{ t/m}^3$  en banco para todo el yacimiento mineral se considera con suficiente precisión para la estimación de los recursos actuales. (Abbot 2016).

Según el autor (Abbot 2016), la comparación de las mediciones de densidad de inmersión secadas en horno con los resultados de las mediciones de muestras secadas al aire inicial, demuestra que la

eliminación de humedad mediante el secado en horno obtiene densidades más bajas con una diferencia promedio de alrededor del 14%.

La diferencia promedio entre las mediciones secadas al aire y al horno disminuye con el incremento de la densidad. La relación promedio entre las mediciones de densidad de secado al aire y al horno se puede aproximar mediante la siguiente función:

$$ODD = 1,22 \cdot AD - 0,71 \quad (I.12)$$

Dónde:

ODD – Densidad de las muestras secadas en horno. t/m<sup>3</sup> en banco.

AD – Densidad de las muestras secadas al aire. t/m<sup>3</sup> en banco.

Según (Gifford 2013), el reporte de Mindoro Resources Limited (*MRL*) describe que han completado un número significativo de pruebas de *MV* para proporcionar datos para estimar los tonelajes de cada zona mineralizada específica dentro del yacimiento mineral. Las muestras se tomaron predominantemente de pozos de prueba preparados para la toma de muestras de densidad. Se utilizó un total de 30 muestras obtenidas de 15 pozos de prueba para el horizonte de laterita ferruginosa; 37 muestras obtenidas de 19 pozos para limonita; y 17 muestras tomadas de seis pozos para saprolita. Además, se analizaron 19 muestras de núcleo de la zona de saprolita. Las muestras a granel se midieron en cuanto a volumen, peso húmedo y peso seco.

Según (Reid 2011), el Proyecto Agata está ubicado en la parte norte de la provincia de Agusan del Norte, República de Filipinas. El área total aprobada en el contrato del proyecto fue de 4 995 ha. El proyecto ha completado una cantidad significativa de pruebas de *MV* para proporcionar datos para estimar la masa de mineral (tonelaje) de cada zona específica dentro del cuerpo mineralizado.

Las muestras se tomaron predominantemente en pozos de prueba preparados para la toma de muestras de densidad. Los valores de densidad seca utilizados en el modelo de bloques resultante fueron  $1,24 \text{ t/m}^3$  para Limonita y  $1,45 \text{ t/m}^3$  para Saprolita.

En el yacimiento Star Zinc ubicado en Zambia, se generó un modelo de bloque con dimensiones de la unidad minera básica de  $10 \times 10 \times 4 \text{ m}$ , basado en una red de perforación de  $30 \text{ m}$  de espaciamiento y en la naturaleza estratigráfica del cuerpo mineral. Se establecieron los dominios geológicos y se aplicaron al modelo de bloque; que estaba restringido al modelo digital del terreno. El modelo de bloques fue interpolado en cada dominio utilizando Kriging Ordinario. Utilizando kriging se estimó la *MV* para cada celda del modelo de bloques en función de la ley de contenido de Zn estimado y la aplicación de la ecuación de regresión lineal entre la ley de contenido y la *MV*. (Hogg, Siddle et al. 2019).

Los métodos para medir la *MV* requieren mucho trabajo y tiempo. Como resultado, estas mediciones con frecuencia están ausentes en las bases de datos del suelo o solo contienen una breve descripción de su procedimiento de medición. Por lo tanto, se han desarrollado modelos para predecir la *MV* a partir de datos físicos y químicos del suelo y, a menudo, se han centrado en un conjunto de datos específico o limitado. Sin embargo, hay muy pocos resultados publicados sobre la relación entre los métodos de medición de la *MV*. (Heuscher, Brandt et al. 2005).

Los autores (Bauer, Strauss et al. 2014) concluyen en su análisis que el método fotogramétrico es adecuado para detectar cambios en el volumen del suelo. Además, el método es comparable con los métodos más utilizados, como el método del núcleo y el método de excavación. La principal ventaja del método fotogramétrico es que el tamaño de la muestra se puede ajustar a las condiciones del sitio. Por lo tanto, la *MV* del suelo puede estimarse incluso para suelos con grietas o con un alto contenido de piedras.

El método métrico del fotograma es más rápido que el método central durante la recolección de muestras. Otra de las ventajas del método es su capacidad para calcular densidades aparentes incluso en condiciones de superficie rugosa. Para mejorar aún más el método, se sugiere incrementar la cantidad de ensayos (es decir, más sitios de prueba). Una desventaja es que los cambios de volumen en el plano vertical pueden incrementar el error del cálculo. (Bauer, Strauss et al. 2014).

Según (Deng and Aipg 2019) la *MV* del bloque para escombros, limonita y saprolita en la mina Kurumbukari (*KBK Block*) en Papua Nueva Guinea, fue interpolado por el método del inverso de la distancia elevado al cuadrado utilizando los datos de determinación de la *MV* de las Fases 3 y 4. Debido a la falta de datos de *MV* en los bloques Ramu West y Greater Ramu, las densidades aparentes promedio para cada una de las capas de laterita en KBK Block se asignaron a las respectivas capas en los bloques Ramu West y Greater Ramu. Como la geología de los tres bloques de recursos se consideró similar, esta asignación se consideró razonable hasta que los datos de *MV* estén disponibles en estos dos bloques de recursos minerales.

### **1.5 Determinación de la *MV* en los yacimientos lateríticos cubanos**

En los yacimientos lateríticos cubanos en general se han empleado dos métodos diferentes para la determinación de la *MV* a partir de las mediciones en pozos criollos. El primer método consiste en obtener una *MV* promedio para cada uno de los horizontes tecnológicos de mineral. Esto significa que, mediante el pesaje y determinación de la humedad de todo el mineral del pozo criollo, comprendido en la zona que se haya clasificado como laterita de balance de acuerdo con los resultados de la perforación, se establece una sola *MV* para ese mineral. En la misma forma se procede con la serpentinita. Aunque cada una de estas fracciones posee de hecho una *MV* propia, en algunos casos se ha propuesto para todo el material una *MV* promedio.

El segundo método consiste en clasificar los minerales en subtipos, atendiendo a las distintas características físicas presentes en el mismo. Estas características se refieren a las diferencias de color, granulometría, compacidad y textura. En la misma forma se procede con el mineral serpentinitico. Al proceder a la apertura del pozo criollo, se extrae el mineral del primer intervalo (0,5 m), determinándose mediante su inspección macroscópica, qué tipo de mineral lo componen. A continuación se establece la *MV* mediante el método habitual de pesaje y determinación de la humedad. Como resultado de este procedimiento quedará establecida toda una serie de valores de *MV*, que abarcarán los distintos subtipos de mineral. Estos valores serán aplicados en la etapa de la estimación de las reservas geológicas, multiplicando el volumen de mineral comprendido dentro del área de influencia de cada muestra de los pozos de desarrollo geológico por el peso que le corresponda, según la descripción que el muestreo haya hecho de la muestra.

En principio, se espera que con la aplicación de estos métodos laboriosos, se obtenga una mayor precisión en la estimación del tonelaje de mineral existente en el depósito que se explora. Pero a pesar de ello, en la práctica no está garantizado que se obtengan las ventajas que la aplicación de dicho método hace esperar. (Vera Yeste 1979).

El autor (Belete Fuentes 1998) en su tesis de doctorado plantea que la *MV* se determina por el método del pozo criollo, calicata que se realiza con dimensiones de  $1 \times 1,5 \text{ m}$  en el yacimiento con densidad de  $10 - 12$  pozos criollos/km<sup>2</sup> de área de la superficie del yacimiento. Este autor propone realizar la división de los yacimientos en grupos homogéneos y siguiendo ese objetivo construye un gráfico que muestra la división de los datos, atendiendo a la variabilidad de este parámetro, lo que permite conocer su dispersión. Propone que se realicen análisis factoriales para conocer cuáles son las posibles variables que pueden afectar los valores de la *MV* y que provocan su dispersión. Crea una metodología para la toma de los datos iniciales para calcular volumen cuando se utilizan

los resultados del levantamiento taquimétrico; así como, un modelo geométrico estructural (zonificación) para la determinación de la *MV* del mineral en los yacimientos lateríticos.

La investigación de (Ramos Ramos 1989) concluye que los yacimientos lateríticos estaban sobrevalorados en cuanto a masa de reservas minerales estimadas, por lo cual realiza la determinación de los pesos volumétricos secos de las muestras obtenidas en los pozos criollos de varios yacimientos de la empresa Pedro Sotro Alba; expone el procedimiento mediante el cual se realizan las operaciones para el cálculo del peso volumétrico por la forma convencional y compara estos con los resultados obtenidos con anterioridad para llegar a la conclusión de que esta propiedad física del mineral está más relacionada con la litología del yacimiento que con el contenido de sus elementos químicos.

Durante la investigación de (Mustelier Castellanos 1990) se elabora una metodología para la determinación de la *MV* con el objetivo de incrementar la exactitud de la determinación de la cantidad de mineral extraído. Estableció la variabilidad de la *MV* en el frente de extracción, en el cubo de la excavadora, en el depósito intermedio de mineral y en las paredes de los taludes. Realizó un análisis para conocer si se pueden utilizar los datos del muestreo geológico para calcular la *MV*.

Los autores (Calderín Castro and Torres Tamayo 1994), en su trabajo de diploma desarrollan un nuevo método que consiste en la clasificación de la mena laterítica en grupos homogéneos. Para cada uno de estos grupos se elaboró un modelo matemático que representa una función lineal de 12 variables, empleando datos de los contenidos de *Fe*, *Ni* y *Co*. Se realizó un análisis de correlación-regresión a cada uno de estos grupos, lo que permitió seleccionar las variables que participarían en la expresión final del modelo. Estos representan un buen ajuste, valorados a través del análisis de la varianza de los residuos y de la prueba de Durbin-Watson. Como parte de este trabajo se obtuvo el gráfico de distribución de la *MV* generalizada en el área de estudio.

Una cuestión de importancia es la determinación de la humedad del mineral dentro del perfil litológico y la composición mineralógica, factores que determinan los cálculos de  $MV$  y finalmente repercuten en el proceso de molienda y crean problemas tecnológicos en el industrial. (Miranda López, Álvarez et al. 1996).

Los autores (Belete Fuentes, Bernal Hernández et al. 1996) concluyeron en su estudio que la diferencia de masa existente entre el mineral extraído y el mineral procesado es un problema que ha presentado la explotación de los yacimientos lateríticos en Moa desde sus inicios. La  $MV$  es, a su juicio, uno de los factores principales causante de variaciones de la calidad de los procesos tecnológicos minero-metalúrgicos.

Según (Legrá Lobaina 1999), la densidad de la laterita de balance es un parámetro variable que cambia de un perfil a otro en el yacimiento, de acuerdo a las características químicas y mineralógicas que presente el mineral en cada perfil de alteración.

Los autores, (Legrá Lobaina, Polanco Almanza et al. 1999) propusieron para los yacimientos lateríticos cubanos estimar el valor de la  $MV_{tP}$  para la capa tecnológica " $t$ " del pozo  $P$  de la red de exploración a partir de sus coordenadas  $P_P=(X_p; Y_p)$  y de sus contenidos promedios de níquel, cobalto y hierro para la capa tecnológica " $t$ ", respectivamente  $Ni_t$ ,  $Co_t$  y  $Fe_t$ .

Utilizando la metodología de triangulación a partir de las coordenadas espaciales de cada pozo criollo conocido, se determinan cuáles son los pozos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  que son vértices del triángulo que contiene al pozo  $P$ .

Considerando la ubicación espacial de las cuatro paredes de los pozos  $A$ ,  $B$  y  $C$  y los valores de  $Ni_t$ ,  $Co_t$  y  $Fe_t$  para cada tipo tecnológico  $t$  en los pozos  $A$ ,  $B$  y  $C$  de cada una de estas caras, se propone un estimador lineal basado en la solución de un sistema de ecuaciones lineales que proporciona el

valor de las masas volumétricas  $M_{tp}$  de cada capa tecnológica  $t$  de cada pozo de exploración  $P(X_p; Y_p)$ .

Cuando no se pueda utilizar este método de estimación de la  $MV$ , debido a que el pozo de exploración  $P(X_p; Y_p)$  no pertenezca a ninguno de los triángulos formados por los pozos criollos, entonces los autores proponen estimar el valor de  $M_{tp}$  en función de la  $MV$  de los puntos más cercanos.

Los autores (Martínez Vargas and Pérez Melo 2006) y (Martínez Vargas and Pérez Martínez 2000) plantean que la densidad de los materiales que componen los distintos horizontes muestran una tendencia bien definida a aumentar hacia la parte superior del perfil, existiendo una diferencia bien marcada entre la densidad que presentan los materiales componentes de las zonas serpentínicas con respecto a las lateritas. Concluyen que en la medida que el material laterítico posea una mayor cantidad de componente serpentínico, su densidad será menor.

(Pérez Melo 2003) comenta que en la estimación de los recursos y las reservas geológicas es esencial la estimación precisa de los contenidos de varios elementos químicos y otras variables como la densidad de las litologías en puntos no muestreados. Los valores obtenidos de dichas estimaciones se emplean además en la planificación a corto, mediano y largo plazos de la minería. Generalmente se parte de la información primaria de los pozos de exploración, pero la autora plantea una gran duda: ¿Cuál es el método más apropiado para estimar el valor de estas variables? El autor (Serrano Coello 2003), plantea que se han propuesto diferentes metodologías para la determinación de la  $MV$  que van desde la aplicación de valores constantes para todo el mineral y/o sus horizontes meníferos, hasta la utilización de patrones de asignación (subtipos de minerales, tipos litológicos-tecnológicos y otros). Propone certificar los contenidos químicos (ley) de

elementos útiles (*Ni* y *Co*) y estimar sus valores para el resto del yacimiento y a partir de modelación geoquímica establecer la *MV*, para establecer la cantidad de mineral alimentado.

En el trabajo de (Arias del Toro and Pérez Campos 2007) se asume la existencia de una relación genética natural entre el peso volumétrico, el tipo litológico y que la profundidad va a determinar su comportamiento y variación espacial; factor que debe ser tomado en cuenta durante la estimación y creación del modelo de pesos volumétricos.

Los autores (Barrientos Domínguez and Lavaut Copa 2007) plantean que existen factores geológicos que influyen determinantemente en la variabilidad de los valores del *PVS*, para su medición y determinación es necesario lograr valores confiables para estimarlos en la red de pozos de perforación, para ello los pozos criollos se deben ejecutar en una red no mayor de  $200 \times 200 \text{ m}$  y medirse metro a metro en la dirección vertical. Además, las estimaciones del *PVS* se deben realizar a través de métodos geomatemáticos por litología, ya que superan en calidad y eficiencia a los métodos tradicionales de promedio por mena.

Los autores (Cuador Gil and Lavaut Copa 2008) proponen un nuevo procedimiento para la determinación de la *MV*, usando métodos de integración de información geoestadística multivariada. Utilizaron como variable secundaria los valores obtenidos por la ecuación de regresión, entre la *MV* y los contenidos de *Fe*, *Ni* y *Co*, en los bloques de estimación definidos por el modelo geométrico tridimensional. Ellos proponen buscar una ecuación de regresión que relacione los contenidos de *Fe*, *Ni* y *Co* con los valores de *MV* medidos en pozos criollos, de modo que, a partir de esta relación y la continuidad espacial de la variable primaria, se puedan generar sus valores en las localizaciones donde ya se conoce un valor estimado de la variable secundaria. Posteriormente se utilizan los valores estimados de la *MV* en la estimación de las reservas geológicas.

La autora (Madariaga Young 2010), plantea que la determinación de la *MV*, históricamente se ha realizado a partir de la excavación de pozos criollos que se ejecutan en el corte friable de la corteza de intemperismo hasta el basamento. Asegura que es evidente que la obtención de la *MV* para los diferentes horizontes litológicos y meníferos no alcanza la representatividad necesaria para su procesamiento a la luz de los actuales modelos geomatemáticos aplicados para estimar los recursos minerales durante la exploración geológica de estos yacimientos.

La propuesta de esta autora consiste, en principio, en la ejecución de una serie de pozos que cumpla el mismo objetivo que los pozos criollos con respecto a la *MV* y que a la vez superen su representatividad, les llamó *pozos agrupados*, porque consisten en cuatro perforaciones equidistante cada una a *1,5 m* de la boca de un pozo de la red de exploración ordinaria, ubicados respecto a éste según los puntos cardinales norte, sur, este y oeste y perforados en la corteza friable y en las saprolitas hasta la salida al basamento estéril. De cada una de estas excavaciones se toma una muestra de pequeño volumen, representativa de todo el perfil y se determinan las masas volumétricas húmeda y seca y luego se estiman los valores de la *MV* de todo el bloque de exploración para conformar la base de datos. (Madariaga Young 2010)

Para presentar el resultado final de la estimación del peso volumétrico en el Sector Yamanigüey Cuerpo I, (Mourlot Serrano, Barrientos Domínguez et al. 2010) se auxiliaron de toda la información acumulada durante todas las campañas de exploración realizadas. Se analizó una base de datos compuesta por 12 pozos criollos pretéritos (Campaña 1989); cinco pozos criollos y tres de pozos agrupados (Campaña 2007-2009), siete pozos criollos y tres agrupados (Campaña 2009-2010), además de las muestras de monolitos tomadas en el campo, sumando en total 539 muestras.

Los resultados alcanzados muestran una gran variabilidad del peso volumétrico tanto por litologías como por tipos tecnológicos de menas debido al alto grado de alteración del yacimiento y a su

complejidad geológica. Los resultados obtenidos son válidos para categorizar recursos medidos, indicados e inferidos.

En la empresa minera Moa Nickel S. A. con el objetivo de evaluar los resultados de la determinación de la cantidad de mineral alimentado y minado en el año 2016 se procedió a realizar la estimación de estas magnitudes utilizando el criterio de la M.V. por quimismo según la fórmula aplicada en Cerro Matoso para la determinación de la *MV* seca. (Menéndez Hunt, Domínguez Romero et al. 2017)

$$MV_s = 1,2915 - 0,2202 \log_{10}(Ni) + 0,0894 \frac{MgO+SiO_2}{Fe+Al_2O_3} \quad (I.13)$$

Según los autores (Guilarte Santiesteban, Jardínez Ocampo et al. 2019) la disminución de los valores de la *MV* considerando la composición química en función de la proporción molecular está determinada por los valores de humedad de las muestras del mineral. En los yacimientos lateríticos La Delta y Camarioca Norte se reportaron valores de humedad superior a 55% que deben ser reevaluados, lo que provocó valores de *MV* seca inferior a 1,0 t/m<sup>3</sup>.

El cálculo de la *MV* húmeda (*MV<sub>h</sub>*) se realizó mediante la ecuación (I.14) sobre la base de las concentraciones químicas de los nueve elementos en óxidos en función de su masa molecular:

$$MV_h = 1 + \frac{SiO_2}{60,08} + \frac{NiO}{74,69} + \frac{MgO}{40,30} + \frac{CoO}{74,93} + \frac{Al_2O_3}{101,96} + \frac{Cr_2O_3}{151,90} + \frac{MnO}{70,94} + \frac{Fe_2O_3}{159,69} \quad (I.14)$$

## 1.6 Conclusiones parciales

1. La bibliografía consultada permite aseverar que existen múltiples definiciones de densidad basadas en el concepto de masa por unidad de volumen.
2. No existe consenso entre los investigadores sobre el diseño del muestreo óptimo de *MV* para los diferentes tipos de yacimientos minerales.

3. No existe consenso entre los investigadores sobre el método de estimación más eficiente para la determinación de la *MV* en las localizaciones no muestreadas.
4. El incorrecto muestreo o la incorrecta estimación de la *MV* influyen negativamente en la calidad de los modelos de recursos y reservas geológicas.
5. La mayoría de los autores consultados asegura que con elevada frecuencia durante el desarrollo de los proyectos mineros se subvalora la importancia de la determinación de la masa volumétrica.

## **CAPÍTULO II: PROCEDIMIENTO PARA LA ESTIMACIÓN 3D DE LA MASA VOLUMÉTRICA EN LOS YACIMIENTOS LATERÍTICOS CUBANOS**

### **2.1. Introducción**

Los objetivos de este capítulo son:

1. Caracterizar mediante ecuaciones matemáticas el estimador múltiple  $UPD$  de la familia  $(A, U, \Theta)$  que se propone en la hipótesis de esta investigación;
2. describir un procedimiento para estimar eficazmente la masa volumétrica en los puntos de la red de exploración de yacimientos lateríticos cubanos;
3. desarrollar una aplicación informática para implementar los resultados del objetivo general.

### **2.2. Descripción y tratamiento de los datos disponibles de pozos criollos**

Para resolver este problema específico se cuenta con dos bases de datos. La primera de ellas es la red de pozos criollos ( $RPC$ ) que usualmente consiste en un conjunto de archivos (uno por cada pozo criollo) que contienen los siguientes campos respectivamente:

- Referencias: # del pozo criollo; nombre del bloque; # de pozo en el bloque;
- coordenadas planas:  $X$  (Este-Oeste);  $Y$  (Sur-Norte);  $Z$  (cota o altura del muestreo, sobre el nivel del mar). A la triada  $P=(X; Y; Z)$  se le denomina coordenadas planas o localización del punto de muestreo;
- datos medidos:  $TT$ ,  $H$ ,  $MV$ ,  $P$  (potencia o delta  $Z$ ),  $Ni$ ,  $Fe$ ,  $Co$ ;
- datos tomados de la red de exploración:  $TT$ ,  $Ni$ ,  $Fe$ ,  $Co$ .

Los datos medidos se toman en las cuatro caras del pozo (excepto  $TT$  y  $P$ ) y los valores medidos informados representan el promedio o los valores predominantes. Se asume que estos datos han

sido verificados y corregidos (son correctos), aun cuando puedan parecer excepcionales en algunos casos.

Además, se cuenta con: una tabla clasificatoria de  $TT$ ; una tabla de clasificación de capas verticales; y con las fronteras:  $F$  del yacimiento y  $F_1, \dots, F_d$  de cada dominio geológico.

El tratamiento previo de la  $RPC$  consiste en unir todos los archivos en uno solo con  $n$  datos y con los campos:

- Referencias: # de pozo criollo;
- coordenadas planas:  $X$ ;  $Y$ ;  $Z$ ;
- medidas:  $Ni$ ;  $Fe$ ;  $Co$ ;  $MV$ ;  $MV_h$  (masa volumétrica húmeda calculada según I.5);
- clasificatorias:  $TT$ ; Dominio Geológico ( $DG$ ); Capa Vertical ( $EM$ ).

Para los intereses de esta investigación, la segunda base de datos primarios, denominada red de pozos de exploración ( $RPE$ ), consiste en un conjunto de archivos, uno por cada bloque en que se subdivide cada concesión de explotación minera. El archivo  $RPE$  que se estudia (nombrado según el bloque que muestrea) tiene  $k$  datos y los siguientes campos:

- Referencias: # de pozo en el bloque;
- coordenadas de cada localización de muestreo:  $X$  (Este-Oeste);  $Y$  (Sur-Norte);  $Z$  (cota o altura);
- datos medidos en cada localización de muestreo:  $Ni$ ,  $Fe$ ,  $Co$ .

El tratamiento previo a esta base de datos consiste en agregarle variables clasificatorias a cada archivo de manera que se suman los campos:  $TT$ ;  $DG$ ;  $EM$ .

### **2.3. Estimador eficaz de $MV$ en yacimientos lateríticos cubanos**

Tal como se planteó en la introducción, en la presente investigación se introduce el concepto de estimador eficaz de masa volumétrica en los yacimientos lateríticos cubanos:

Definición:

Un estimador de masas volumétricas en yacimientos lateríticos cubanos se dice **eficaz** si:

1. Maximiza el uso de la información disponible en los datos de entrada sin perder de vista la eficiencia computacional de los cálculos y las exigencias para los rangos de los valores estimados;
2. asegura una adecuada capacidad explicativa y pronosticadora, valorada mediante técnicas de validación cruzada aplicada a los datos de entrada de la *RPC*;
3. determina cuáles datos de entrada son admisibles para el estimador;
4. asegura las condiciones para que el estimador sea capaz de obtener el valor de  $MV_e$  para cada localización  $P_e$  de la *RPE*;
5. calcula los valores de la cota del error para cada estimación puntual  $MV_e$  realizada sobre la localización  $P_e$  de la *RPE*, y
6. minimiza los valores de la cota del error de  $MV_e$  realizada sobre  $P_e$  de la *RPE*.

Aunque estas condiciones pudieran ser referidas a estimadores de otras variables y en otros escenarios de modelación, en este estudio solo se harán referencias a la estimación de *MV* en los yacimientos citados como respuesta al problema práctico específico descrito en la Figura Int.1.

#### **2.4. Estimador puntual $(A,U,\Theta)$ con función núcleo *UPD* para obtener $MV_e$**

Se necesita un estimador capaz de determinar el valor  $MV_e$  en cada localización  $P_e = (X_e; Y_e; Z_e)$  del yacimiento. En  $P_e$  se conocen los valores de concentración de  $Ni_e$ ,  $Fe_e$  y  $Co_e$ .

Los  $m$  datos de entrada ( $m \leq n$ ) que se usarán para estimar  $MV_e$  pertenecen a la *RPC* y se propone que dicho estimador esté fundado en las seis condiciones siguientes:

1. El resultado  $MV_e$  depende de la relación espacial entre  $P_e$  y de  $m$  datos  $(P_i; MV_i)$  pertenecientes a la *RPC*.
2.  $MV_e$  depende de los valores  $Ni_e$ ,  $Fe_e$  y  $Co_e$  en  $P_e$ .

Con estas dos condiciones se propone que el estimador sea lineal y tenga la forma:

$$MV_e = L_1\theta_{e1} + L_2\theta_{e2} + \dots + L_m\theta_{em} + b_1 + b_2Ni_e + b_3Fe_e + b_4Co_e \quad (II.1)$$

Si se utiliza la notación matemática vectorial, la ecuación II.1 se puede escribir como la suma de dos productos escalares:

$$MV_e = [L] \bullet [\theta_e] + [b] \bullet [c] \quad (II.2)$$

$$\text{Dónde: } [L] = \begin{bmatrix} L_1 \\ \dots \\ L_m \end{bmatrix} \quad [\theta_e] = \begin{bmatrix} \theta_{e1} \\ \dots \\ \theta_{em} \end{bmatrix}$$

$$[b] = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad [c] = \begin{bmatrix} 1 \\ Ni_e \\ Fe_e \\ Co_e \end{bmatrix}$$

y por tanto, siguiendo el trabajo de (Legrá Lobaina 2017) el estimador propuesto es de la familia  $(A, U, \Theta)$  y debe definirse su función núcleo  $\Theta$ . Se propone la tercera condición:

**3.** La Función Núcleo es del tipo *PD* (potencia de distancia de parámetros  $p$  y  $s$ ):

$$\Theta_{ei} = d_{ei}^p, \text{ con } p > 0 \text{ y } s \geq 0 \quad (II.3)$$

Donde se calcula la potencia  $p$  de la distancia euclidiana  $d$  entre los dos puntos  $P_e$  y  $P_i$  incluyendo el factor de suavización  $s$  como:

$$d_{ei} = \sqrt{(x_e - x_i)^2 + (y_e - y_i)^2 + (z_e - z_i)^2 + s^2} \quad (II.4)$$

Para los puntos  $P_j$  y  $P_i$  se puede definir:

$$d_{ji} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2 + s^2} \quad (II.5)$$

A continuación, se discute una técnica para encontrar los vectores  $[L]$  y  $[b]$  que sustituidos en la expresión (II.2) determinan el valor de  $MV_e$ . Para ello se tienen otras dos condiciones:

4. El estimador que se propone tiene la capacidad de estimar cualquier punto  $P_i$  de la *RPC* y el resultado  $MV_e$  coincide con  $MV_i$

Eso quiere decir que se cumple para  $j=1, \dots, m$  que:

$$MV_j = L_1\theta_{j1} + L_2\theta_{j2} + \dots + L_m\theta_{jm} + b_1 + b_2Ni_j + b_3Fe_j + b_4Co_j$$

Y de esta manera se puede definir el sistema de ecuaciones lineales (*SEL*):

$$\begin{cases} L_1\theta_{11} + L_2\theta_{12} + \dots + L_m\theta_{1m} + b_1 + b_2Ni_1 + b_3Fe_1 + b_4Co_1 = MV_1 \\ \dots \\ L_1\theta_{m1} + L_2\theta_{m2} + \dots + L_m\theta_{mm} + b_1 + b_2Ni_m + b_3Fe_m + b_4Co_m = MV_m \end{cases} \quad (II.6)$$

Este SEL tiene  $m+4$  incógnitas:  $L_1, \dots, L_m, b_1, \dots, b_4$  y solo  $m$  ecuaciones (o sea, no es cuadrado) lo cual es un impedimento esencial para que tenga solución única para cualquier punto de la *RPC*. Es por ello que, según (Legrá Lobaina 2017), se asume que:

$$\begin{cases} L_1 + L_2 + \dots + L_m = 0 \\ L_1Ni_1 + L_2Ni_2 + \dots + L_mNi_m = 0 \\ L_1Fe_1 + L_2Fe_2 + \dots + L_mFe_m = 0 \\ L_1Co_1 + L_2Co_2 + \dots + L_mCo_m = 0 \end{cases} \quad (II.7)$$

Ahora queda constituido el *SEL* cuadrado y simétrico:

$$\begin{cases} L_1\theta_{11} + L_2\theta_{12} + \dots + L_m\theta_{1m} + b_1 + b_2Ni_1 + b_3Fe_1 + b_4Co_1 = MV_1 \\ L_1\theta_{21} + L_2\theta_{22} + \dots + L_m\theta_{2m} + b_1 + b_2Ni_2 + b_3Fe_2 + b_4Co_2 = MV_2 \\ \dots \\ L_1\theta_{m1} + L_2\theta_{m2} + \dots + L_m\theta_{mm} + b_1 + b_2Ni_m + b_3Fe_m + b_4Co_m = MV_m \\ L_1 + L_2 + \dots + L_m = 0 \\ L_1Ni_1 + L_2Ni_2 + \dots + L_mNi_m = 0 \\ L_1Fe_1 + L_2Fe_2 + \dots + L_mFe_m = 0 \\ L_1Co_1 + L_2Co_2 + \dots + L_mCo_m = 0 \end{cases} \quad (II.8)$$

Que se puede escribir matricialmente:

$$\begin{bmatrix}
\theta_{11} & \dots & \theta_{1m} & 1 & Ni_1 & Fe_1 & Co_1 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
\theta_{m1} & \dots & \theta_{mm} & 1 & Ni_m & Fe_m & Co_m \\
1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
Ni_1 & \dots & Ni_m & 0 & 0 & 0 & 0 \\
Fe_1 & \dots & Fe_m & 0 & 0 & 0 & 0 \\
Co_1 & \dots & Co_m & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
L_1 \\
\dots \\
L_m \\
b_1 \\
b_2 \\
b_3 \\
b_4
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
MV_1 \\
\dots \\
MV_m \\
0 \\
0 \\
0 \\
0
\end{bmatrix}
\quad (II.9)$$

Y denotando las matrices:

$$\theta_{m4} = \begin{bmatrix}
1 & Ni_1 & Fe_1 & Co_1 \\
\dots & \dots & \dots & \dots \\
1 & Ni_m & Fe_m & Co_m
\end{bmatrix}$$

Y

$$\theta_{4m} = \begin{bmatrix}
1 & \dots & 1 \\
Ni_1 & \dots & Ni_m \\
Fe_1 & \dots & Fe_m \\
Co_1 & \dots & Co_m
\end{bmatrix}$$

Entonces (II.9) se escribe en forma compactada:

$$\begin{bmatrix}
A & \theta_{m4} \\
\theta_{4m} & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
L \\
b
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
MW \\
0
\end{bmatrix}
\quad (II.10)$$

Si existe la inversa de la matriz  $\begin{bmatrix} A & \theta_{m4} \\ \theta_{4m} & 0 \end{bmatrix}$  se dice que existe la solución del *SEL* (II.10) la

cual se obtiene como:

$$\begin{bmatrix}
L \\
b
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
A & \theta_{m4} \\
\theta_{4m} & 0
\end{bmatrix}^{-1}
\begin{bmatrix}
MW \\
0
\end{bmatrix}
\quad (II.11)$$

Y con estos resultados de [L] y [b] se puede realizar la estimación puntual según II.2.

Dado que para obtener cada valor estimado  $MV_e$  es necesario resolver un *SEL* cuadrado de orden  $m+4$  y además el comportamiento de la variable  $MV$  es propio de las diversas regiones del yacimiento y de las capas verticales que sea posible establecer, entonces es conveniente imponer reglas respecto al soporte de los datos que se utilizan en cada estimación y se enuncia la condición siguiente:

5. Para realizar la estimación puntual  $MV_e$  en  $P_e$  se utilizará un Soporte Compacto de la *RPC* cuyos  $m$  puntos ( $m \leq n$ ) cumplan que:
  - a. Pertenezcan al mismo dominio geológico de  $P_e$ .
  - b. Pertenezcan a la misma capa vertical de  $P_e$ .
  - c. Debe fijarse el número máximo de  $m$  puntos a emplear de manera que (por razones de eficiencia computacional) no sobrepase los 100, y estos  $m$  puntos, deberán ser los más cercanos a  $P_e$  desde el punto de vista de la distancia euclidiana.

El valor de  $m$  puede ser prefijado de antemano o puede ser determinado bajo ciertas condiciones. En esta ocasión se prefija el valor máximo de  $m$  para cada estimación.

Finalmente se enuncia una importante condición que garantiza que la estimación está en un rango cercano y conveniente al rango definido por los datos de la *RPC*:

6. Se categoriza la estimación  $MV_e$  como **estrictamente admisible** si existe  $MV_e$  y:
  - a.  $MV_e$  es menor o igual que el máximo de  $MV$  en la *RPC*
  - b.  $MV_e$  es mayor o igual que el mínimo de  $MV$  en la *RPC*

Sin embargo, esta condición puede y debe suavizarse para dar viabilidad al estimador. Para ello se define la estimación como **admisible** si ella (la solución) existe y su resultado está en los rangos ajustados, es decir se cumple:

- a.  $MV_e$  es menor o igual que el **1,05** del máximo de  $MV$  en la *RPC*.

b.  $MV_e$  es mayor o igual que el **0,95** del mínimo de  $MV$  en la  $RPC$ .

Debe observarse que estos valores de ajuste de rango ( $1,05$  y  $0,95$ ) pueden redefinirse según convenga al procedimiento que implemente al estimador.

## 2.5. Estimador Dual y acotación del error de estimación

Como ha demostrado (Legrá Lobaina 2017) el estimador descrito tiene una forma dual que, usando la notación del soporte compacto de  $m$  puntos, se describe de la siguiente manera:

- El SEL II.10 se reescribe usando la matriz transpuesta de  $A$  (denotada  $A_T$ ):

$$\begin{bmatrix} A_T & \theta_{mt} \\ \theta_{tm} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Theta_e \\ \theta_e \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

Donde :

$$\begin{bmatrix} \Theta_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{e1} \\ \dots \\ \theta_{em} \\ 1 \\ N_{i_e} \\ F_{e_e} \\ Co_{e_e} \end{bmatrix}$$

Nótese que al resolver (II.12) ahora se calcula el vector  $[\lambda]$ , en lugar del vector  $[L]$ .

- La nueva expresión para obtener el valor estimado es:

$$MV_e = \begin{bmatrix} \lambda \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} MV \\ 0 \end{bmatrix} = [\lambda] \bullet [MV] = \sum_{i=1}^m \lambda_i MV_i \quad (\text{II.13})$$

$$MV_e = \lambda_1 MV_1 + \lambda_2 MV_2 + \dots + \lambda_m MV_m \quad (\text{II.14})$$

- La expresión para acotar el error de estimación es caso (Legrá Lobaina 2018):

$$\alpha_e = \sum_{i=1}^m |\lambda_i| |MV_i - MV_e| \quad (\text{II.15})$$

En la Figura II.1 se resume el algoritmo del estimador puntual propuesto.

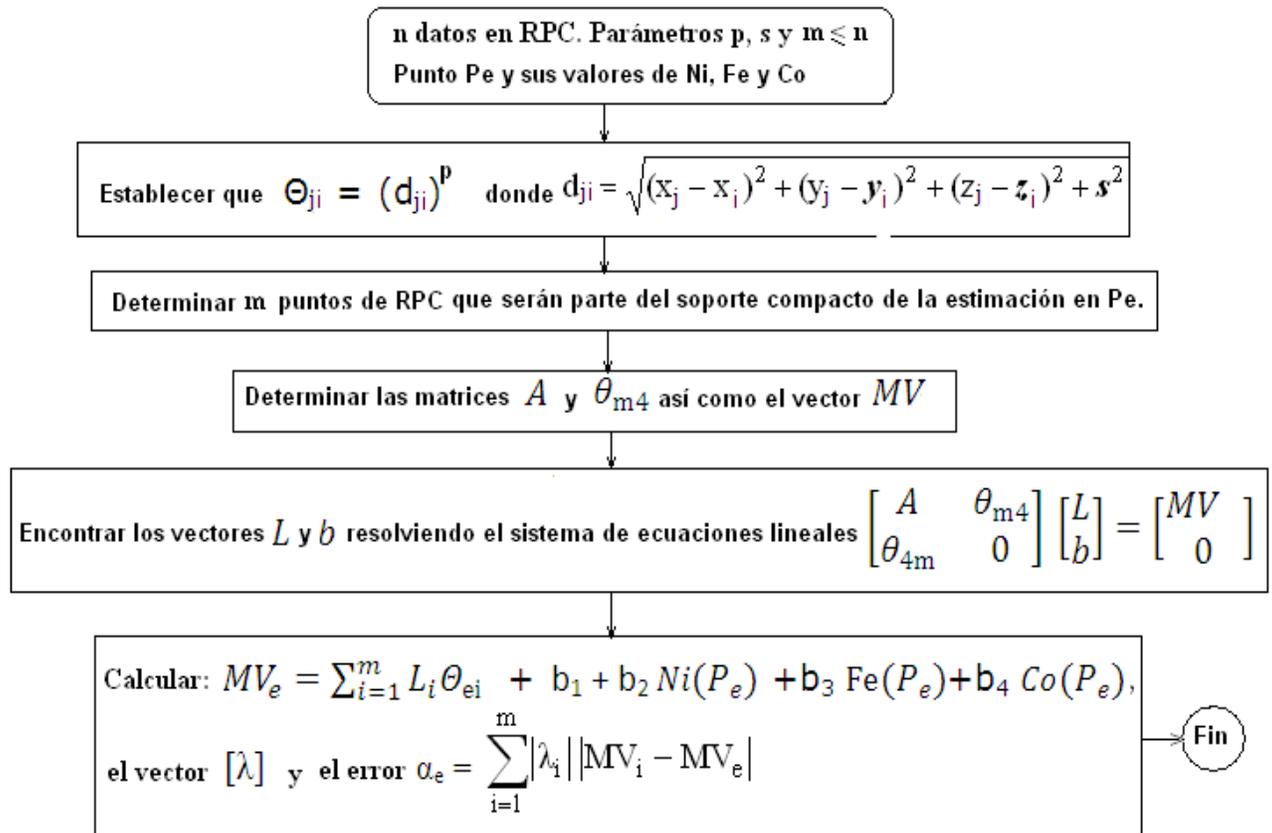


Figura II.1. Algoritmo del estimador puntual *UPD* propuesto por el autor.

## 2.6. Técnica de Validación Cruzada para evaluar estimadores

En el trabajo de (Legrá Lobaina 2020) se describen diversas técnicas de validación cruzada. En el escenario de la presente investigación se tomará como el procedimiento para validar la calidad de los datos y del estimador la técnica denominada *leave one out* (“omita uno”). Esta técnica consiste en estimar el valor de *MV* en cada punto de los datos  $P_i$  de la *RPC*, pero sin incluir ese valor. El resultado de la estimación  $MV_e$  se compara con el valor muestreado  $MV_i$  mediante algún criterio que indique la calidad de la estimación. Esta calificación puede considerarse mayor en la medida en que las estimaciones sean más cercanas a sus correspondientes valores muestreados.

Como medida porcentual de cercanía entre cada valor muestreado  $MV_i$  y su correspondiente valor estimado con el resto de los datos ( $MVe_i$ ) se propone tomar la diferencia relativa absoluta porcentual:

$$dMV_i = 100 \frac{|MV_i - MVe_i|}{MV_i} \quad (\text{II.16})$$

También es adecuado considerar al coeficiente de correlación lineal  $C$  entre los valores  $MV_i$  y  $MVe_i$  como medida de la correspondencia entre los valores medidos y los valores estimados. La fórmula para calcular  $C$  es la siguiente (Jhonson, Miller et al. 2017):

$$C = \frac{|\sigma_{MV} \times \sigma_{MVe}|}{\sigma_{MVMVe}} \quad (\text{II.17})$$

Donde:

$\sigma_{MV}$  y  $\sigma_{MVe}$  - Desviaciones estándar.

$\sigma_{MVMVe}$  - covarianza entre  $MV$  y  $MVe$ .

Para evaluar cuantitativamente la calidad del estimador entonces se debe:

- Saber cuántas y cuáles estimaciones no fueron admisibles (porque no pudieron realizarse o están fuera de los rangos ajustados). Si todas las estimaciones fueron realizadas el estimador se dice que es un Estimador Total; y si todas las estimaciones están en los rangos ajustados entonces se dice que es un Estimador en Rango;
- saber cuántos valores  $dMV_i$  están por debajo del valor 10%. También es útil conocer cuántos valores de los restantes están por debajo de 20%; y del resto, cuántos están por debajo del 30%;
- conocer el valor de  $C$ , que preferiblemente debe ser cercano a 1.

Estos criterios cuantitativos permiten determinar si el estimador es válido para los datos conocidos y luego tomar la decisión de revisar los datos o cambiar la configuración del estimador que en este caso será tomar nuevos valores de  $p$ ,  $s$  y  $m$ .

En la Figura II.2 se ilustra el algoritmo de Validación Cruzada para un estimador de parámetros  $p$ ,  $s$  y  $m$ . En este caso no se ha calculado y usado la cota del error de estimación descrito en (II.15) porque en la información aportada por la Validación Cruzada es de mayor peso para decidir si el estimador que se analiza es válido y eficaz.

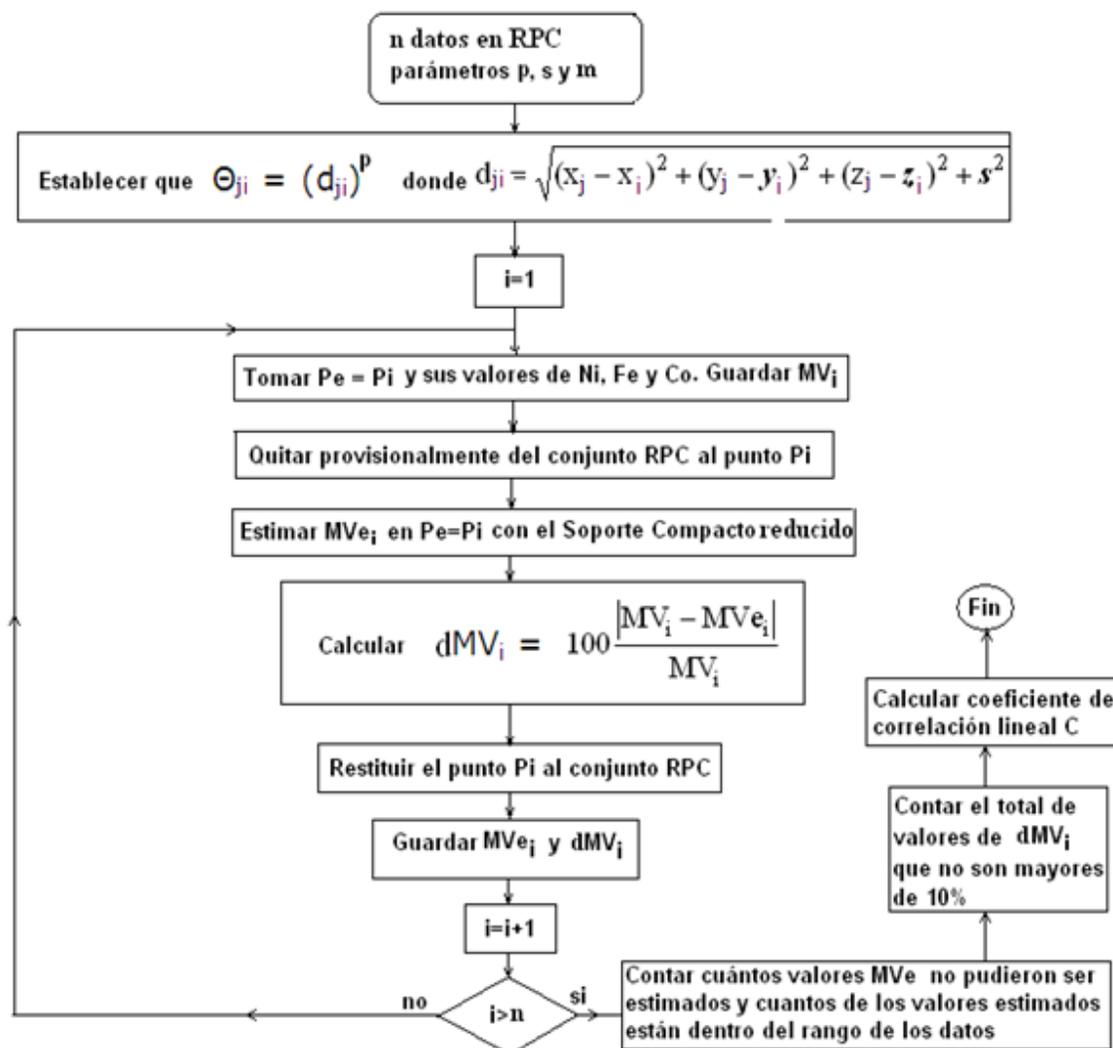


Figura II.2. Algoritmo del procedimiento de Validación Cruzada. (Fuente: El autor).

## 2.7. Procedimiento para seleccionar estimadores óptimos

Todo problema de optimización matemática consiste en la búsqueda del valor extremo (máximo o mínimo) absolutos o relativos de una función objetivo que depende de los datos del problema y de ciertas variables entre las que están las denominadas intermedias y las llamadas variables de decisión, que definen el conjunto de soluciones del problema.

Generalmente los valores de las variables están regulados mediante ecuaciones e inecuaciones donde intervienen las variables de decisión y las variables intermedias. En resumen, se trata de encontrar para cuales valores de las variables de decisión la función objetivo alcanza un valor extremo, o sea, mínimo o máximo.

Desde un punto de vista más actual, y como vía para resolver problemas científico-tecnológicos muy complejos, la optimización matemática se ha flexibilizado y consiste en encontrar un conjunto de soluciones factibles y entre estas seleccionar aquellas que mejor cumplan ciertos criterios de optimización (Blum and Roli 2003); (Arzola Ruíz 2012).

En este trabajo, el primer paso será definir formalmente que las variables de decisión son  $p$ ,  $s$  y  $m$  y que cada una de las combinaciones de sus valores define un estimador  $UPD$  el cual será considerado **factible** si es un estimador total y en rangos ajustados.

El paso que sigue es seleccionar el mejor entre los estimadores factibles utilizando uno de los siguientes criterios:

1. Tener menor cantidad de valores de  $dMV_i > E = 10\%$ ;
2. tener mayor coeficiente de correlación lineal  $C$ .

En la práctica, la primera tarea es delimitar heurísticamente los rangos donde toman sus valores los parámetros  $p$ ,  $s$  y  $m$ . Ellos son denominados  $p_{min}$ ,  $p_{max}$ ,  $s_{min}$ ,  $s_{max}$ ,  $m_{min}$  y  $m_{max}$ .

Un aspecto importante a considerar está relacionado con el carácter discreto del parámetro  $m$  y el carácter continuo de los parámetros  $p$  y  $s$  por lo cual se clasifica este problema de optimización como del tipo continuo-discreto. La decisión que se propone ante esta situación es convertir al problema de optimización al tipo discreto mediante la “discretización” de las variables  $p$  y  $s$ .

Entonces, la segunda tarea práctica es elegir los pasos  $kp$ ,  $ks$  y  $km$  que permiten determinar los valores posibles de los parámetros  $p$ ,  $s$  y  $m$ :

- $p = p_{min}=p_1; p_2; p_3; \dots; p_{kp} = p_{max}$
- $s = s_{min}=s_1; s_2; s_3; \dots; s_{ks} = s_{max}$
- $m = m_{min}=m_1; m_2; m_3; \dots; m_{km} = m_{max}$

La elección de los valores de  $kp$ ,  $ks$  y  $km$  es un aspecto muy sensible para la efectividad de la búsqueda de un conjunto de estimadores factibles y determinar entre ellos el óptimo. Debe tenerse en cuenta que si  $kp$ ,  $ks$  y  $km$  son muy grandes entonces se tendrá que hacer una gran cantidad de cálculos pudiendo hacerse inviable la tarea; pero si, por el contrario,  $kp$ ,  $ks$  y  $km$  son muy pequeños entonces será difícil encontrar suficientes soluciones factibles para determinar correctamente un estimador óptimo. En resumen: hay que tomar estos valores tan grandes como los recursos de cálculo lo permitan.

El próximo aspecto a considerar es el método para obtener un conjunto  $F$  de  $T$  soluciones (estimadores) factibles denominadas  $F_1, F_2, \dots, F_T$ . Como solución se propone el procedimiento de Búsqueda Exhaustiva (Rivera Rodríguez 2004), que corresponde a la denominada Optimización Combinatoria, (Peng, Ozaki et al. 2003); (Vidal, Wolf et al. 2015) ilustrado en la Figura II.3.

La tarea que sigue es seleccionar el criterio de optimización. Los posibles procedimientos para determinar cuál de los  $T$  estimadores factibles es óptimo consisten en:

1. Procedimiento  $Min[>10\%]$ : A cada estimador factible  $F_q, q=1, \dots, T$ , se le calcula cuantos de sus valores cumplen que:  $(dMV_i)_q > 10\%$ . Se ordenan las soluciones factibles de menor valor a mayor valor según  $(dMV_i)_q$  resultando el conjunto  $[E_1, \dots, E_T]$  y finalmente se toma como estimador óptimo,  $E=[E_1]$ , el primero de la lista ordenada, es decir, el menor valor;
2. procedimiento  $Min[C]$ : A cada solución factible  $F_q, q=1, \dots, T$ , se les calcula el coeficiente de correlación lineal  $(C)_q$ . Se ordenan las soluciones factibles de mayor valor a menor valor según  $(C)_k$  resultando el conjunto  $[E_1, \dots, E_T]$  y finalmente se toma como estimador óptimo,  $E=[E_1]$ , el primero de la lista ordenada, es decir, el mayor valor.

En este paso es donde se propone como novedad que, en lugar de obtener (por cualquiera de los dos procedimientos descritos) un estimador óptimo, se obtenga un conjunto de estimadores óptimos tomando los  $t \leq T$  primeros de la lista ordenada en cada caso. Entonces los elementos del conjunto  $S = [E_1, \dots, E_t]$  son estimadores factibles  $E_r$  ( $r=1, \dots, t$ ) de calidad aceptables con parámetros  $m_r, p_r, s_r$ . Se dice que el conjunto  $S$  es un estimador múltiple.

Al seleccionar los mejores  $t$  estimadores, ordenados según el criterio de optimización seleccionado, entonces se conoce un amplio conjunto  $S=[E_1, \dots, E_t]$  de estimadores óptimos que van a permitir determinar cuáles son los puntos de **RPC** donde todos (o cierta mayoría) de los estimadores probados tienen valores de  $dMV_i$  demasiado grandes. Si estos puntos fuesen rectificadas o eliminados en la **RPC**, entonces se obtiene una nueva tabla de datos de pozos criollos que puede denominarse **RPC<sub>1</sub>**. Con estos datos y valores más convenientes de la “discretización”, se puede repetir el proceso descrito en la Figura II.3 con lo cual se logra un refinamiento de la optimización. Estos refinamientos pueden sucederse hasta que el investigador considere que se obtuvo un conjunto  $S$  de estimadores adecuados para los datos que queden en **RPC**.

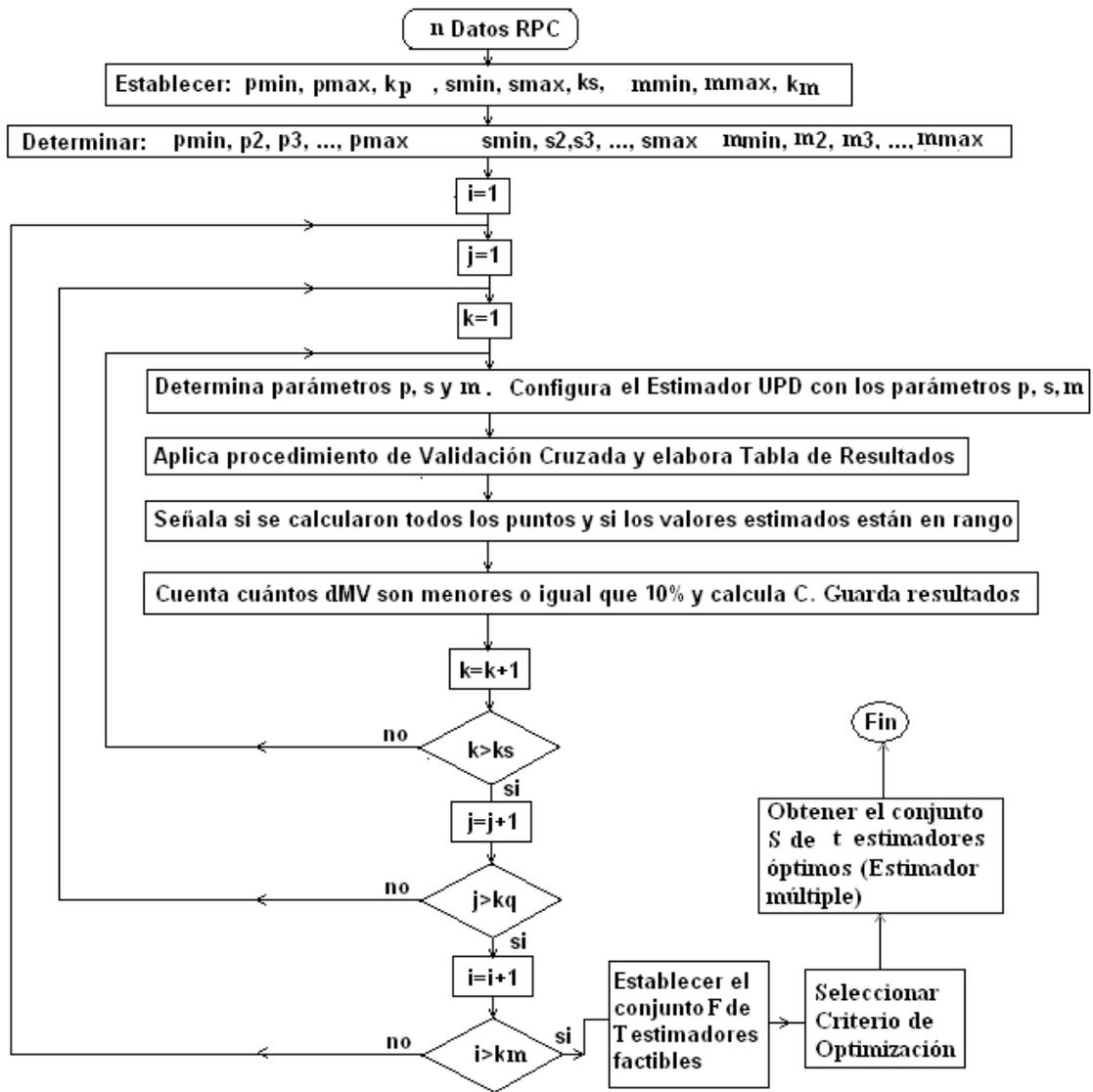


Figura II.3. Búsqueda exhaustiva para obtener el estimador múltiple. (Fuente: El autor).

### 2.8. Estimación 3D de las masas volumétricas en la RPE

Puesto que en *RPC* ya se tienen  $n$  datos aceptables y en  $S$  están los  $t$  mejores estimadores que cumplen las condiciones descritas en el epígrafe 2.3, llega el momento de estimar para cada localización  $P_j$  ( $j=1, \dots, k$ ) de la *RPE* el valor de *MV*.

Para cualquier estimador  $E_r$  de  $S$  ( $r=1, \dots, t$ ), el nuevo criterio de evaluación de la calidad de cada estimación puntual  $MV_e$  será el coeficiente de variación:

$$CV_e = \frac{\alpha_e}{MV_e} \quad (\text{II.18})$$

Donde:

$\alpha_e$  - Error de estimación definida por la ecuación II.15.

$MV_e$  - Valor estimado.

De la ecuación II.12 se conoce que la suma de los ponderadores es  $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$ , aun cuando los

valores de  $\lambda_i$  pueden ser negativos, nulos o positivos. Pero al calcular  $\alpha_e$  se usan los valores de  $|\lambda_i|$  y son estos los que deben ser convenientemente pequeños para contribuir a que  $\alpha_e$  también sea pequeño. Entonces surgen las siguientes preguntas:

- Para cada punto  $P_e$  de la **RPE**. *A priori*, ¿cuál de los estimadores de  $S$  minimiza  $CV_e$ ?
- Si ninguno de los estimadores de  $S$  genera una estimación  $MV_e$  en  $P_e$ , tal que  $CV_e$  sea satisfactoriamente pequeño, ¿cuáles nuevos estimadores se pueden probar para tratar de obtener menores valores de  $CV_e$ ?

La primera pregunta no tiene respuesta conocida y por consiguiente se propone aplicar con el parámetro  $d_m=0$  el siguiente:

Procedimiento Básico de Estimación sobre  $S$  con parámetro  $d$ : Estimar  $MV_e$  en  $P_e$  con cada uno de los  $r=1, \dots, t$  estimadores de  $S$  tomando  $m=m_r+d_m$  y guardar cada vez el resultado ( $MV_e, CV_e, m, p_r, s_r$ ) de menor  $CV_e$ . A  $d_m$  se le denomina Parámetro de Incremento.

Si fuese el caso de que el menor valor obtenido de  $CV_e$  en el paso anterior aún es insatisfactoriamente grande, entonces se propone hacer variaciones del parámetro  $m$  en cada uno de los estimadores de  $S$  y repetir el Procedimiento Básico de Estimación sobre  $S$  y para ellos se toma consecutivamente  $d_m = -1, -2, -3, \dots$  hasta que el valor de  $CV_e$  sea satisfactoriamente pequeño

(por ejemplo: que  $CV_e$  no sea mayor que una cota de error que se denomina  $C_\alpha$ ), o hasta que (por razones de mala eficiencia computacional o de inexistencia de soluciones) sea imposible reducir más el valor de  $d_m$ .

El algoritmo que sintetiza el procedimiento general para estimar  $MV_e$  en todos los puntos  $P_e$  de la  $RPE$  se muestra en la Figura II.4.

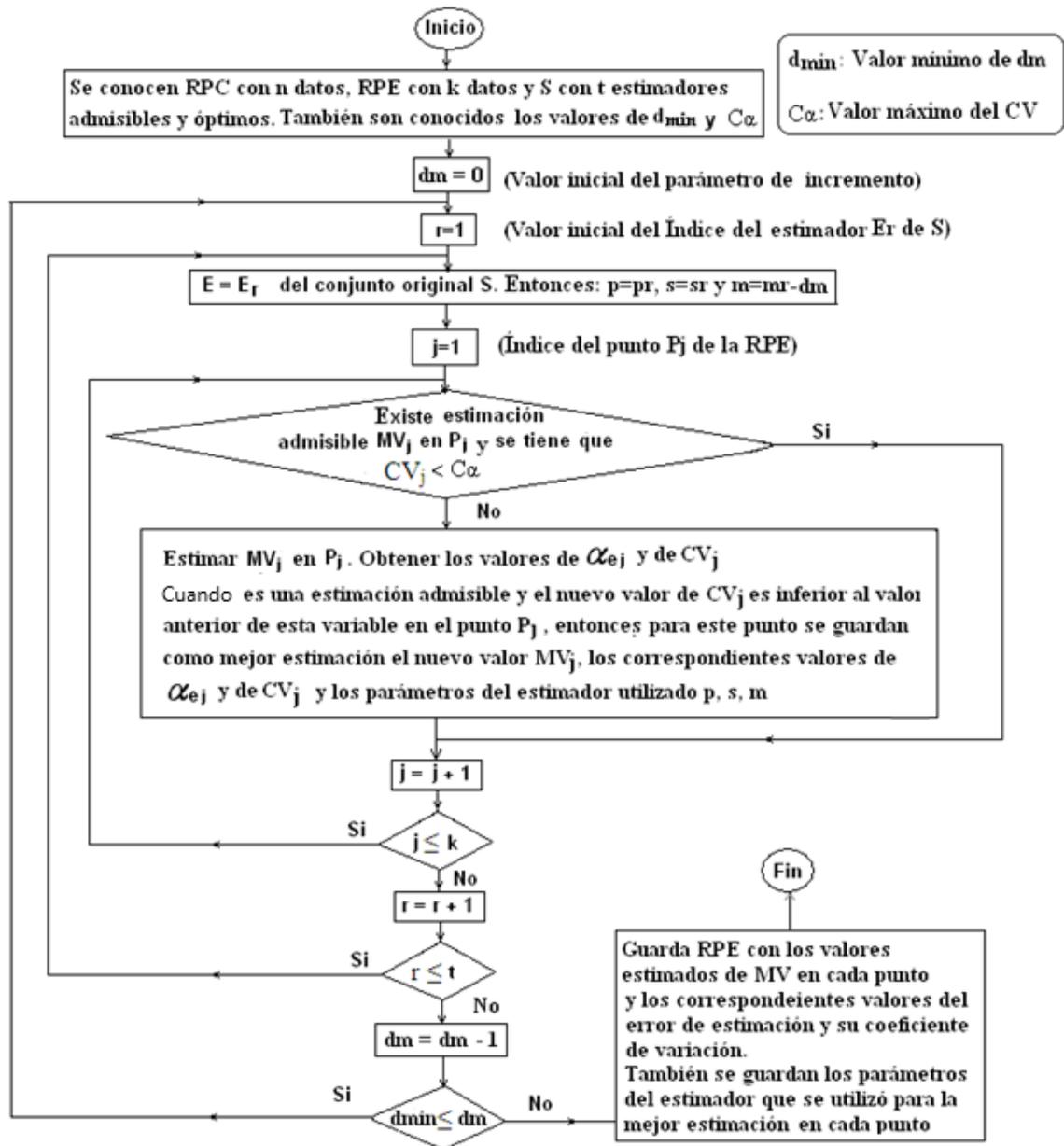


Figura II.4. Algoritmo para la estimación de  $MV$  en la red de exploración. (Fuente: El autor).

En esta investigación se asume heurísticamente por defecto  $C\alpha=0,1$  que equivale a considerar que el error máximo deseable es de un 10%.

Nótese entonces que para estimar el valor  $MV_e$  en cualquier punto de  $P_e$  de la **REP** ahora se dispone de un Estimador Múltiple (conjunto  $S$ ) que, aplicado exhaustivamente con variaciones de sus parámetros  $m$ , permite obtener resultados que potencialmente lo califican (al estimador múltiple) como eficaz.

Si fuera necesario, puede repetirse el procedimiento anterior tomando el valor de  $d_m$  positivo (por ejemplo: 1, 2,...) de manera que en vez de disminuir los valores de  $m_r$ , entonces aumentarían estos.

## **2.9. Aplicación informática para el uso práctico de procedimiento**

Las definiciones y algoritmos que se han descrito en los epígrafes 2.1 hasta 2.8, por sus complejidades y volumen de cálculo, necesitan de una aplicación informática que las soporte. Para ello, con el apoyo del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Moa, se ha desarrollado un software denominado **Masa VolumétricaYLC**.

Para su programación se ha utilizado el desarrollador Borland Delphi Enterprise versión 7,0 del año 2002 de la compañía Borland Software Corporation y su diseño visual es simple y el manejo de datos (basado en archivos TXT, texto separado por tabuladores) es sencillo y aunque está enfocado al apoyo al cálculo en esta investigación, también puede ser utilizado en la práctica geólogo-minera de la industria cubana del níquel.

En la ventana principal del software se presentan cuatro pestañas cuyos nombres definen las tareas principales de la aplicación:

- Preparación de datos de pozos criollos;
- optimiza modelo de estimación puntual de masa volumétrica;
- prepara red de un bloque para estimar puntualmente su masa volumétrica; y

- estimación de masa volumétrica en un bloque de la red de exploración.

La Figura II.5 muestra el aspecto general de la aplicación y en particular su primera pestaña.

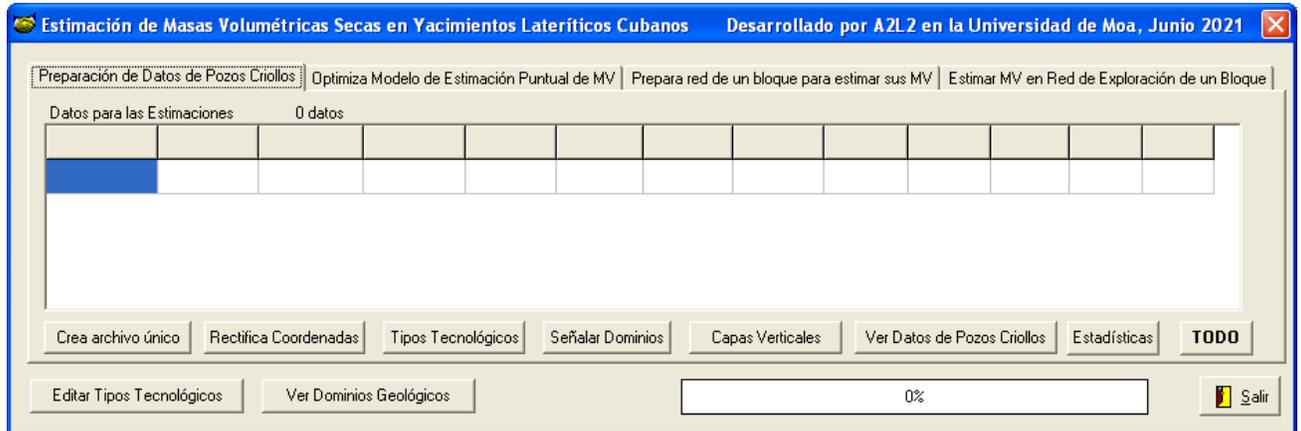


Figura II.5. Aspecto general de la aplicación MasasVolumétricaYLC.

Los botones Editar Tipos Tecnológicos y Ver Dominios Geológicos tienen visualización permanente. El primero de ellos conduce a la ventana que se muestra en la Figura II.6.

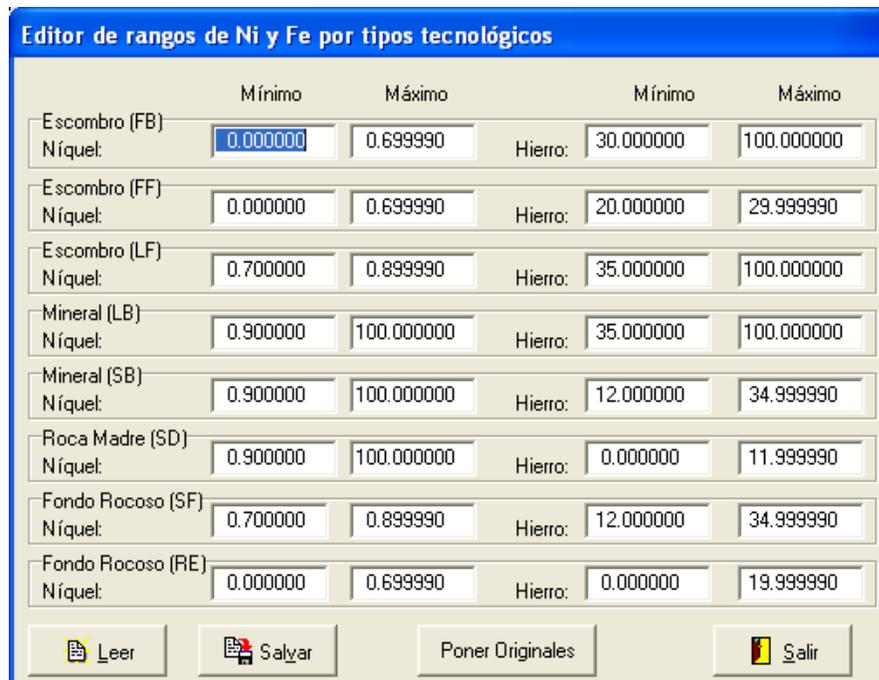
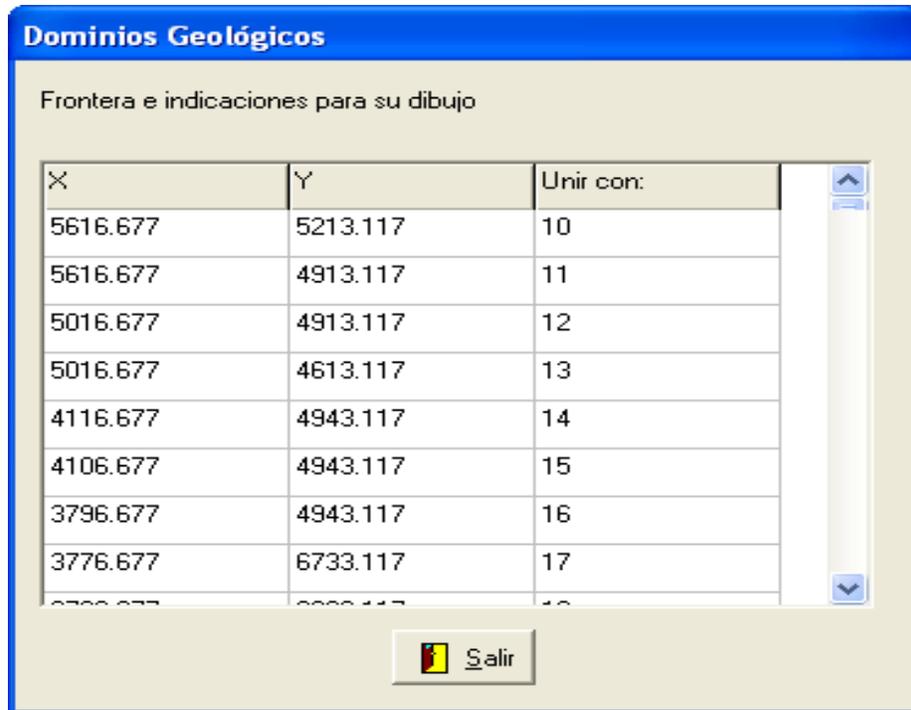


Figura II.6. Editor de rangos de Ni y Fe para definir los tipos tecnológicos (TT).

El segundo botón visualiza los datos de las fronteras del yacimiento y de cada dominio geológico conocido. Su aspecto se ejemplifica en la Figura II.7.



The screenshot shows a window titled "Dominios Geológicos" with a subtitle "Frontera e indicaciones para su dibujo". It contains a table with three columns: "X", "Y", and "Unir con:". The table lists 10 rows of coordinate pairs and their corresponding connection numbers. A vertical scrollbar is visible on the right side of the table. Below the table is a "Salir" button.

| X        | Y        | Unir con: |
|----------|----------|-----------|
| 5616.677 | 5213.117 | 10        |
| 5616.677 | 4913.117 | 11        |
| 5016.677 | 4913.117 | 12        |
| 5016.677 | 4613.117 | 13        |
| 4116.677 | 4943.117 | 14        |
| 4106.677 | 4943.117 | 15        |
| 3796.677 | 4943.117 | 16        |
| 3776.677 | 6733.117 | 17        |
| 3788.677 | 6733.117 | 18        |

Figura II.7. Vista de los datos de la frontera de un yacimiento laterítico cubano.

Son propios de la primera pestaña los siguientes botones:

- **Crea archivo único:** Unifica los archivos independientes de cada pozo criollo del yacimiento en el archivo de nombre TodasMV.txt.
- **Rectifica coordenadas:** Se utiliza cuando se conoce que algunos de los datos tienen sus coordenadas en un sistema de referencia diferente al que se ha tomado como oficial. Debe aclararse que en los yacimientos lateríticos cubanos se utiliza el sistema de coordenadas planas rectangulares o cartesianas referidas al sistema de proyección cartográfica cónica conforme de Lambert Cuba Sur.
- **Tipos tecnológicos:** Agrega a cada localización el calificador *TT* según los valores de *Ni* y *Fe* y atendiendo a la tabla de la Figura II.6.

- **Señala Dominios:** Se le asigna un dominio geológico a cada punto de la *RPC*. Por defecto se asigna como dominio *DI* a los que están dentro o en la frontera del yacimiento; y *0* a los que están fuera de la frontera del yacimiento.
- **Capas verticales (*ES,MI,M2, EI*):** se asigna una capa vertical a cada punto de la *RPC*.
  - Se apunta *ES* cuando el *TT* es *FB, FF* y *LF*.
  - Se adjudica *MI* si es *LB*.
  - Se asigna *M2* si es *SB*.
  - Se asigna *EI* si es *SD, SF* o *RE*.
- **Ver datos de pozos criollos:** Muestra en una tabla los datos listos para la próxima tarea. La figura II.8 muestra los datos después de ejecutar esta tarea.

Estimación de Masas Volumétricas Secas en Yacimientos Lateríticos Cubanos    Desarrollado por A2L2 en la Universidad de Moa, Junio 2021

Preparación de Datos de Pozos Criollos | Optimiza Modelo de Estimación Puntual de MV | Prepara red de un bloque para estimar sus MV | Estimar MV en Red de Exploración de un Bloque

Datos para las Estimaciones    454 datos

| POZDCRIOLLO | XB   | YB   | ZB    | NI   | FE    | CO    | HU    | MVS  | MVH      | TT | DG | EM |
|-------------|------|------|-------|------|-------|-------|-------|------|----------|----|----|----|
| 66          | 3933 | 6466 | 31.73 | 0.9  | 46.7  | 0.068 | 44.62 | 0.85 | 1.22927  | LB | D1 | M1 |
| 66          | 3933 | 6466 | 30.73 | 1.14 | 47.8  | 0.116 | 44.34 | 0.87 | 1.255758 | LB | D1 | M1 |
| 66          | 3933 | 6466 | 29.73 | 1.68 | 26.7  | 0.23  | 41.14 | 0.99 | 1.397286 | SB | D1 | M2 |
| 66          | 3933 | 6466 | 28.73 | 2.26 | 17.4  | 0.048 | 44.22 | 0.91 | 1.312402 | SB | D1 | M2 |
| 66          | 3933 | 6466 | 27.73 | 2.05 | 26.12 | 0.052 | 44.75 | 0.77 | 1.114575 | SB | D1 | M2 |
| 66          | 3933 | 6466 | 26.73 | 1.85 | 30.5  | 0.055 | 47.27 | 0.76 | 1.119252 | SB | D1 | M2 |

Crea archivo único    Rectifica Coordenadas    Tipos Tecnológicos    Señalar Dominios    Capas Verticales    **Ver Datos de Pozos Criollos**    Estadísticas    **TODO**

Editar Tipos Tecnológicos    Ver Dominios Geológicos    0%    Salir

Figura II.8. Datos de la *RPC* listos para su uso en la determinación de estimadores óptimos.

- **TODO:** Ejecuta consecutivamente los botones anteriores.
- **ESTADÍSTICAS:** Genera valores estadísticos de variables en estudio (Figura II.9).

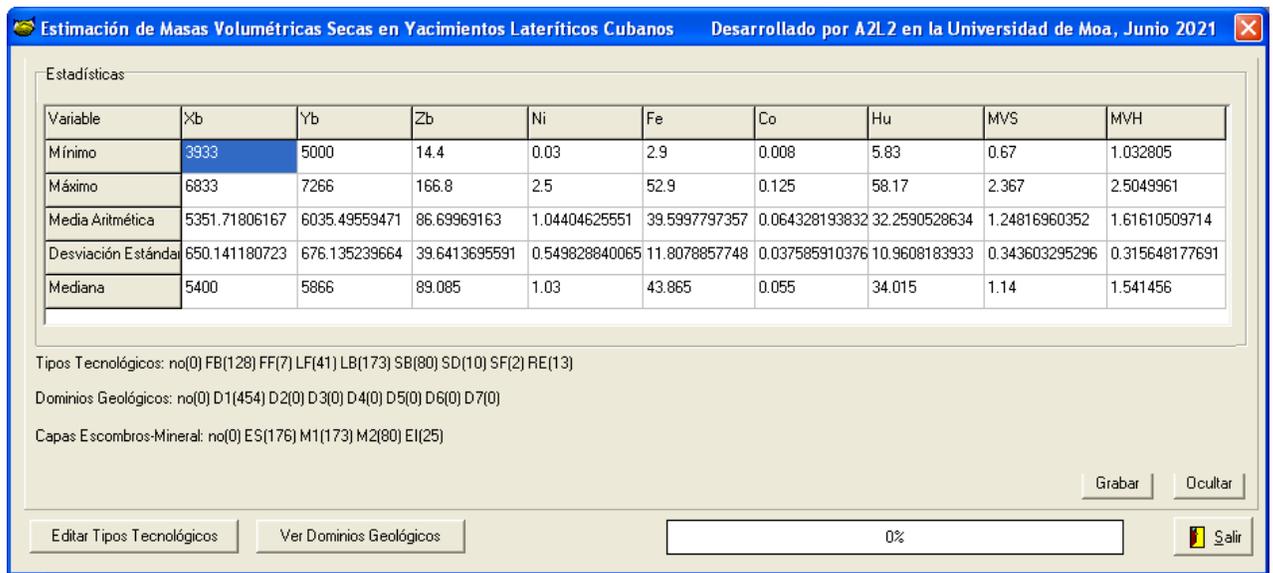


Figura II.9. Valores estadísticos de los datos de *RPC*.

La segunda pestaña general se ilustra en la Figura II.10 y su objetivo es realizar pruebas de validación cruzada para encontrar los mejores estimadores o sea al conjunto *S*.

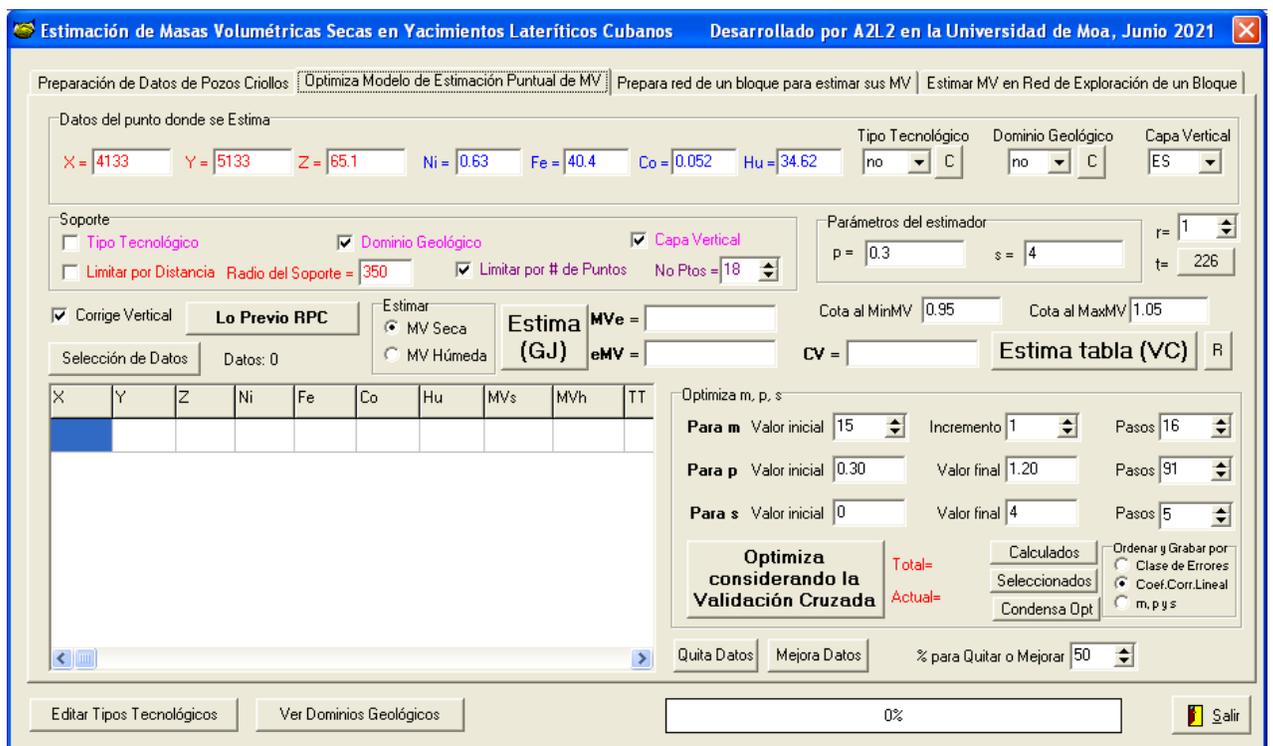


Figura II.10. Pestaña para la determinación de estimadores óptimos.

Lo primero que debe comprobarse es si el estimador “funciona” bien. Para ello se cargan en memoria los datos necesarios de *RPC* mediante el botón **Todo lo previo PC**. Los parámetros:  $p$ ,  $s$  y  $m$  (*No Ptos*) del estimador en uso se configuran en los controles correspondientes.

También debe configurarse el soporte de la estimación mediante la aceptación o no de las restricciones: Estimar  $MV$  o  $MV_h$ , Tipo tecnológico; Dominio geológico; Capa vertical; Límite por distancia (en metros); y Límite por # de puntos ( $m$ ).

Conocidos los datos del punto de prueba donde se va a estimar:  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $Ni$ ,  $Fe$ ,  $Co$ ,  $TT$ ,  $DG$  y Capa Vertical; con el botón **Selección de datos** se determinan los puntos de *RPC* del soporte de la estimación actual. Finalmente con el botón **Estima (GJ)** se obtienen el valor estimado  $MV_e$ , el error de estimación  $\alpha_e$  y el coeficiente de variación  $CV_e$ . El SEL se resuelve por el método de Gauss-Jordán y este procedimiento puede seguirse paso a paso mediante la activación del control **Ver Sistema**.

La segunda potencialidad que se muestra en esta pestaña es la de realizar Validación Cruzada con el estimador definido como actual y con los datos de la *RPC*. Para ello se dispone del botón **Estima Tabla (VC)** que realiza el procedimiento para crear el archivo *ValidacionCruzadaMVs.txt* cuyos resultados estadísticos se muestran en la Figura II.11.

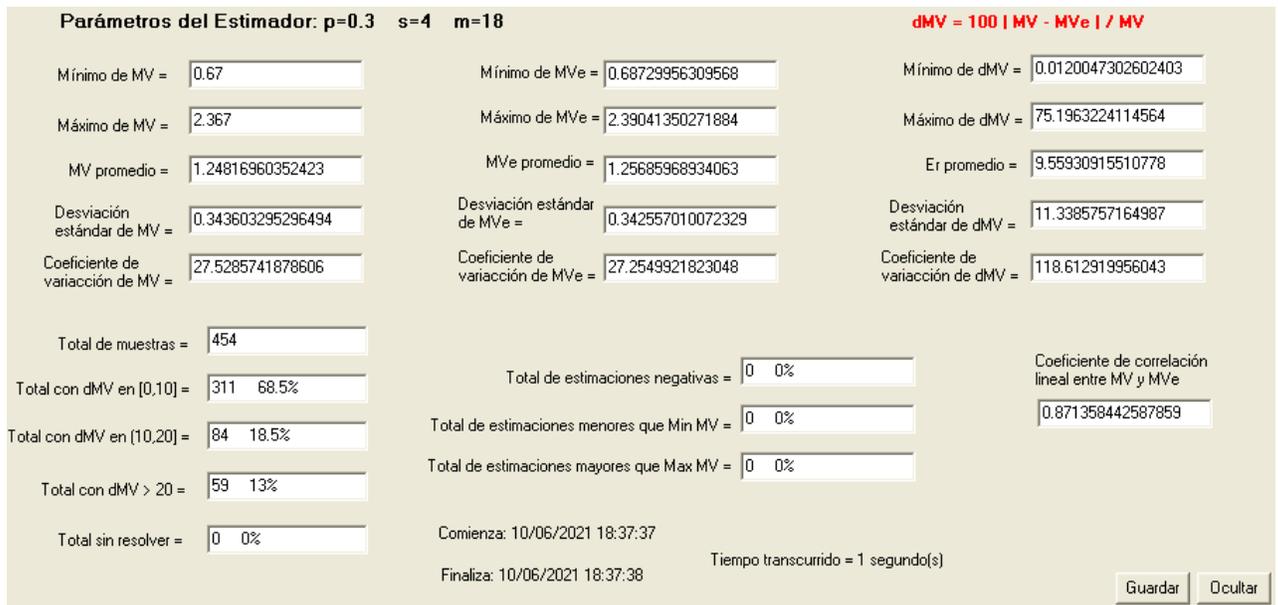


Figura II.11. Resultados estadísticos que se obtienen al realizar un proceso de validación cruzada sobre la *RPC* con el estimador seleccionado.

La tercera función de esta segunda pestaña es la búsqueda exhaustiva de estimadores admisibles óptimos. La configuración para realizar este procedimiento se escribe en el recuadro titulado **Optimiza m, p, s** y se ejecuta con el botón **Optimiza considerando la validación cruzada**; los resultados van a dos archivos:

- **Optimizacion.txt**: contiene los datos de todos los estimadores probados durante la búsqueda exhaustiva. En la Figura II.12 se muestran estos resultados.
- **OptimizacionSel.txt**: contiene los datos de todos los estimadores admisibles (o sea: estiman cada dato de *RPC* y todos los resultados de *MVe* están en rango).

| n  | p    | s | MinMV | MaxMV | MeMV             | DeMV              | CvMV         |
|----|------|---|-------|-------|------------------|-------------------|--------------|
| 30 | 0.33 | 2 | 0.67  | 2.367 | 1.24816960352423 | 0.343603295296494 | 27.528574187 |
| 30 | 0.34 | 2 | 0.67  | 2.367 | 1.24816960352423 | 0.343603295296494 | 27.528574187 |
| 30 | 0.32 | 2 | 0.67  | 2.367 | 1.24816960352423 | 0.343603295296494 | 27.528574187 |
| 30 | 0.35 | 2 | 0.67  | 2.367 | 1.24816960352423 | 0.343603295296494 | 27.528574187 |
| 30 | 0.31 | 2 | 0.67  | 2.367 | 1.24816960352423 | 0.343603295296494 | 27.528574187 |
| 30 | 0.36 | 2 | 0.67  | 2.367 | 1.24816960352423 | 0.343603295296494 | 27.528574187 |
| 30 | 0.3  | 2 | 0.67  | 2.367 | 1.24816960352423 | 0.343603295296494 | 27.528574187 |
| 30 | 0.37 | 2 | 0.67  | 2.367 | 1.24816960352423 | 0.343603295296494 | 27.528574187 |
| 30 | 0.38 | 2 | 0.67  | 2.367 | 1.24816960352423 | 0.343603295296494 | 27.528574187 |
| 30 | 0.39 | 2 | 0.67  | 2.367 | 1.24816960352423 | 0.343603295296494 | 27.528574187 |
| 30 | 0.4  | 2 | 0.67  | 2.367 | 1.24816960352423 | 0.343603295296494 | 27.528574187 |
| 30 | 0.41 | 2 | 0.67  | 2.367 | 1.24816960352423 | 0.343603295296494 | 27.528574187 |
| 30 | 0.42 | 2 | 0.67  | 2.367 | 1.24816960352423 | 0.343603295296494 | 27.528574187 |

H:\Documentos\Año 2018\W\Programa\Datos\Optimizacion-MVS.txt. Total de filas = 7280

Figura II.12. Resultados del archivo *Optimizacion.txt*.

Del segundo archivo se toman los mejores estimadores (según el coeficiente de correlación  $C$ , o la cantidad de valores  $CV$  menores que  $0,1$ , o cualquier otro criterio que pudiera considerar el investigador) y se guardan sus datos principales en el archivo *OptimizacionOPT.txt*.

En esta pestaña puede seleccionarse (con el botón  $r=$  el estimador óptimo que ocupa el orden indicado en el control adyacente) y con el botón **Estima Tabla (VC)** se crea el correspondiente archivo de validación cruzada.

Los datos de *RPC* (contenidos en el archivo *TodasMV-B-TT-DG-EM.txt*) pueden transformarse mediante los botones:

- **Quita datos:** Elimina de *RPC* los datos donde  $eMV$  es mayor que la cota definida en el control **% para quitar o mejorar**. El resultado de las eliminaciones se guarda en el archivo *Quitado TodasMV-B-TT-DG-EM.txt*

- **Mejora datos:** Sustituye en *RPC* los datos de *MV* por *MVe* cuando los valores de *eMV* son mayores que la cota definida en el control % **para quitar o mejorar**. El resultado de las eliminaciones se guarda en el archivo *Mejorado TodasMV-B-TT-DG-EM.txt*

La tercera pestaña tiene como objetivo preparar la *REP* de un bloque para estimar puntualmente sus Masas Volumétricas. Su aspecto se ilustra en la Figura II.13.

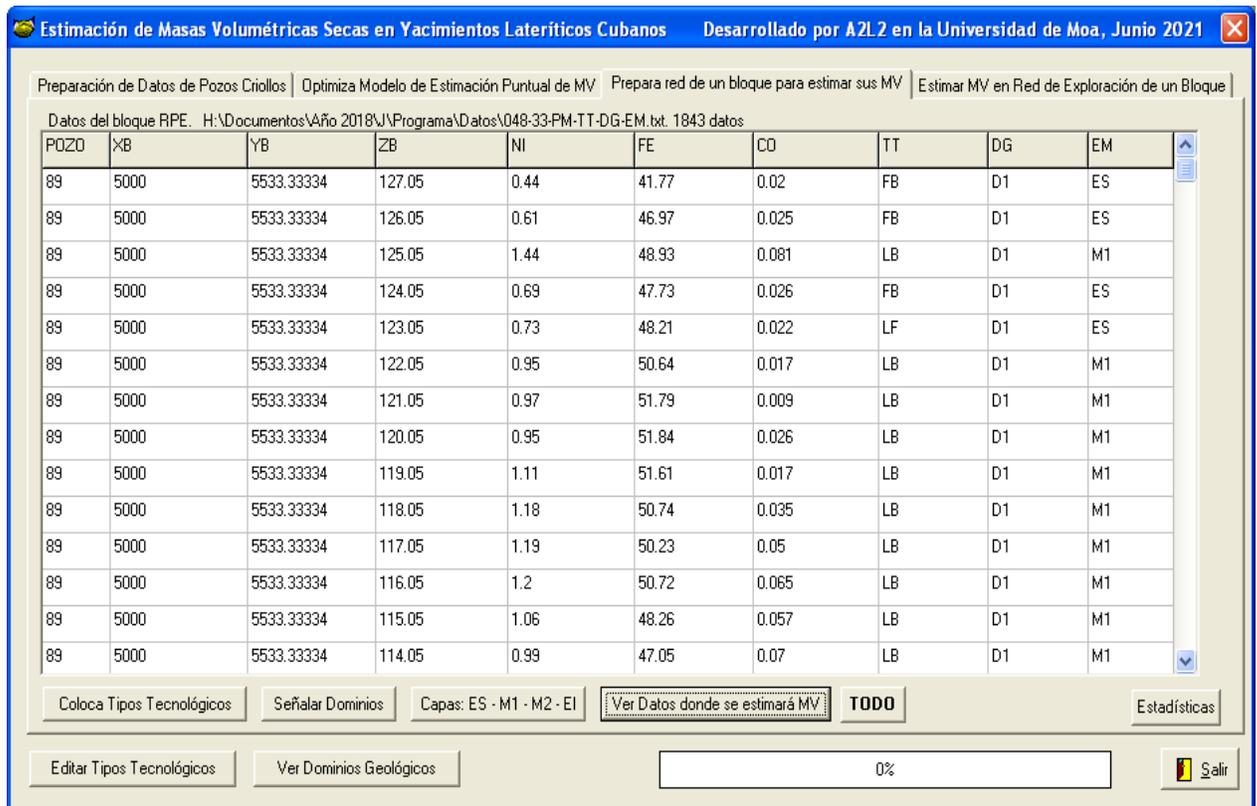


Figura II.13. Ventana para la preparación de la red de exploración de un bloque para estimar puntualmente sus Masas Volumétricas.

Sus botones tienen las siguientes funciones:

- **Coloca tipos tecnológicos:** Agrega a cada localización de la *REP* el calificador *TT* según los valores de *Ni* y *Fe* y atendiendo a la tabla de la Figura II.6.

- **Señalar dominios:** Se le asigna un dominio geológico horizontal a cada punto de la *REP*. Por defecto se asigna como dominio *DI* a los que están dentro o en la frontera del yacimiento; y *0* a los que están fuera de la frontera del yacimiento.
- **Capas ES - M1- M2 - EI:** Se asigna un dominio vertical a cada punto de la *REP*.
  - Se apunta *ES* cuando el *TT* es *FB*, *FF* y *LF*.
  - Se adjudica *M1* si es *LB*
  - Se asigna *M2* si es *SB*.
  - Se asigna *EI* si es *SD*, *SF* o *RE*.
- **Ver datos donde se estima MV:** Muestra en una tabla los datos de *REP* listos para la trabajar (ver Figura II.13)
- **TODO:** Ejecuta consecutivamente los botones anteriores.
- **ESTADÍSTICAS:** Muestra valores estadísticos de las variables (Figura II.14).

Estadísticas

| Variable            | Xb            | Yb            | Zb           | Ni             | Fe            | Co             |
|---------------------|---------------|---------------|--------------|----------------|---------------|----------------|
| Mínimo              | 4733.33334    | 5533.33334    | 77.84        | 0.12           | 5             | 0.002          |
| Máximo              | 5000          | 5800          | 127.05       | 2.5            | 58.4          | 0.125          |
| Media Aritmética    | 4880.10490454 | 5664.49629561 | 103.6681172  | 1.18257731959  | 36.7749267499 | 0.063353228431 |
| Desviación Estándar | 84.3926575815 | 86.6719060467 | 9.2801929174 | 0.504295847233 | 14.8704599379 | 0.040956000160 |
| Mediana             | 4866.66667    | 5666.66667    | 104.05       | 1.14           | 44.96         | 0.053          |

Tipos Tecnológicos: no(0) FB(272) FF(6) LF(162) LB(824) SB(358) SD(112) SF(25) RE(84)

Dominios Geológicos: no(0) D1(1843) D2(0) D3(0) D4(0) D5(0) D6(0) D7(0)

Capas Escombros-Mineral: no(0) ES(440) M1(824) M2(358) EI(25)

Grabar    Ocultar

Figura II.14. Resultados estadísticos que se obtienen de las variables de la *RPE* en un bloque donde se estimará la masa volumétrica.

La cuarta y última pestaña contiene el desarrollo de las tareas de estimación puntual de *MV* en las localizaciones *REP* de un bloque de un yacimiento laterítico cubano. En la Figura II.15 se muestra su aspecto general.

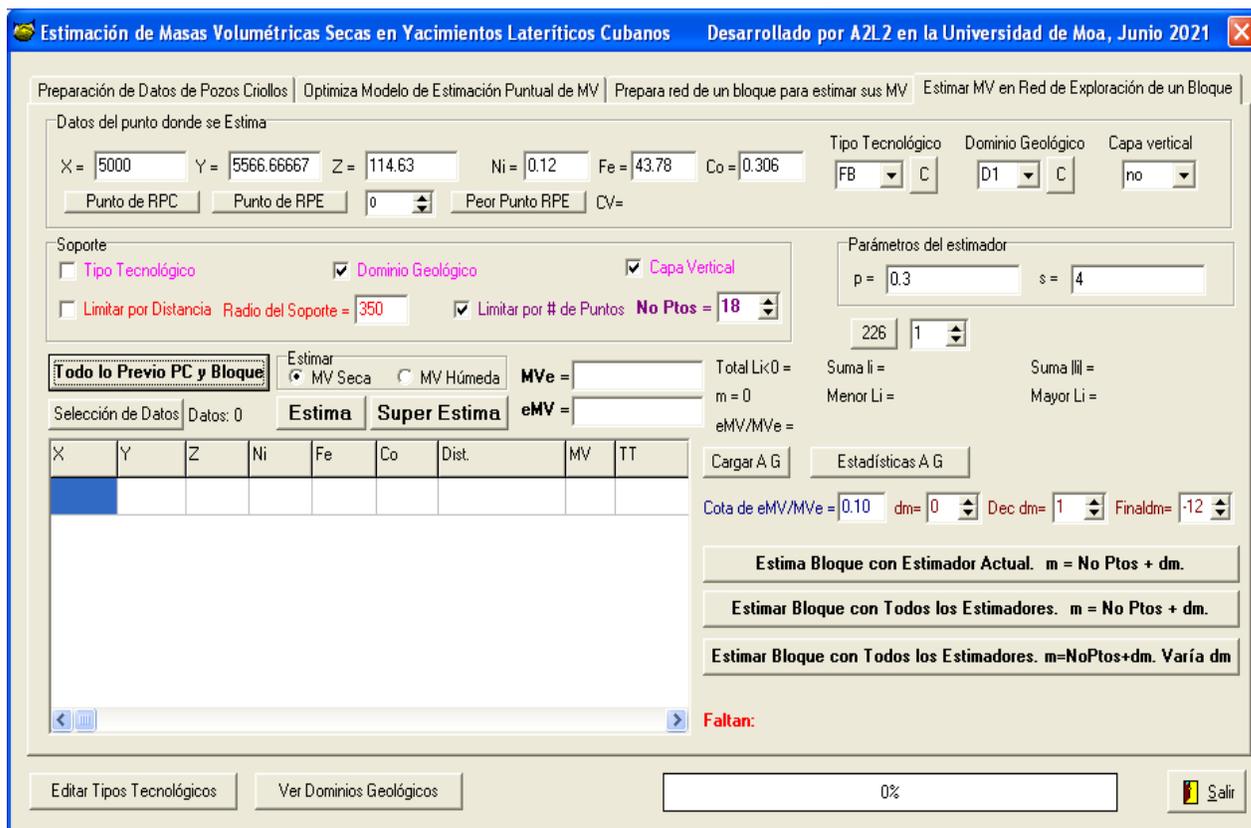


Figura II.15. Pestaña para estimar *MV* en la *REP* de un bloque.

La primera tarea programada en esta pestaña consiste en comprobar nuevamente si el estimador “funciona” correctamente para datos de la *RPE*. Para ello se cargan en memoria los datos necesarios mediante el botón **Todo lo previo PC y Bloque** y luego se definen sus parámetros:  $p$ ,  $s$  y  $NoPtos$  ( $m$ ). A continuación se configura el soporte mediante la aceptación o no de las restricciones: Tipo tecnológico; Dominio geológico; Capa vertical; Límite por distancia (en metros); y Límite por # de puntos ( $n$ ).

Dados los datos del punto de prueba donde se va a estimar:  $X, Y, Z, Ni, Fe, Co, TT, DG$  y Capa Vertical, mediante el botón **Selección de datos**, se determinan cuáles son los puntos de la *RPC* que conforman el soporte de la estimación actual.

Con el botón **Estima (GJ)** se obtienen los valores  $MV_e, \alpha_e$  y  $CV_e$ . El SEL se resuelve por el método de Gauss-Jordán y puede seguirse paso a paso activando el control **Ver Sistema**.

El botón **Super Estima** permite probar la estimación del punto caracterizado por  $X, Y, Z, Ni, Fe, Co, TT, DG$  y Capa Vertical para todos los modelos obtenidos de las combinaciones que se generan de los parámetros del control *Optimiza m, p s* de la segunda pestaña, de manera que se escoge el de menor  $CV_e$ . Esta opción tiene como propósito tratar individualmente los puntos de *RPE* donde los resultados finales de estimación son admisibles pero con un error insatisfactorio.

Para las tareas dos, tres y cuatro que siguen, se utiliza una tabla con los datos de la *RPE* (denominada internamente *RPE<sub>88</sub>*) que es:

- Inicializada, respecto a los valores de estimación de cada punto de *RPE*, cuando se ejecuta el botón **Todo lo previo PC y Bloque**;
- recargada con una variante de resultados parciales al usar el botón **Cargar A G**.

El archivo *RPE<sub>88</sub>* se actualiza en memoria cuando se ejecutan las opciones que se describen a continuación y en cada caso los resultados parciales se graban automáticamente.

Estas actualizaciones se realizan solo en aquellas localizaciones donde aún no se ha estimado admisiblemente  $MV_e$  o, se tiene esa estimación pero el coeficiente de variación  $CV_e = \frac{\alpha_e}{MV_e}$  es mayor que la cota de error  $C_\alpha$  (que se configura en el control **Cota de A/MV**). Los resultados obtenidos en cada estimación solo sustituyen al anterior cuando es admisible y, además, el nuevo valor de  $CV_e$  es menor que el que antes existía lo cual implica que cada vez que se realizan nuevas

estimaciones, estas solo pueden igualar o mejorar los resultados de las estimaciones anteriores en la tabla  $RPE_{88}$ .

La segunda tarea se concreta con el botón **Estimar Bloque con Estimador Actual**.  $m=NoPtos+dm$  y el procedimiento consiste en:

1. Determinar cada localización  $P_e$  de  $RPE_{88}$  que aún no tenga estimación admisible  $MV_e$  o que, teniéndola, el valor de  $CV_e$  sea mayor que  $C_a$ ;
2. a cada  $P_e$  obtenido en el paso 1 se le calcula  $MV_e$ ,  $\alpha_e$  y  $CV_e$  usando el modelo actual  $r$  que se muestra en pantalla pero tomando  $m=m_r+d_m$ . Si  $MV_e$  es admisible y  $CV_e$  es menor que  $C_a$ , entonces los tres nuevos valores sustituyen a los anteriores en  $RPE_{88}$ ; también se conservan los parámetros  $m$ ,  $p_r$  y  $s_r$  que caracterizan al estimador actual;
3. los resultados se guardan en un archivo de tipo: *048-33-PM-TT-DG-EM-MVEN.txt*.

Cambiando creativamente las configuraciones de los modelos y soportes, el uso repetido de este botón permite individualizar el proceso de estimación de  $RPE$ . Asimismo, cualquiera de estos archivos puede recuperarse a la memoria  $REP_{88}$  usando el botón **Cargar A G** para poder seguir trabajando sobre ellos.

La tercera tarea de esta pestaña se realiza mediante el botón **Estimar Bloque con Todos los Estimadores**.  $m=NoPtos+dm$ . En este caso el procedimiento consiste en repetir la segunda tarea tomando como estimador actual a  $E_r$  donde  $r=1, \dots, t$ . De esta manera cada punto de  $RPE_{88}$  será analizado y si es necesario se intentará mejorar su valor  $MV_e$  siguiendo el criterio de que se toma aquel donde  $CV_e$  es mínimo.

La cuarta tarea de esta pestaña se ejecuta mediante el botón **Estimar Bloque con Todos los Estimadores**.  $m=NoPtos+dm$ . **Varía  $dm$** . El procedimiento ejecuta el algoritmo de la Figura II.4 y consiste en realizar la tercera tarea, decreciendo a  $dm$  desde el valor dado en el control  $dm=0$

hasta el valor dado en el control  $Finaldm=-12$  con un paso de decrecimiento dado por el control  $Dec dm=1$ .

Bajo el criterio algorítmico descrito, cada nueva estimación sobre la tabla  $REP_{88}$  puede perfeccionar los resultados bajo el criterio de minimizar en el proceso el valor de cada  $ae$ ; es por esta razón que se afirma que el último archivo calculado es, para el bloque  $RPE$ , el modelo de masas volumétricas de mayor calidad.

Pudiera quedar algún punto para estimar o tal vez se necesite mejorar alguna estimación entonces el investigador puede usar la primera y segunda tarea para lograr ese propósito.

Para cada archivo guardado, el botón **Estadísticas A G** permite acceder a las estadísticas de la cantidad de estimaciones con  $CV$  en rangos de amplitud de 1 decimal por tipo de tipo tecnológico de los datos de  $RPE$ . Esto se ilustra en la Figura II.16.

| Estadísticas |          |           |           |           |           |           |           |           |           |            |        |                |
|--------------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|--------|----------------|
| Clases       | 0<CV<=10 | 10<CV<=20 | 20<CV<=30 | 30<CV<=40 | 40<CV<=50 | 50<CV<=60 | 60<CV<=70 | 70<CV<=80 | 80<CV<=90 | 90<CV<=100 | 100<CV | Total en Clase |
| FB           | 14       | 61        | 90        | 59        | 24        | 14        | 8         | 2         | 0         | 0          | 0      | 272            |
| FF           | 0        | 0         | 1         | 1         | 2         | 2         | 0         | 0         | 0         | 0          | 0      | 6              |
| LF           | 22       | 71        | 43        | 20        | 4         | 2         | 0         | 0         | 0         | 0          | 0      | 162            |
| LB           | 733      | 89        | 2         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0          | 0      | 824            |
| SB           | 131      | 97        | 59        | 25        | 23        | 7         | 7         | 5         | 1         | 2          | 1      | 358            |
| SD           | 73       | 24        | 12        | 2         | 1         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0          | 0      | 112            |
| SF           | 0        | 0         | 16        | 5         | 1         | 2         | 1         | 0         | 0         | 0          | 0      | 25             |
| RE           | 11       | 50        | 21        | 2         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0          | 0      | 84             |
| Todas        | 984      | 392       | 244       | 114       | 55        | 27        | 16        | 7         | 1         | 2          | 1      | 1843           |

Figura II.16. Estadística por clase  $TT$  de la calidad de las estimaciones de  $MV_e$ .

## 2.10. Conclusiones parciales

1. Mediante ecuaciones matemáticas ha sido caracterizado el estimador múltiple, óptimo respecto al criterio de la Validación Cruzada, de la familia  $(A, U, \Theta)$  con núcleo  $UPD$  y soporte variable.

2. Se presenta un procedimiento para estimar eficazmente la masa volumétrica en los puntos de la red de exploración de yacimientos lateríticos cubanos.
3. Se ha diseñado y desarrollado una aplicación informática para implementar de forma viable y eficaz el procedimiento descrito.

## **CAPÍTULO III: ESTIMACIÓN DE LAS MASAS VOLUMÉTRICAS EN EL BLOQUE 048 DEL YACIMIENTO LATERÍTICO PUNTA GORDA**

### **3.1 Introducción**

En Cuba se han explorado más de 40 yacimientos lateríticos (Legrá Lobaina 1999), muchos de ellos en el municipio de Moa, provincia de Holguín, donde se concentra hoy la producción de *Ni* y *Co* en el país. En este municipio se encuentra el yacimiento Punta Gorda que actualmente está en fase de agotamiento de sus reservas geológicas y uno de sus bloques más estudiado, el *048*, será caso de estudio para aplicar el procedimiento explicado en el Capítulo II.

El objetivo del presente capítulo es aplicar la teoría y la aplicación informática a los datos disponibles del bloque *048* del yacimiento Punta Gorda para estimar eficazmente su masa volumétrica puntual en su red de exploración.

### **3.2 Caracterización general del yacimiento laterítico Punta Gorda**

El yacimiento Punta Gorda ocupa un área total de 746 ha y se encuentra ubicado dentro de los límites del macizo montañoso Cuchillas de Moa, (Álvares Mulet, Tamayo Batista et al. 2013) al noreste del municipio homónimo, que es el más oriental de la provincia de Holguín. Limita al norte con las aguas del océano Atlántico, la carretera a Punta Gorda y la parte baja del cauce del río Moa; al sur con los yacimientos Camarioca Norte y Camarioca Este; al oeste con el yacimiento Moa Oriental, separado de él por el límite natural del arroyo Los Lirios y el cañón del río Moa; y al este con el río Yagrumaje que lo separa del yacimiento Yagrumaje. (Acevedo Rodríguez and de León Herrero 2013).

El área está limitada por las coordenadas del sistema de proyección cartográfica cónica conforme de Lambert Cuba Sur:

X = 699 800 m - 704 100 m

Y = 218 600 m - 221 900 m

Las coordenadas geográficas son: latitud  $20^{\circ} 38' 2''$  y longitud  $74^{\circ} 52' 8''$ .

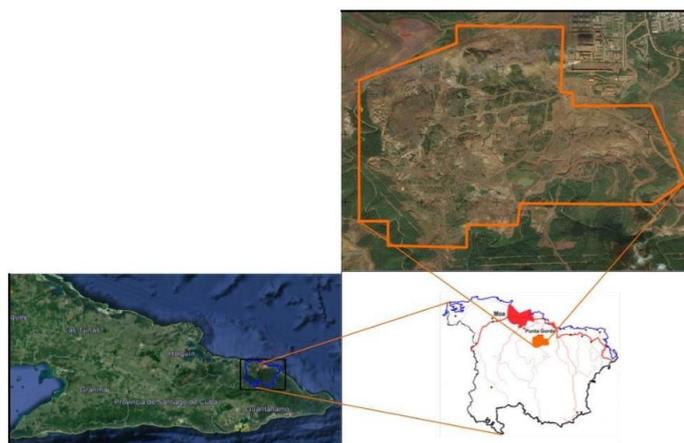


Figura III.1: Ubicación geográfica del yacimiento Punta Gorda. (Núñez Elías 2017).

EL área del yacimiento está dividida en 88 bloques de exploración cuya denominación es una letra más un número tal como se indica en la Figura III.2.

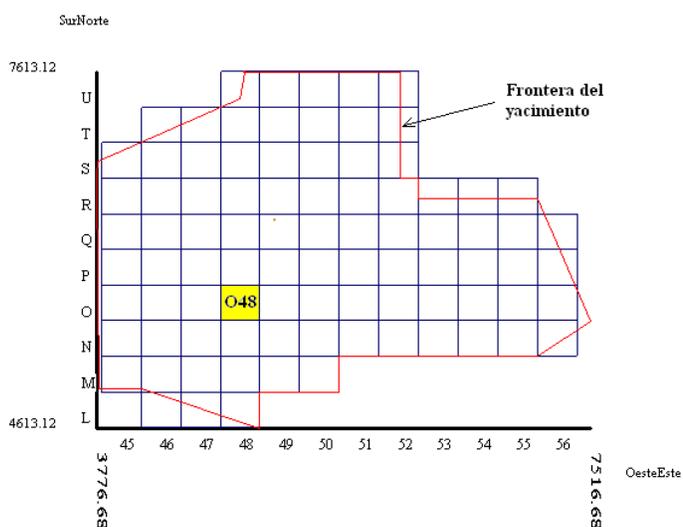


Figura III.2: Bloques de exploración en el yacimiento Punta Gorda.

Nótese que en la Figura III.2 se ha destacado en particular el bloque *O48* que será el caso de estudio de la presente investigación.

Las caracterizaciones geológicas, petrológicas, mineralógicas, hidrológicas, hidrogeológicas, geomorfológicas y tectónicas, siguiendo la exposición de (Núñez Elías 2017), aparecen en los anexos *1, 2, 3, 4, 5, 6* y *7* respectivamente.

### 3.3 Dominios geológicos en el yacimiento Punta Gorda

Como parte de la investigación doctoral de (Vera Sardiñas 2001) se estudiaron en el yacimiento Punta Gorda la presencia de 7 zonas que presentaban ciertas características homogéneas y se definieron los que ese autor denominó Dominios del yacimiento (ver Figura III.3).

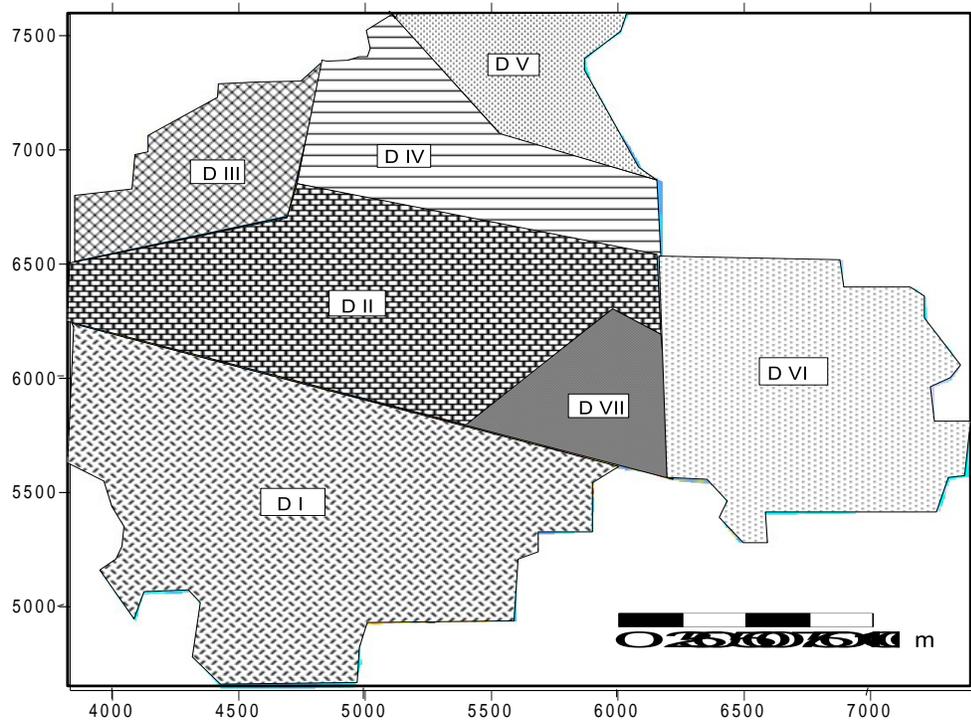


Figura III.3. Dominios geológicos del yacimiento Punta Gorda (Vera Sardiñas 2001).

Las características definidas por (Vera Sardiñas 2001) para cada uno de estos dominios aparecen en los anexos *8, 9, 10, 11, 12, 13* y *14* respectivamente.

### **3.4 Bloque O48 del yacimiento Punta Gorda**

El bloque **O48**, con un área de  $90\ 000\ m^2$  (cuadrado de 300 m de lado) tiene las características de un perfil laterítico típico de clima húmedo tropical con roca madre ultrabásica fuertemente serpentizada y un buen drenaje, coincidiendo tal descripción con uno de los tipos de la clasificación de (Golightly 1979). Solo están presentes las zonas limonítica y saprolítica, siendo esta última la menos desarrollada; la zona intermedia smectita-cuarzo es incipiente y las estructuras en boulders son raras; solo existen algunos bloques flotantes de rocas frescas o poco alteradas en las partes intermedia y baja del perfil (Martínez Vargas and Pérez Melo 2006).

Según la clasificación de los dominios geológicos caracterizados en la tesis doctoral de (Vera Sardiñas 2001), este bloque se ubica en el Dominio I, el cual es el más extenso del depósito y se ubica hacia la mitad sur del mismo, destacándose por presentar los sectores más extensos y potentes de una corteza y su capa útil *in situ* con el más bajo grado de desmembramiento en todo el depósito, rodeados por sectores extensos menos potentes en los que el corte de erosión es más profundo.

En este dominio, cuando el nivel del corte de erosión es más profundo, los contenidos de níquel se incrementan, mientras que los de cobalto disminuyen, al igual que como sucede con el hierro. En los sectores donde el nivel de erosión es muy profundo los contenidos de hierro disminuyen significativamente (Vera Sardiñas 2001).

### **3.5 Estimador múltiple de masa volumétrica en yacimiento Punta Gorda**

Como se ha mencionado en el trabajo de (António, Polanco Almanza et al. 2020) para el estudio de la masa volumétrica en el yacimiento Punta Gorda se cuenta con 44 pozos criollos (ver la figura III.4), de los cuales, sólo serán considerados con datos útiles los 36 pozos que están en la frontera, o en el interior de la concesión de explotación del yacimiento.

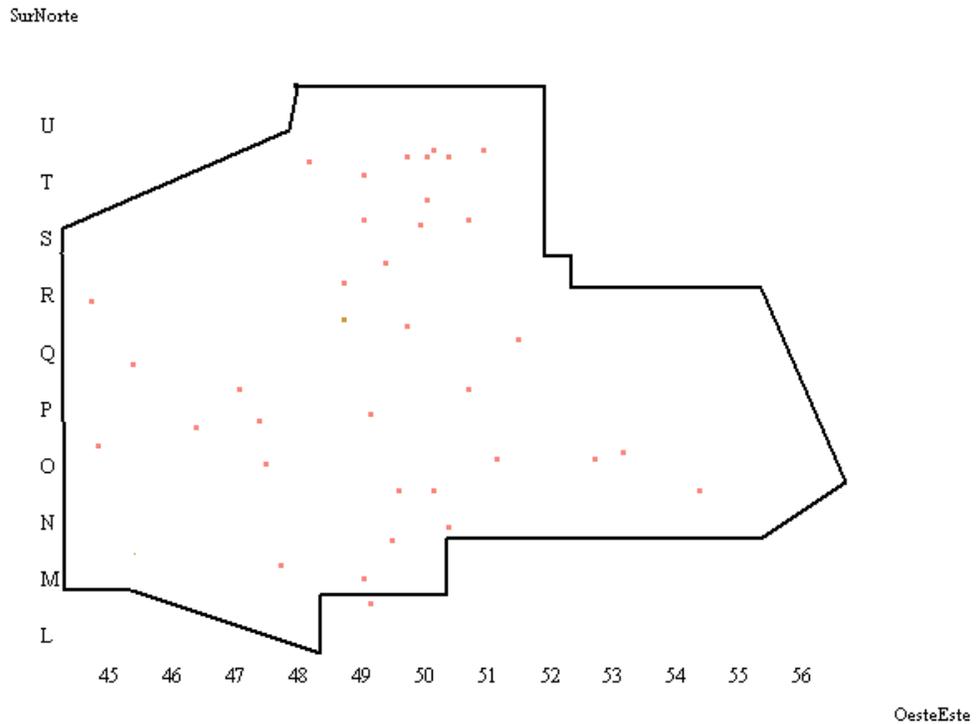


Figura III.4. Pozos criollos relacionados con el yacimiento Punta Gorda.

Los 36 pozos considerados poseen un total de 454 muestras, las cuales fueron revisadas minuciosamente. Se encontró un solo valor anómalo de Ni > 2,5% que fue sustituido por este último valor. Los parámetros estadísticos básicos de la RPC obtenida, se muestran en las Tablas III.1, III.2, III.3 y III.4.

Tabla III.1. Parámetros estadísticos básicos de la red de pozos criollos RPC.

| Variable   | Mínimo | Máximo | Media Aritmética | Desviación Estándar | Mediana |
|------------|--------|--------|------------------|---------------------|---------|
| <b>Xb</b>  | 3 933  | 6 833  | 5 351,718        | 6 50,141            | 5 400   |
| <b>Yb</b>  | 5 000  | 7 266  | 6 035,496        | 676,135             | 5 866   |
| <b>Zb</b>  | 14,4   | 166,8  | 86,699           | 39,641              | 89,085  |
| <b>Ni</b>  | 0,03   | 2,5    | 1,044            | 0,549               | 1,03    |
| <b>Fe</b>  | 2,9    | 52,9   | 39,599           | 11,808              | 43,865  |
| <b>Co</b>  | 0,008  | 0,125  | 0,064            | 0,0376              | 0,055   |
| <b>Hu</b>  | 5,83   | 58,17  | 32,259           | 10,961              | 34,015  |
| <b>MVs</b> | 0,67   | 2,367  | 1,248            | 0,344               | 1,14    |
| <b>MVh</b> | 1,033  | 2,505  | 1,616            | 0,316               | 1,542   |

Tabla III.2. Frecuencias de aparición de los tipos tecnológicos en la *RPC*.

| <b>Tipos Tecnológicos</b> | <b>Ninguna</b> | <b>FB</b> | <b>FF</b> | <b>LF</b> | <b>LB</b> | <b>SB</b> | <b>SD</b> | <b>SF</b> | <b>RE</b> |
|---------------------------|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>Frecuencia</b>         | 0              | 128       | 7         | 41        | 173       | 80        | 10        | 2         | 13        |
| <b>%</b>                  | 0              | 28.19     | 1.54      | 9.03      | 38.11     | 17.62     | 2.2       | 0.44      | 2.86      |

Tabla III.3. Frecuencias de aparición de localizaciones en cada capa vertical.

| <b>Capas Verticales</b> | <b>Ninguno</b> | <b>ES</b> | <b>M1</b> | <b>M2</b> | <b>EI</b> |
|-------------------------|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>Frecuencia</b>       | 0              | 176       | 173       | 80        | 25        |
| <b>%</b>                | 0              | 38.77     | 38.11     | 17.62     | 5.51      |

Tabla III.4. Frecuencias de aparición de localizaciones en los dominios geológicos.

| <b>Dominios geológicos</b> | <b>Ninguno</b> | <b>D1</b> | <b>D2</b> | <b>D3</b> | <b>D4</b> | <b>D5</b> | <b>D6</b> | <b>D7</b> |
|----------------------------|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>Frecuencia</b>          | 0              | 147       | 128       | 0         | 60        | 35        | 47        | 37        |
| <b>%</b>                   | 0              | 32.38     | 28.19     | 0         | 13.22     | 7.71      | 10.35     | 8.15      |

En resumen, se tienen 11 pozos en el Dominio I, nueve pozos en el Dominio II, no existen pozos en el Dominio III, seis en el Dominio IV, cinco pozos en el Dominio V, tres pozos en el Dominio VI y dos pozos en el Dominio VII.

Los pozos criollos de este yacimiento se ejecutaron en cinco períodos de tiempo diferentes, que se denominaron Etapa 1, Etapa 2, Etapa 3, Etapa C2 y Etapa C3. Los valores de las masas volumétricas en cualquier localización de la RPE se asumieron como valores promedios por tipos tecnológicos para cada etapa (Ver Tabla III.5).

Tabla III.5: Valores de MV clásica tomadas como promedios en cada TT por etapas.

| <b>Menas\Etapas</b> | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>C2</b> | <b>C3</b> |
|---------------------|----------|----------|----------|-----------|-----------|
| <b>FB</b>           | 1.7      | 1.52     | 1.52     | 1.52      | 1.52      |
| <b>FF</b>           | 1.02     | 1.02     | 1.66     | 1.02      | 1.66      |
| <b>LF</b>           | 1.34     | 1.29     | 1.26     | 1.29      | 1.26      |
| <b>LB</b>           | 1.14     | 1.09     | 1.09     | 1.09      | 1.09      |
| <b>SB</b>           | 1.06     | 0.99     | 0.91     | 0.99      | 0.91      |

|           |      |      |      |      |      |
|-----------|------|------|------|------|------|
| <b>SD</b> | 1.07 | 1.07 | 1.07 | 1.07 | 1.07 |
| <b>SF</b> | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 |
| <b>RE</b> | 1.43 | 1.43 | 1.43 | 1.43 | 1.43 |

Cada bloque pertenece a una etapa. En particular el bloque O48 pertenece a la etapa 2 y los valores promedios por tipo tecnológico se muestran en la tercera columna de la tabla III.5.

Para determinar el conjunto  $S$  se tomaron las siguientes definiciones:

- Para  $p$

$$p_{\min} = 0,30$$

$$p_{\max} = 1,20$$

$$k_p = 91$$

Se calcula el paso: 0,01

- Para  $s$

$$s_{\min} = 0$$

$$s_{\max} = 4$$

$$k_s = 5$$

Se calcula el paso: 0,5

- Para  $m$

$$m_{\min} = 15$$

Paso igual a 1

Iteraciones: 16. Resulta que  $m_{\max} = 30$ .

Al definir el soporte se descartó el uso de los Dominios Geológicos debido a que algunos de estos no tienen pozos criollos. También se descartó el uso directo de tipos tecnológicos debido a la pobre representatividad de algunos de estos tipos en la *RPC*.

Usando el botón *Optimiza utilizando la Validación Cruzada* se probaron un total de  $91 \times 16 \times 5 = 7\ 280$  combinaciones de los valores de estos parámetros de los cuales se obtuvieron 1 122 combinaciones factibles (15,41%). De ellas se escogieron 226 como componentes del conjunto *S* cuyas características más importantes se muestran para los primeros 15 estimadores en la Tabla III.5. El criterio para dicha selección es asumir para cada combinación presente de *p* y *s* el estimador de mayor valor de *m* detectado para la combinación.

Tabla III.6. Parámetros de los primeros 15 mejores estimadores factibles para los datos dados y la “discretización” propuesta.

| M  | P    | s | dMV entre 0 y 10 | dMV entre 10 y 20 | dMV mayor que 20 | % entre 0 y 20 | C           |
|----|------|---|------------------|-------------------|------------------|----------------|-------------|
| 18 | 0,3  | 4 | 311              | 84                | 59               | 87,00          | 0,871358443 |
| 18 | 0,31 | 4 | 311              | 84                | 59               | 87,00          | 0,871160668 |
| 18 | 0,32 | 4 | 311              | 84                | 59               | 87,00          | 0,870959827 |
| 18 | 0,33 | 4 | 310              | 85                | 59               | 87,00          | 0,870755923 |
| 18 | 0,34 | 4 | 310              | 84                | 60               | 86,78          | 0,870548956 |
| 18 | 0,35 | 4 | 309              | 84                | 61               | 86,56          | 0,870338929 |
| 18 | 0,36 | 4 | 309              | 84                | 61               | 86,56          | 0,870125842 |
| 18 | 0,37 | 4 | 309              | 85                | 60               | 86,78          | 0,869909698 |
| 18 | 0,38 | 4 | 309              | 84                | 61               | 86,56          | 0,869690497 |
| 18 | 0,39 | 4 | 311              | 82                | 61               | 86,56          | 0,869468241 |
| 18 | 0,4  | 4 | 312              | 81                | 61               | 86,56          | 0,869242934 |
| 18 | 0,41 | 4 | 312              | 82                | 60               | 86,78          | 0,869014577 |
| 18 | 0,42 | 4 | 312              | 82                | 60               | 86,78          | 0,868783175 |
| 18 | 0,43 | 4 | 312              | 81                | 61               | 86,56          | 0,868548732 |
| 18 | 0,44 | 3 | 307              | 88                | 59               | 87,00          | 0,870696179 |

Todos los resultados (226) del conjunto *S* se muestran en el Anexo 15.

### 3.6 Estimación de masas volumétricas en la RPE del bloque O48

Los datos de la Red de Pozos de exploración son 1 843 referidos a 79 pozos tal como se observa en la Figura III.5. Teniendo en cuenta la denominación usual de los pozos, puede observarse que faltan los pozos 51 y 52.

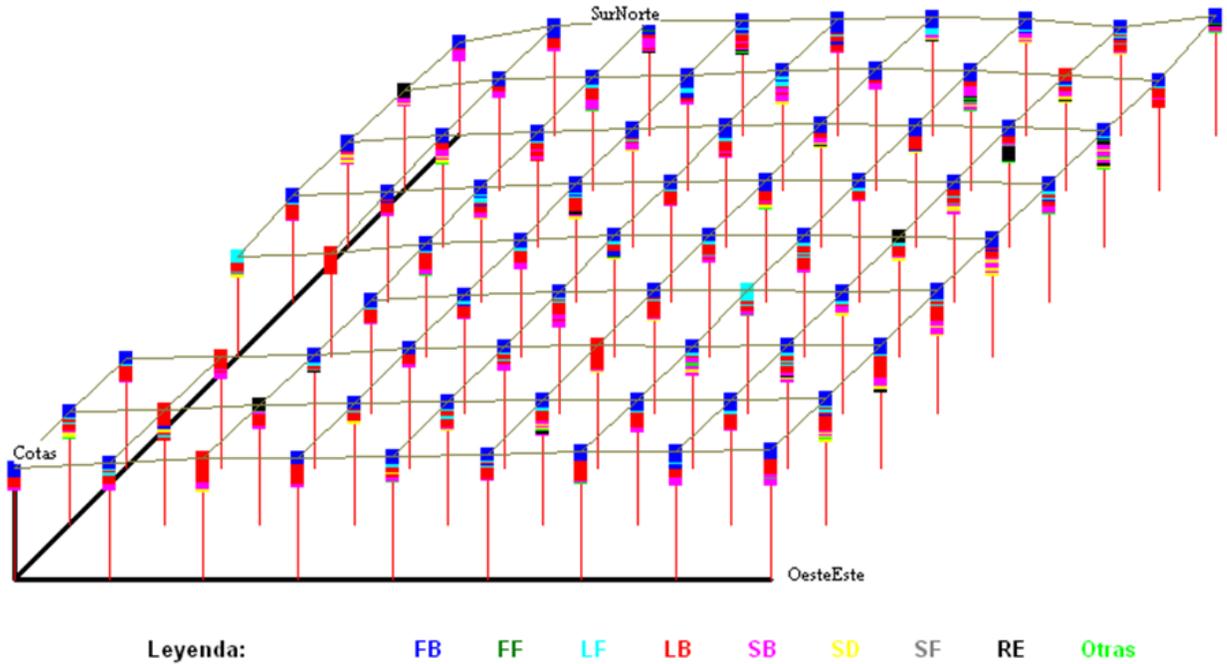


Figura III.5. Vista 3D de los pozos de la RPE del bloque O48.

En particular los datos de cualquier pozo pueden extraerse utilizando alguno de los variados softwares disponibles. Usando los controles de la tercera pestaña de la aplicación se obtienen los datos estadísticos:

Tabla III.7. Parámetros estadísticos básicos de la RPE del bloque O48.

| Variable | Mínimo   | Máximo | Media Aritmética | Desviación Estándar | Mediana  |
|----------|----------|--------|------------------|---------------------|----------|
| Xb       | 4733,334 | 5000   | 4880,105         | 84,393              | 4866,667 |
| Yb       | 5533,334 | 5800   | 5664,496         | 86,672              | 5666,667 |
| Zb       | 77,84    | 127,05 | 103,668          | 9,280               | 104,05   |
| Ni       | 0,12     | 2,5    | 1,1826           | 0,504               | 1,14     |
| Fe       | 5        | 58,4   | 36,775           | 14,875              | 44,96    |
| Co       | 0,002    | 0,125  | 0,0634           | 0,0410              | 0,053    |

Tabla III.8. Frecuencias de aparición de tipos tecnológicos en la *RPE* del bloque *O48*.

| Tipos Tecnológicos | Ninguna | FB   | FF    | LF   | LB   | SB    | SD    | SF   | RE   |
|--------------------|---------|------|-------|------|------|-------|-------|------|------|
| Frecuencia         | 0       | 0    | 272   | 6    | 162  | 824   | 358   | 112  | 25   |
| %                  | 0,00    | 0,00 | 14,76 | 0,33 | 8,79 | 44,71 | 19,42 | 6,08 | 1,36 |

Tabla III.9. Frecuencias de aparición de localizaciones en cada capa vertical en el *O48*.

| Capas Verticales | Ninguno | ES    | M1    | M2    | EI    |
|------------------|---------|-------|-------|-------|-------|
| Frecuencia       | 0       | 440   | 824   | 358   | 221   |
| %                | 0,00    | 23,87 | 44,71 | 19,42 | 11,99 |

A modo de ejemplo, en la Figura III.6 se muestran los datos del pozo 46 determinados mediante el software Tierra (Legrá Lobaina 1999). Debe recordarse que se desconoce el valor de *MV* en cada muestra de la *RPE* y, como ha sido tradicional, se le ha asignado un valor de *MV* atendiendo a su tipo tecnológico en la etapa correspondiente siguiendo los valores de la tabla III.5.

| Bloque O48 Pozo 46. CA=120.590 |               |        |         |        |               |      |
|--------------------------------|---------------|--------|---------|--------|---------------|------|
| Total Cotas:                   | 23            | 1.166  | 38.9248 | 0.0660 | Media         |      |
| OE: 183.33(4900)               |               | 0.506  | 13.8797 | 0.0624 | DesvEs        |      |
| SN: 150.00(5667)               |               |        |         |        |               |      |
| Cota                           | Niquel        | Hierro | Cobalto |        | MV por etapas |      |
| 120.590                        | 120.590(1.00) | 0.400  | 43.7500 | 0.0170 | FB            | 1.52 |
| 119.590                        | 119.590(1.00) | 0.670  | 48.6600 | 0.0480 | FB            | 1.52 |
| 118.590                        | 118.590(1.00) | 0.710  | 49.3400 | 0.0130 | LF            | 1.29 |
| 117.590                        | 117.590(1.00) | 0.770  | 51.6800 | 0.0050 | LF            | 1.29 |
| 116.590                        | 116.590(1.00) | 0.890  | 50.8100 | 0.0080 | LF            | 1.29 |
| 115.590                        | 115.590(1.00) | 1.010  | 49.9400 | 0.0120 | LB            | 1.09 |
| 114.590                        | 114.590(1.00) | 1.010  | 48.7100 | 0.0200 | LB            | 1.09 |
| 113.590                        | 113.590(1.00) | 0.950  | 47.2500 | 0.0650 | LB            | 1.09 |
| 112.590                        | 112.590(1.00) | 1.050  | 48.5400 | 0.1890 | LB            | 1.09 |
| 111.590                        | 111.590(1.00) | 1.110  | 48.1500 | 0.1910 | LB            | 1.09 |
| 110.590                        | 110.590(1.00) | 1.000  | 48.8200 | 0.1140 | LB            | 1.09 |
| 109.590                        | 109.590(1.00) | 1.020  | 42.5800 | 0.0900 | LB            | 1.09 |
| 108.590                        | 108.590(1.00) | 1.480  | 47.4100 | 0.2110 | LB            | 1.09 |
| 107.590                        | 107.590(1.00) | 1.330  | 47.9200 | 0.1390 | LB            | 1.09 |
| 106.590                        | 106.590(1.00) | 0.660  | 13.0000 | 0.0250 | RE            | 1.43 |
| 105.590                        | 105.590(1.00) | 0.780  | 13.9000 | 0.0250 | SF            | 0.99 |
| 104.590                        | 104.590(1.00) | 0.880  | 13.3600 | 0.0200 | SF            | 0.99 |
| 103.590                        | 103.590(1.00) | 1.210  | 23.7200 | 0.0400 | SB            | 0.99 |
| 102.590                        | 102.590(1.00) | 1.700  | 42.8100 | 0.0700 | LB            | 1.09 |
| 101.590                        | 101.590(1.00) | 1.950  | 41.3900 | 0.0740 | LB            | 1.09 |
| 100.590                        | 100.590(1.00) | 2.110  | 33.7000 | 0.0600 | SB            | 0.99 |
| 99.590                         | 99.590(1.00)  | 2.360  | 23.4700 | 0.0550 | SB            | 0.99 |
| 98.590                         | 98.590(1.00)  | 1.770  | 16.3600 | 0.0270 | SB            | 0.99 |

Figura III.6. Datos del pozo 46 de la *RPE* del bloque *O48*

El volumen del mineral de este pozo es 25 555,6 m<sup>3</sup>, determinado como el producto de su profundidad (23 m) por su área de influencia (1 111,1111 m<sup>2</sup>). Utilizando las MV por etapas, la cantidad del mineral en el pozo es: 29 187,8 t.

Ahora deben estimarse los valores de *MV* en las 1 843 localizaciones de la *RPE* del bloque *O48*, y para ello se cuenta con 226 estimadores. En un contexto de optimización exhaustiva para cada localización de la *RPE* se estima la *MV* con cada uno de los 226 estimadores y se selecciona para esta localización la estimación de menor coeficiente de variación **CV** del error.

Este enfoque exhaustivo genera un total de **416 518** estimaciones de *MV* (resultado de multiplicar 1 843 localizaciones por 226 estimadores), de manera que el proceso es viable y computacionalmente eficiente.

La práctica ha mostrado que deben probarse los 226 estimadores seleccionados para diversos valores de *m*. Estos nuevos valores se obtienen restando el parámetro  $dm=0, 1, \dots, 14$  al valor original de *m* de cada modelo de *S*. Desde su valor original hasta el valor *m-14* se tendrían 3 390 estimaciones para cada localización de *RPE*, entonces se tiene para todo el bloque *O48* (con 1 843 localizaciones) un total de 6 247 770 estimaciones y continúa siendo un proceso viable. En el contexto del software, se configuran los valores  $dm=0, 1, \dots, 14$  y se utiliza el botón **Estimar Bloque con Todos los Estimadores.  $m=NoPtos+dm$ . Varía  $dm$ .**

Para optimizar el proceso de modelación, se agregó la condición de que solo tienen que estimarse nuevamente aquellas localizaciones donde no se ha podido obtener antes una estimación con **CV** menor o igual al 10%.

En la Tabla III.10 se muestra el comportamiento de la calidad de las estimaciones en la medida en que aumenta  $dm$ . La cuestión más importante es que: el 87,9 % de las estimaciones finales (1 620) tienen **CV** del error, menores o iguales que el 30 %, lo cual asegura la calidad del resultado.

Tabla III.10. Comportamiento creciente de la calidad de las estimaciones en la medida en que disminuye  $d_m$ .

| Clases                  | dm=0 | dm=-1 | dm=-2 | dm=-3 | dm=-4 | dm=-5 | dm=-6 | dm=-7 |
|-------------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| <b>0&lt;=CV&lt;=10</b>  | 90   | 127   | 170   | 255   | 310   | 397   | 548   | 643   |
| <b>10&lt;CV&lt;=20</b>  | 812  | 802   | 806   | 769   | 736   | 735   | 613   | 565   |
| <b>20&lt;CV&lt;=30</b>  | 418  | 419   | 398   | 371   | 366   | 336   | 339   | 323   |
| <b>30&lt;CV&lt;=40</b>  | 230  | 214   | 205   | 197   | 186   | 165   | 152   | 132   |
| <b>40&lt;CV&lt;=50</b>  | 133  | 127   | 116   | 109   | 108   | 88    | 82    | 82    |
| <b>50&lt;CV&lt;=60</b>  | 68   | 68    | 62    | 61    | 61    | 52    | 49    | 40    |
| <b>60&lt;CV&lt;=70</b>  | 35   | 33    | 33    | 33    | 34    | 31    | 27    | 25    |
| <b>70&lt;CV&lt;=80</b>  | 22   | 20    | 20    | 15    | 14    | 13    | 13    | 13    |
| <b>80&lt;CV&lt;=90</b>  | 5    | 4     | 4     | 4     | 3     | 4     | 3     | 3     |
| <b>90&lt;CV&lt;=100</b> | 8    | 9     | 9     | 9     | 6     | 6     | 4     | 4     |
| <b>100&lt;CV</b>        | 22   | 20    | 20    | 20    | 19    | 16    | 13    | 13    |

| Clases                  | dm=-8 | dm=-9 | dm=-10 | dm=-11 | dm=-12 | dm=-13 | dm=-14 |
|-------------------------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| <b>0&lt;=CV&lt;=10</b>  | 673   | 836   | 865    | 898    | 918    | 951    | 984    |
| <b>10&lt;CV&lt;=20</b>  | 562   | 425   | 429    | 422    | 418    | 408    | 392    |
| <b>20&lt;CV&lt;=30</b>  | 311   | 299   | 278    | 265    | 258    | 252    | 244    |
| <b>30&lt;CV&lt;=40</b>  | 127   | 121   | 123    | 115    | 111    | 115    | 114    |
| <b>40&lt;CV&lt;=50</b>  | 77    | 70    | 62     | 59     | 63     | 58     | 55     |
| <b>50&lt;CV&lt;=60</b>  | 37    | 41    | 39     | 38     | 31     | 31     | 27     |
| <b>60&lt;CV&lt;=70</b>  | 24    | 22    | 20     | 19     | 18     | 16     | 16     |
| <b>70&lt;CV&lt;=80</b>  | 12    | 12    | 13     | 13     | 13     | 8      | 7      |
| <b>80&lt;CV&lt;=90</b>  | 3     | 3     | 3      | 4      | 3      | 1      | 1      |
| <b>90&lt;CV&lt;=100</b> | 5     | 4     | 4      | 3      | 3      | 2      | 2      |
| <b>100&lt;CV</b>        | 12    | 10    | 7      | 7      | 7      | 1      | 1      |

A modo de ilustración de los resultados que ahora se tienen para confeccionar el modelo de recursos, el gráfico de la Figura III.6 se actualiza en la Figura III.7 a partir de los resultados obtenidos de  $MV$  para cada muestra del pozo 46 del bloque O48 del yacimiento Punta Gorda.

Si se calcula la masa mineral del pozo 46 con las nuevas  $MV$  estimadas se obtienen 31 039,87 t que es 6,35 % superior a la masa mineral calculada según la  $MV$  obtenida por etapas.

| Bloque 048 Pozo 46. CA=120.590 |        |         |         |        |               |                 |
|--------------------------------|--------|---------|---------|--------|---------------|-----------------|
| Total Cotas:                   | 23     | 1.166   | 38.9248 | 0.0660 | Media         |                 |
| OE: 183.33(4900)               |        | 0.506   | 13.8797 | 0.0624 | DesvEs        |                 |
| SN: 150.00(5667)               |        |         |         |        |               |                 |
| Cota                           | Niquel | Hierro  | Cobalto |        | MV por etapas | MV <sub>e</sub> |
| 120.590                        | 0.400  | 43.7500 | 0.0170  | FB     | 1.52          | 1.568           |
| 119.590                        | 0.670  | 48.6600 | 0.0480  | FB     | 1.52          | 1.595           |
| 118.590                        | 0.710  | 49.3400 | 0.0130  | LF     | 1.29          | 1.606           |
| 117.590                        | 0.770  | 51.6800 | 0.0050  | LF     | 1.29          | 1.605           |
| 116.590                        | 0.890  | 50.8100 | 0.0080  | LF     | 1.29          | 1.477           |
| 115.590                        | 1.010  | 49.9400 | 0.0120  | LB     | 1.09          | 1.103           |
| 114.590                        | 1.010  | 48.7100 | 0.0200  | LB     | 1.09          | 1.118           |
| 113.590                        | 0.950  | 47.2500 | 0.0650  | LB     | 1.09          | 1.104           |
| 112.590                        | 1.050  | 48.5400 | 0.1890  | LB     | 1.09          | 1.14            |
| 111.590                        | 1.110  | 48.1500 | 0.1910  | LB     | 1.09          | 1.14            |
| 110.590                        | 1.000  | 48.8200 | 0.1140  | LB     | 1.09          | 1.14            |
| 109.590                        | 1.020  | 42.5800 | 0.0900  | LB     | 1.09          | 1.103           |
| 108.590                        | 1.480  | 47.4100 | 0.2110  | LB     | 1.09          | 1.14            |
| 107.590                        | 1.330  | 47.9200 | 0.1390  | LB     | 1.09          | 1.14            |
| 106.590                        | 0.660  | 13.0000 | 0.0250  | RE     | 1.43          | 1.187           |
| 105.590                        | 0.780  | 13.9000 | 0.0250  | SF     | 0.99          | 1.102           |
| 104.590                        | 0.880  | 13.3600 | 0.0200  | SF     | 0.99          | 1.101           |
| 103.590                        | 1.210  | 23.7200 | 0.0400  | SB     | 0.99          | 1.111           |
| 102.590                        | 1.700  | 42.8100 | 0.0700  | LB     | 1.09          | 1.072           |
| 101.590                        | 1.950  | 41.3900 | 0.0740  | LB     | 1.09          | 1.1             |
| 100.590                        | 2.110  | 33.7000 | 0.0600  | SB     | 0.99          | 1.183           |
| 99.590                         | 2.360  | 23.4700 | 0.0550  | SB     | 0.99          | 1.053           |
| 98.590                         | 1.770  | 16.3600 | 0.0270  | SB     | 0.99          | 1.049           |

Figura III.7: Datos del pozo 46 de la RPE del bloque O48 con las MV<sub>e</sub> estimadas en cada localización de muestreo.

La estimación de la masa mineral para todo el bloque varía de 2 450 537,7 t hasta 2 475 003,95 t, o sea crece aproximadamente en 1 % lo cual es una pequeña diferencia numérica con gran significación económica considerando la elevada cantidad de reservas geológicas presente en cada bloque del yacimiento y el valor de los metales contenidos.

Finalmente debe señalarse que, aunque la nueva masa mineral estimada para todo el bloque estudiado es solo ligeramente superior, existen cambios importantes a nivel local en el valor de la masa mineral por pozos y capas verticales que afectan de manera significativa la planificación y control de la minería con las consiguientes afectaciones económicas.

### **3.7 Conclusiones parciales**

1. Ha sido posible obtener un estimador múltiple de masas volumétricas, óptimo respecto al criterio de la Validación Cruzada, de la familia  $(A, U, \theta)$  con núcleo  $UPD$  y soporte variable para el yacimiento Punta Gorda.
2. Se aplicó el estimador múltiple creado mediante el procedimiento descrito en la figura II.4 para estimar eficazmente la masa volumétrica en los puntos de la red de exploración del bloque *O48* del yacimiento Punta Gorda.
3. Se verificó la eficacia y utilidad de la aplicación informática desarrollada para implementar el procedimiento descrito.

## CONCLUSIONES GENERALES

1. Queda establecido un novedoso estimador puntual múltiple de masa volumétrica perteneciente a la familia  $(A, U, \Theta)$  y con núcleo  $UPD$ , tal que permite completar eficazmente los datos necesarios de  $MV$  de un yacimiento laterítico como elemento imprescindible para determinar su modelo de recursos geológicos.
2. Se creó un procedimiento de dos pasos para obtener los datos de la masa volumétrica de un yacimiento laterítico, a saber:
  - a. A partir de la Red de Pozos Criollos ( $RPC$ ) determinar el estimador múltiple de masa volumétrica, óptimo respecto al criterio de la Validación Cruzada, perteneciente a la familia  $(A, U, \Theta)$ , con núcleo  $UPD$  y soporte variable.
  - b. A partir de los datos la Red de Pozos de Exploración ( $RPE$ ) estimar recursivamente el valor de la masa volumétrica en cada localización de  $RPE$  hasta que se obtengan estimaciones admisibles y de mínimo coeficiente de variación del error.
3. Ha sido desarrollada una aplicación informática que viabiliza eficazmente la práctica del procedimiento anterior.
4. Como caso de estudio y auxiliándose del software mencionado, se ha aplicado el procedimiento descrito al yacimiento Punta Gorda y en particular se ha estimado el comportamiento de la masa volumétrica en su bloque  $O48$ .

## **RECOMENDACIONES**

1. Presentar a las entidades que estudian los yacimientos lateríticos cubanos y a las empresas productivas que los explotan, los resultados de la presente investigación para su evaluación y uso.
2. Estudiar criterios para acelerar el proceso de búsqueda de estimaciones admisibles y óptimas en el segundo paso del procedimiento.
3. Considerando los resultados de los trabajos de (Legrá Lobaina and Terrero Matos 2019) y (Terrero Matos and Legrá Lobaina 2020), extender el uso de estimadores múltiples multivariados al caso de otras variables (especialmente las geoquímicas) y a las estimaciones de bloques en lugar de las estimaciones puntuales.

## BIBLIOGRAFÍA

- Abbot, J. (2016). Technical Report Mineral Resource Estimation for the Gadde Bissik Phosphate Deposit, Republic of Senegal, MPR Geological Consultants Pty Ltd.
- Abzalov, M. (2016). Applied Mining Geology. Switzerland, Springer International Publishing Switzerland.
- Abzalov, M. Z. (2013). "Measuring and modelling of dry bulk rock density for mineral resource estimation." Applied Earth Science **122**.
- Abzalov, M. Z. and J. Bower (2014). "Geology of bauxite deposits and their resource estimation practices." Applied Earth Science **123**.
- Acevedo Rodríguez, P. and J. de León Herrero (2013). Los nombres geográficos de Cuba. La Habana, Cuba., Pueblo y Educación.
- Akinyemi, O. D., et al. (2012). "Characterization of Density and Porosity of Rocks Samples from Ogun State of Nigeria." Earth Science Research. **Vol. 1, No. 2;**
- Alonso, J. (2013). "Propiedades físicas: Densidad y porosidad." Researchgate.
- Álvares Mulet, D. U., et al. (2013). Nomenclátor de nombres geográficos normalizados de Holguín. Holguín, Cuba., Oficina Territorial de Hidrografía y Geodesia.
- António, J. T., et al. (2020). "Modelación 3D de la masa volumétrica mediante estimadores (A, U,  $\Theta$ )." Minería y Geología. **36**.
- Arias del Toro, J. A. and M. Pérez Campos (2007). Empleo de una técnica geoestadística de integración para la creación del modelo de pesos volumétricos en un deposito laterítico. Cuba, Oficina Nacional de Recursos Minerales.
- Arseneau, G. J. (2014). Estimation of bulk density for mineral resource reporting. Vancouver, Canada, SRK Consulting.
- Arzola Ruíz, J. (2012). Sistemas de ingeniería. La Habana, Félix Varela.
- ASTM (2010). Standar test methods or laboratory determination o water (Moisture) content of soil and rock by mass. United States., ASTM International.
- Barrientos Domínguez, K. and W. Lavaut Copa (2007). Influencia de los factores geológicos en los valores del peso volumétrico determinados en yacimientos lateríticos. Segunda Convención Cubana de Ciencias de la Tierra. La Habana, Cuba., Sociedad Cubana de Geología.

Bauer, T., et al. (2014). "A photogrammetric method for calculating soil bulk density " Journal of Plant Nutrition & Soil Science.

Baumann, D. and W. D. Keller (1975). "Bulk densities of selected dried natural and fired kaolin clays." Clays and Clay Minerals **23**.

Belete Fuentes, O. (1998). Vías para el perfeccionamiento del cálculo de volumen de mineral extraído en los yacimientos lateríticos cubanos. Minas. Cuba., Universidad de Moa. **Ph. D.**

Belete Fuentes, O., et al. (1996). "Determinación de la masa volumétrica en el yacimiento de Moa." Minería y Geología. **XIII**.

Benavente, D. (2006). "Propiedades físicas y utilización de rocas ornamentales."

Benavente, D., et al. (2004). "Estudio de propiedades físicas de las rocas." Enseñanza de las Ciencias de la Tierra. **12**.

Bergues, P., et al. (1987). Informe de la exploración orientativa y detallada en los yacimientos ferroniquelíferos y ferrocobálticos de la región Moa en los sectores Punta Gorda, Moa Oriental y Yagrumaje Oeste durante los años 1981- 1985. Con cálculos de reservas al 1/10/87. . La Habana, Cuba.

Blistan, P., et al. (2020). "TLS and SfM approach for bulk density determination of excavated heterogeneous raw materials " Minerals.

Blum, C. and A. Roli (2003). "Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison." ACM Computing Surveys **35**.

Brye, K. R., et al. (2004). "Estimating bulk density in vertically exposed stoney alluvium using a modified excavation method." Journal of Environmental Quality.

Bustillo Revuelta, M. and C. López Jimeno (1997). Manual de evaluación y diseño de explotaciones mineras. Madrid, España.

Calderín Castro, D. and P. O. Torres Tamayo (1994). Particularidades de la determinación de la masa volumétrica en el yacimiento Moa. Departamento de Minas. Cuba., Universidad de Moa. **Ingeniero de Minas**.

Chanderman, L. (2015). 3D Geological modelling and mineral resource estimate for the Fe<sub>2</sub> gold deposit, sodiola mine - Mine. School of Mining Engineering. Johannesburg, South Africa., University of the Witwatersrand Johannesburg, South Africa. **M. Sc.**

Committee, M. R. a. M. R. (2019). Estimation of Mineral Resources and Mineral Reserves Best Practice Guidelines. C. M. R. a. M. R. Committee. Quebec, Canadá, Council of CIM.

- Cortés Alvarez, A. and B. Gallardo Alcalaya (1998). Proyecto minero y Economía minera. U. d. I. Serena. Chile.
- Crawford, K. M. (2013). Determination of bulk density of rock core using standard industry methods. Department of Civil and Environmental Engineering. USA, Michigan Technological University. **M. Sc.**
- Cuador Gil, J. Q. (2002). Estudios de estimación y simulación geoestadística para la caracterización de parámetros geólogo-industriales en el yacimiento laterítico Punta Gorda. Dpto. de Geología. Cuba., Pinar del Río. **Ph. D.**
- Cuador Gil, J. Q. and W. Lavaut Copa (2008). "Integración de datos para la determinación de la masa volumétrica en yacimientos lateríticos." Avances **10**.
- Cuenca Reyes, L. (2009). Presencia de óxidos de magnesio en el perfil laterítico del yacimiento Punta Gorda, Moa-Holguín. Dpto. de Geología. Moa, Cuba., Universidad de Moa. **Ingeniero geólogo.**
- David, M. (1977). Geostatistical ore reserve estimation. Montreal, Quebec, Canada., Elsevier Scientific Publishing Company.
- De Dios Leyva, D. (2000). Particularidades de la distribución espacial de las intercalaciones no industriales presentes en el sector central del yacimiento Punta Gorda. Dpto. de Geología. Moa, Cuba., Universidad de Moa. **Ingeniero geólogo.**
- De Miguel Fernández, C. (2004). Informe hidrogeológico conclusivo sobre: Investigación ingeniero geológica e hidrogeológica de la Base Minera Punta Gorda. . Moa, Cuba., Empresa Ernesto Che Guevara.
- Deng, B. S. and C. P. G. Aipg (2019). Ramu nickel cobalt project. Technical Report. New South Wales, Australia, Behre Dolbear Australia Pty Limited.
- Derder, O. M. (2016). "Lithology and mineralogy estimation from matrix density utilizing wireline logs in glauconitic sandstone, Blackfoot Area, Alberta, Canada." Canadian Journal of Exploration Geophysics **41**: 1-8.
- Dias, P., et al. (2012). The Effect of Considering Density as Weighting Factor When Compositing Assay Grades and as Accumulated Variable on Mining Reconciliation. Ninth International Geostatistics Congress. Oslo. Norway.
- Dominy, S. C., et al. (2004). "Errors and Uncertainty in Mineral Resource and Ore Reserve Estimation: The Importance of Getting it Right." Exploratioin & Mining Geology **II**: 77–98.
- Elias, M. (2002). "Nickel laterite deposits-geological overview, resources and exploitation, in Giant Ore Deposits: characteristics, genesis and exploration." Centre for Ore Deposit Research, Special Publication **4**.

- Emerson, D. W. (1990). "Notes on mass properties of rocks-Density, Porosity, Permeability." Exploration Geophysics.
- Flores Delgadillo, L. and J. R. Alcalá Martínez (2010). Manual de procedimientos analíticos. Laboratorio de física de suelos. U. N. A. d. México. México.
- Fuller, J. (2018). Mineral resource and ore reserve statement (corrected). Australia, Base Resources Limited.
- García Hidalgo, C. (1986). Análisis de la variabilidad de la laterita en el bloque Z-22. Métodos para el establecimiento de la dirección racional del laboreo". . Dpto. de Geología. Moa, Cuba., Universidad de Moa. **Ingeniero de Minas**.
- Gifford, M. G. (2013). Independent report on the nickel laterite resource - Agata north, Philippines. . Makati City. Philippines, TVI Resource Development (Phils) Inc.
- Glacken, I. M. and D. V. Snowden (2001). Mineral Resource Estimation. Mineral Resource and Ore Reserve Estimation. A. C. Edwards. Melbourne, Australia., Australasian Institute of Mining and Metallurgy.
- Gleeson, P., et al. (2013). Recent advances in mineral resource modelling. Sudárica, SRK Consulting.
- Golightly, J. P. (1979). "Nickeliferous laterites: a general description. ." Society of Mining Engineers of the American Institute of Mining, Metallurgical en Petroleum Engineering.
- González Vogel, F., et al. (2015). La Minería en La Historia. XXXI Convención Internacional de Minería.
- Guilarte Santiesteban, M., et al. (2019). Evaluación de la masa volumétrica seca de las menas lateríticas utilizando la composición química en función de la proporción molecular, en los yacimientos de Camarioca Norte y La Delta. Moa, Cuba., Universidad de Moa.
- Heuscher, S. A., et al. (2005). "Using Soil Physical and Chemical Properties to Estimate Bulk Density." Soil Science Society of America Journal. **69**.
- Heyduk, A. (2016). "Bulk density estimation using a 3-dimensional image acquisition and analysis system." EDP SciencesInglés.
- Hogg, J., et al. (2019). Technical report and resorce estimation for the Star Zinc Project , Zambia. JORC 2012. United Kingdom, Addison mining Services.
- Hopper, T., et al. (2018). "Continuous Dry Bulk Density Evaluation Using Borehole Magnetic Resonance and Density Measurements." ASEG Extended Abstracts.

- Hossne García, A. J. and H. J. Cedeño Campos (2012). "Comparación de tres métodos para determinar densidad aparente y solidez en tres suelos franco arenosos de sabana." Revista Científica UDO Agrícola **4**.
- Industrial, S. d. C. y. F. (1990). Norma Mexicana. Industria de la construcción. Agregados. masa volumétrica. Método de prueba. México, Dirección General de Normas. **NMX-C-073-1990**.
- Jarman, D. J. (2011). Comparison of rock density determination methods used in South African platinum mines for resource planning purposes, University of Pretoria. **M. Sc.:** 105.
- Jhonson, R. A., et al. (2017). Probability and Statistics for Engineers. USA, Miller and Freund's.
- Juárez Badillo, E. and A. Rico Rodríguez (2005). Mecánica de suelos. Tomo I. Fundamentos de la mecánica de suelos. México., Limusa. Noriega Editores.
- Laine, E. (2003). Kriging estimation of block densities in Ahmavaara PGE-deposit. . Application of Computers and Operations Research in the Minerals Industries. Helsinki University of Technology. Helsinki.
- Lavandero Illera, R. M. (1988). Principios de prospección de yacimientos minerales sólidos. La Habana, Cuba., Pueblo y Educación.
- Legrá Lobaina, A. A. (1999). Metodología para el pronóstico, planificación y control integral de la minería en yacimientos lateríticos. Dpto. de Minas. Moa, Universidad de Moa. **Ph. D**.
- Legrá Lobaina, A. A. (2017). "Modelos de malla basados en estimadores (A,U,Θ) " HOLOS.
- Legrá Lobaina, A. A. (2018). "Evaluación del error en estimaciones (A,U,Θ)." HOLOS.
- Legrá Lobaina, A. A. (2020). "Sensibilidad de los estimadores (A,U,Θ)." HOLOS.
- Legrá Lobaina, A. A., et al. (1999). "Propuesta para el establecimiento de la masa volumétrica en los yacimientos lateríticos de Cuba." Minería y Geología. **XVI**.
- Legrá Lobaina, A. A. and E. Terrero Matos (2019). "Modelación de variables eólicas mediante estimadores (A,U,Θ) multivariados." Minería y Geología. **35**.
- Lepin, O. V. and J. D. Arioza Iznaga (1986). Búsqueda, exploración y evaluación geológico-económica de yacimientos minerales sólidos. Segunda parte. La Habana, Cuba, Pueblo y Educación.
- Lin, W. R., et al. (2015). "An Experimental Study on Measurement Methods of Bulk Density and Porosity of Rock Samples." Journal of Geoscience and Environment Protection. **3**.

Lipton, I. T. and J. A. Horton (2014). Measurement of bulk density for resource estimation – methods, guidelines and quality control.. Australia, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy.

Madariaga Young, L. (2010). Procedimientos para la determinación de masas volumétricas con muestras de pequeño volumen. Departamento de Geología. Cuba, Universidad de Moa. **M. Sc.**

Makhuvha, M., et al. (2014). "Determination of bulk density, methods and impacts, with a case study from Los Bronces Mine, Chile." Applied Earth Science **123**.

Martínez Vargas, A. (2009). "Inferencia del error en el volumen global de recursos minerales asociado al error local de estimación del contenido. ." Minería y Geología. **25**.

Martínez Vargas, A. and Y. Pérez Martínez (2000). Metodología para la modelación de yacimientos residuales de níquel. . Departamento de Geología. Cuba, Universidad de Moa. **Ingeniero geólogo.**

Martínez Vargas, A. and N. Pérez Melo (2006). "¿Cuál es el mejor método para estimar variables en yacimientos laterítico de níquel y cobalto?" Minería y Geología. **22**.

Menéndez Hunt, M., et al. (2017). Evaluación de la masa volumétrica por quimismo. Moa, Cuba., Moa Nickel S. A.

Meyers, A. and C. Clarkson (2004). Estimation of In-Situ Density from Apparent Relative Density and Relative Density Analyses. T. A. C. I. s. R. Program. Australia.

Mining, A. A. (2019). Mineral resources report Gadir underground mine. United Kingdom, Anglo Asian Mining PLC.

Miranda Domínguez, J. M. (1998). Estimación de la masa volumétrica para la red de exploración del yacimiento Punta Gorda. . Dpto. de Minas. Moa, Cuba., Universidad de Moa. **Ingeniero de Minas.**

Miranda López, J., et al. (1996). "Comparación y conjugación de métodos de determinación de la humedad en la industria del níquel." Minería y Geología. **XIII**.

Mourlot Serrano, J. L., et al. (2010). Argumentación de los pesos volumétricos Sector Yamanigüey cuerpo I y su periferia. Moa, Cuba., Empresa Geominera Oriente.

Mucha, J. and M. Wasilewska-Blaszczyk (2019). "The accuracy of the local assessment of the bulk density of copper silver deposits in the Legnica-Głogów Copper district and its impact on the valuation of ore resource and mining production." Mineral Resource Management **35**.

Muñoz Gómez, J. N., et al. (2005). Mineralogía de las menas lateríticas del yacimiento Punta Gorda: Implicaciones técnico-operativas durante la explotación. . Primera Convención Cubana de Ciencias de la Tierra. La Habana, Cuba.

Mustelier Castellanos, I. (1990). Investigación de la variabilidad de las masas volumétricas y su dependencia del contenido de minerales útiles. Departamento de Minas. Cuba., Universidad de Moa. **Ingeniero de Minas**.

Normalización., O. N. d. (2000). Determinación del contenido de humedad de los suelos y rocas en el laboratorio. Cuba., Oficina Nacional de Normalización. **67**.

Núñez Elías, D. (2017). Estudio comparativo de la efectividad del Kriging Puntual e Inverso de una Potencia de la Distancia, en la estimación 3D de Ni, Fe y Co. Bloque O48, yacimiento Punta Gorda. Dpto. de Geología. Moa, Cuba., Universidad de Moa. **Ingeniero geólogo**.

Ortiz, J. and X. Emery (2016). Categorización de recursos y reservas mineras. 1st International Conference on Mining Innovation MININ.

Page, P. I. (2005). "Mining grade and sampling theory-the logical way to evaluate ore reserves." The Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy **105**.

Peng, H., et al. (2003). "A Parameter Optimization Method for Radial Basis Function Type Models." IEEE Transactions on neural networks. **14**.

Pérez Melo, N. C. (2003). Comparación de métodos de estimación y simulación para el cálculo de los recursos tomando como ejemplo el bloque O48 del yacimiento Punta Gorda. Departamento de Geología. Cuba., Universidad de Moa. **M. Sc**.

Quintas Caballero, F., et al. (2002). "Cartografía geológica del basamento del yacimiento Punta Gorda a escala 1:2 000. Subprograma del proyecto de Modelación Geotecnológica de la Empresa Ernesto Che Guevara. ."

Ramos Ramos, Z. (1989). Recálculo del peso volumétrico dentro de la capa (LB) por tipos litológicos en tres yacimientos de la mina Moa. Departamento de Geología. Cuba., Universidad de Moa. **Ingeniero Geólogo**.

Reid, J. (2011). "Technical report on the Agata Nickel Project thermal upgrading scoping study."

Rivera Rodríguez, S. R. (2004). "Estado del arte en la ubicación óptima de capacitores y estudio de optimalidad de la solución mediante búsqueda exhaustiva." Ingeniería e Investigación. **56**.

Riverón Zaldivar, A. B., et al. (2009). Características físicas del perfil del suelo laterítico "in situ": Relación con el contenido de níquel, cobalto, hierro y cromo. Ejemplo del yacimiento Moa, Holguín. Cuba. Tercera Convención Cubana de Ciencias de la Tierra. La Habana., Sociedad Cubana de Geología.

Robeck, E. and D. Huo (2016). "A more accurate method for estimating in situ coal density and mineral matter from ash and specific energy determinations." International Journal of Coal Geology.

Rodríguez Cardona, A. (1990). Prospección y Exploración en las Cortezas de Intemperismo Sobre Ultramafitas en Nicaro y Pinares de Mayarí. Dpto. de Geología. Moa, Cuba., Universidad de Moa. **Ph. D.**

Rodríguez Infante, A. (1998). Estudio morfotectónico de Moa y áreas adyacentes para la evaluación de riesgos de génesis tectónica. Departamento de Geología. . Dpto. de Geología. Moa, Cuba., Universidad de Moa. **Ph. D.**

Rossi, A. M., et al. (2008). "Bulk Density Determination by Automated Three-Dimensional Laser Scanning." Soil Science Society of America. **72**.

Rózanski, Z., et al. (2019). "Testing the in situ bulk density of mining waste stored in dumping grounds." Polish Journal of Environmental Studies **28**.

Rshevsky, V. V. and G. Y. Novik (1984). Fundamentos de física de las rocas. Moscú., Nedra.

Ruz Peña, E. (1978). Propuesta para determinar el peso volumétrico de las menas ferroniquelíferas en función de los contenidos de Fe y Ni". Reporte de Aplicación de Ciencias Técnicas. La Habana, Cuba., Ministerio de Educación Superior.

Ryan, B. (1990). "Density of coals from the Telkwa Coal Property, Northwestern British Columbia." Geological fieldwork.

SAMREC (2016). The South African code for the reporting of exploration results, mineral resources and mineral reserves. Sudáfrica, The South African Mineral Resource Committee.

Scogings, A. (2015). "Bulk density of industrial minerals: Reporting in accordance with the 2007 SME Guide." Mining engineering **2**.

Scogings, A. (2015). "Bulk Density: neglected but essential." Industrial Minerals.

Scogings, A. (2015). "Industrial minerals-why measure bulk density." Geobulletin **58**.

Serrano Coello, F. (2003). Análisis estructural de la dilución en yacimientos lateríticos cubanos. . Taller Internacional del Níquel. Nicaro. Cuba.

Serrano Coello, J. F. (1991). El peso volumétrico como función de los contenidos de yacimientos lateríticos de corteza de intemperismo". . Nicaro, Cuba., Empresa René Ramos Latour.

Serrano Coello, J. F. (2005). Modelación geoquímica de minerales lateríticos y pronóstico de eficiencia de su procesamiento. . XVI FORUM DE CIENCIA Y TECNICA. Empresa "Comandante Rene Ramos Latour".

Simón, A., et al. (2011). Cerro Matoso Mineral Resource/Mineral Reserve Audit.

Terrero Matos, E. and A. A. Legrá Lobaina (2020). "Estimación por método UPD multivariable de un modelo óptimo 3D de recursos eoloenergético." Minería y Geología, **36**: 16-32.

Velarde Vargas, V. F. (2016). Estimación de reservas minerales y propuesta de diseño preliminar de explotación del bloque 2 del sector "X7" Mina Las Paralelas utilizando herramientas informáticas. Ingeniería en ciencias de la tierra. Guayaquil, Ecuador., Escuela Superior Politécnica del Litoral. **Ing. de Minas**.

Vera Sardiñas, L. O. (2001). Procedimiento para la determinación de las redes racionales de exploración de los yacimientos lateríticos de níquel y cobalto en la región de Moa. Moa, Cuba., Universidad de Moa. **Ph. D.**

Vera Yeste, Á. (1979). Introducción a los yacimientos de níquel cubanos. La Habana., Editorial ORBE.

Vidal, V., et al. (2015). Combinatorial mesh optimization. U. d. Lyon. Lyon, Francia.

Wellmer, F. W., et al. (2008). Economic evaluations in exploration. Hannover, Germany, Springer Berlin Heidelberg New York.

Zamotin, L. B., et al. (2012). Cálculo de reservas de yacimientos minerales útiles. U. N. P. d. Perm. Rusia.

## ANEXOS

### Anexo 1: Geología del yacimiento Punta Gorda

Este yacimiento es del tipo laterítico-saprolítico o de perfil completo, según la clasificación cubana; oxidado, según la clasificación mostrada por (Elias 2002), y ecuatorial húmedo sobre rocas ultramáficas altamente serpentinizadas en áreas bien drenadas según la clasificación de (Golightly 1979). Tiene una corteza de intemperismo de espesor de 25-35 m, y es reconocido como el más potente de los yacimientos de la zona; en él se encuentran tres grandes conjuntos litológicos:

- El basamento;
- la corteza de meteorización laterítica; y
- las lateritas redepositadas.

En el basamento aparece una alta complejidad tectónica y mediana complejidad petrológica. La roca que predomina es la peridotita serpentinizada en mayor o menor grado. De acuerdo a estudios anteriores y a las observaciones de campo, las peridotitas presentes son harzburgitas de color azul verdoso oscuro, con contenido variable de piroxenos rómbicos y olivino. En menor grado aparecen piroxenos monoclinicos. Tanto los piroxenos como el olivino han sido transformados a minerales del grupo de la serpentina, siendo ocasional la presencia de relictos de los minerales primarios (Quintas Caballero, Almaguer Carmenates et al. 2002).

En el área se localizan fajas de serpentinita foliada, esquistosa y budinada, que coinciden con las zonas de contacto entre mantos tectónicos imbricados. Las fajas deformadas están completamente cortadas y desplazadas por varios sistemas de fallas más jóvenes. La zona central se caracteriza por presentar la forma de un gran arco cóncavo hacia el norte. La corteza de meteorización está desarrollada principalmente sobre peridotitas de tipo harzburgitas serpentinizadas en distinto grado y por serpentinitas, las cuales ocupan la mayor parte del yacimiento y en menor grado por material

friable producto del intemperismo químico del gabro olivínico, plagioclasita y anfibolita, ubicado el primero hacia las zonas este y norte del yacimiento y los otros dos tipos de corteza hacia la parte este del depósito mineral.

Los horizontes meníferos que conforman el perfil friable son, de arriba hacia abajo. (Quintas Caballero, Almaguer Carmenates et al. 2002) modificado por (Núñez Elías 2017):

- Horizonte 1: Ocre estructural con concreciones ferruginosas (*OIC*). Presentan color pardo oscuro con concreciones ferruginosas que aumentan de tamaño hacia la superficie donde forman bloques de distintas dimensiones y forma;
- horizonte 2: Ocre inestructural sin concreciones ferruginosas (*OI*) de color pardo oscuro;
- horizonte 3: Ocre estructural final (*OEF*). Se caracteriza por sus estructuras terrosas y color pardo amarillento hasta amarillo, se distingue la estructura de la roca madre;
- horizonte 4: Ocre estructural inicial (*OEI*). Se caracteriza por su color amarillento, pasando en algunos lugares a colores rojizos y verdosos cerca del límite inferior de la litología. Se reconoce la estructura de la roca madre que le dio origen;
- horizonte 5: serpentina lixiviada (*SL*). Las rocas como regla están manchadas de ocre. La ocretización se observa en forma de manchas de los hidróxidos de hierro. El grado de intemperismo es irregular y las más intemperizadas están representadas por rocas claras donde en forma de una red de vetillas tiene lugar la serpentización. Son rocas friables y ligeramente compactas de color gris verdoso las cuales conservan la estructura de la roca madre;
- horizonte 6: Corteza a partir de gabros (*CG*). Son materiales arcillosos de color pardo lustroso de diferentes tonalidades (desde pardo oscuro brillante hasta colores ladrillo y crema). Estos materiales son pobres en hierro, níquel y cobalto con contenidos perjudiciales al proceso de sílice y aluminio.

Esta litología está presente en la parte este del yacimiento y en menor proporción en su parte norte. Las lateritas redepositadas están presentes hacia el norte y este con una distribución discontinua. Los materiales que lo componen, tuvieron su fuente de suministro en terrenos donde existió una corteza friable desarrollada, lo que determinó que las litologías presentes en este conjunto tengan alguna semejanza a las capas componentes del perfil friable. Básicamente están formados por lateritas redepositadas, intercaladas en ocasiones con arcillas pardo oscuras con material carbonizado, lentes conglomeráticos y arenosos con fragmentos predominantes de ultramafitas y en ocasiones de gabros. Internamente esta secuencia presenta varios ciclos erosivos-acumulativos, marcado por discordancias erosivas intraformacionales.

## **Anexo 2: Petrología del yacimiento Punta Gorda**

Las rocas que componen el yacimiento Punta Gorda están representadas por el complejo del corte ofiolítico, el complejo ultramáfico-metamorfizado (peridotitas y sus serpentinitas) y el complejo cumulativo (gabros olivínico y plagiogranitas). Como representante del complejo ofiolítico en el contexto del yacimiento y por orden de abundancia, se encuentran los tipos rocosos: serpentinitas y harzburgitas serpentinizadas. Ambas litologías cubren la totalidad del área del yacimiento, siendo las primeras las más abundantes (alrededor de un 80% del yacimiento); y a ellas se asocian la masa fundamental de mineralización. (Martínez Vargas 2009).

### **Anexo 3: Mineralogía del yacimiento Punta Gorda**

Desde el punto de vista mineralógico la fase más abundante en el yacimiento es la goethita - hematita, aunque también existen fases de gibsita, minerales arcillosos y serpentinitas, estas mineralizaciones se manifiestan en todos los horizontes de la corteza, caracterizándose de manera general, desde el punto de vista químico, por la presencia de menas con un buen contenido de *Fe* y *Ni* y bajas concentraciones de *SiO<sub>2</sub>* y *MgO* respecto a la roca madre. Granulométricamente predomina la fase aleurolítica, aunque puede encontrarse también la psamítica con menor frecuencia que la anterior (Bergues, Wilson et al. 1987).

Según, (Muñoz Gómez, Orozco Melgar et al. 2005) la composición de las menas del yacimiento Punta Gorda resulta sumamente compleja y está constituida por óxidos, smectitas, minerales del grupo de la serpentina y minerales primarios de las ultramafitas serpentinizadas, sumando entre el horizonte limonítico (*LB*) y el serpentinitico (*SB*) no menos de 25 a 30 minerales. El principal mineral portador del *Ni* en el horizonte limonítico es la goethita y del *Co* es la asbolana.

#### **Anexo 4: Hidrología del yacimiento Punta Gorda**

La red fluvial está representada por los ríos Moa (al norte) y sus afluentes: arroyo Los Lirios (al oeste) y arroyo La Vaca (área central), además del río Yagrumaje (al este y sur). La fuente de alimentación principal de estos ríos y arroyos son las precipitaciones atmosféricas, desembocando las arterias principales en el océano Atlántico, formando deltas cubiertos de sedimentos palustres y vegetación típica de manglar. La mayor parte del yacimiento está ocupado por la zona de divisorias entre el río Yagrumaje y el arroyo La Vaca, presentando un relieve suavemente ondulado que alcanza una altura de *174* m hacia el sur disminuyendo su altura hasta *20* m al norte y nordeste. La divisoria del río Yagrumaje presenta cotas que van de *174* m hasta *134* m con una cima plana a suavemente ondulada. (Cuenca Reyes 2009).

## **Anexo 5: Hidrogeología del yacimiento Punta Gorda**

Las aguas subterráneas del yacimiento Punta Gorda siguen la morfología del terreno, con flujos predominantes hacia el norte en la mayor parte del área, pudiendo tener sentido diferente y hasta opuesto hacia los principales cursos de aguas superficiales. El gradiente varía entre  $0,03^\circ$  y  $31,7^\circ$  (De Miguel Fernández 2004).

Las rocas acuíferas (*serpentinitas* agrietadas), presentan un importante flujo por la zona del contacto con la corteza impermeable, donde se produce el movimiento lateral del agua, mientras que, en las lateritas, con algunas excepciones (en los *OIC* y redepósitos), el movimiento del agua es fundamentalmente de ascenso capilar, que varían entre 0,0 m a 25,5 m, correspondiendo los mayores valores al corte completo, inalterado aun por el laboreo minero.

La profundidad de las aguas subterráneas se encuentra entre 0 y 27,4 m, correspondiente el nivel 0 a los cursos de aguas corrientes superficiales y a las excavaciones mineras que han descubierto las aguas subterráneas. (De Miguel Fernández 2004).

De manera general, desde el punto de vista hidrogeológico, el yacimiento está caracterizado por dos zonas.

La primera zona comprende los bloques *T-46, 47, S-42, 43, 44, 45, 46, 47, R-42, 43, 44, 45, 46* y *47*; donde existen las mayores potencias de los horizontes acuíferos con poca variación de las profundidades de los niveles del agua subterránea en el tiempo, es decir, que las menas siempre están inundadas, correspondiendo con la zona de descarga natural de las aguas provenientes del sur.

La segunda zona comprende el resto del yacimiento donde prácticamente las lateritas no contienen agua con excepción de sectores locales que en períodos de seca quedan sin agua o con potencias acuíferas pequeñas casi siempre inferiores a los 2 m. La fuente principal de alimentación de las

aguas subterráneas la constituye las abundantes precipitaciones atmosféricas. (Martínez Vargas 2009).

## **Anexo 6: Geomorfología del yacimiento Punta Gorda**

El yacimiento Punta Gorda ocupa la divisoria de las aguas y la vertiente norte de una cadena de colinas con una orientación *NE-SW* ubicada en el bloque morfotectónico El Toldo dentro del macizo montañoso Moa-Baracoa, el cual ha manifestado los máximos levantamientos relativos de la región (Rodríguez Infante 1998).

El basamento está representado por rocas del complejo máfico y ultramáfico de la secuencia ofiolítica, sobre las cuales se ha desarrollado un relieve de montañas bajas de cimas aplanadas ligeramente diseccionadas.

Dentro del yacimiento se distinguen varios niveles hipsométricos enmarcados entre *10* y *180* m. Los menores niveles se localizan hacia el límite norte del yacimiento y aumentan progresiva y suavemente hacia el límite sur. La mayor elevación es el alto de La Calinga con *110* m sobre el nivel del mar. (Vera Sardiñas 2001).

La distribución de las pendientes con valores del orden de *10-15* o (inclinados) está de manera homogénea hacia el este del yacimiento, aunque podemos encontrar sectores hacia el sur y el oeste, coincidiendo con el área del nacimiento del arroyo La Vaca. Los mayores valores se observan en las alturas con máximas pendientes entre *30°* y *45°*, coincidiendo con los márgenes del arroyo Los Lirios y el río Yagrumaje. (Martínez Vargas 2009).

Constituye una regularidad en este yacimiento el hecho de que valores bajos de rugosidad coinciden con valores bajos de pendiente, observándose una relación directa entre ambos parámetros, aunque en algunas áreas, fundamentalmente hacia la mitad norte del yacimiento, esta relación se invierte.

## **Anexo 7: Tectónica yacimiento Punta Gorda**

El área del yacimiento se encuentra limitada por dos grandes fallas regionales que pasan por los valles de los ríos Moa y Cayo Guam (De Dios Leyva 2000). Por otro lado, el área central del yacimiento se encuentra bajo la influencia de una falla de primer orden que se corresponde con el río Moa, a partir de ella se desarrollan en el yacimiento toda una serie de fracturas de segundo orden, entre las que se destacan las que se encuentran en los arroyos “Los Lirios”, “La Vaca” y el río “Yagrumaje” a partir de las cuales, y en forma de plumajes, se desarrollan una serie de pequeñas fracturas a todo lo largo y ancho del área del yacimiento. Estas fracturas tienen carácter premineral, ya que en caso contrario hubieran afectado seriamente el cuerpo mineral presente en el yacimiento, en cuestión. (Cuenca Reyes 2009).

## **Anexo 8: Dominio I del yacimiento Punta Gorda**

Es el dominio más extenso del depósito y se ubica hacia la mitad sur del mismo. Se destaca por presentar los sectores más extensos y potentes de una corteza y su capa útil *in situ* con el más bajo grado de desmembramiento en todo el depósito, rodeados por sectores extensos menos potentes en los que el corte de erosión es más profundo. Este dominio ocupa los niveles hipsométricos más elevados con un marcado predominio de las pendientes superiores a 10° dentro del fondo general de bajas pendientes propias para todo el depósito. En este dominio los extensos sectores de corteza y su capa útil de elevadas potencias coinciden con las áreas de baja pendiente y rugosidad, mientras que los sectores de poca potencia se asocian a las pendientes más elevadas y a las mayores rugosidades. Otras de las características distintivas de este dominio son sus contenidos significativamente más elevados de hierro, níquel y cobalto dentro de los límites del yacimiento, tanto para toda la corteza como para su capa útil. El níquel presenta un comportamiento que difiere muy poco del cobalto, con la diferencia de que cuando el nivel del corte de erosión es más profundo, los contenidos de níquel se incrementan, mientras que los de cobalto disminuyen, al igual que como sucede con el hierro. En este dominio los contenidos más elevados de hierro se localizan tanto en los sectores donde la corteza es potente y el nivel de erosión más bajo como en sectores donde presenta poca potencia y el corte de erosión es suficientemente profundo. En los sectores donde el nivel de erosión es muy profundo los contenidos de hierro disminuyen significativamente. Otra característica muy distintiva de este dominio es su potencia de escombros significativamente baja con relación al resto del yacimiento.

### **Anexo 9: Dominio II del yacimiento Punta Gorda**

Es el segundo dominio por su extensión y ocupa la parte central del yacimiento, ubicándose inmediatamente al norte del dominio I. Dentro de sus características distintivas se destacan la presencia de numerosos sectores pequeños y medianos, con potencias de la corteza y su capa útil elevadas y medias, rodeados por numerosos pequeños sectores de bajas potencias de la corteza y su capa útil, resultado de una mayor profundidad del corte de erosión, lo que contribuye a que en general este dominio posea un grado de desmembramiento de la corteza más elevado que el dominio I, determinado en gran medida por el menor espesor de la corteza y su capa útil en este dominio con relación al primero, así como potencias medias tanto de la corteza como de su capa útil significativamente inferiores, al igual que los contenidos medios de hierro, níquel y cobalto. A semejanza con el dominio I la distribución de los contenidos de hierro, níquel y cobalto guarda relación con la profundidad del corte de erosión. Los más bajos contenidos de hierro y cobalto se relacionan con los sectores de corteza profundamente erosionados, al tiempo que los más elevados se asocian a los sectores más potentes. Por su parte los valores más elevados de níquel coinciden con sectores profundamente erosionados o con sectores de potencias elevadas de la corteza y su capa útil. En este dominio la corteza es mixta, con un perfil in situ cubierto por una potencia no significativa de materiales lateríticos redepositados.

### **Anexo 10: Dominio III del yacimiento Punta Gorda**

Es un pequeño dominio ubicado hacia el límite noroeste del depósito, caracterizado por la presencia de pequeños sectores con potencias de la corteza relativamente elevadas, algo superiores a la potencia media del depósito, dentro de pequeños sectores de bajas y muy bajas potencias, con potencias en general, bajas y muy bajas de la capa útil y sectores en los que la potencia de escombros es marcadamente elevada. Toda la superficie de este dominio se caracteriza por una pendiente muy baja y una rugosidad relativamente elevada, ocupando los niveles hipsométricos más bajos del depósito, por lo que en el mismo el predominio del carácter acumulativo del relieve es casi absoluto, determinando el desarrollo de una corteza mixta con un perfil in situ poco desarrollado. En general los contenidos de hierro para toda la corteza y la capa útil son moderadamente altos, próximos a la media de todo el yacimiento, mientras que los contenidos de níquel para toda la corteza son bajos, muy inferiores a la media del yacimiento, incrementándose notablemente en la capa útil, donde sus valores predominantemente se encuentran ligeramente por debajo de la media del yacimiento.

### **Anexo 11: Dominio IV del yacimiento Punta Gorda**

Se encuentra situado en la parte norte del yacimiento, limitando al sur con el dominio II, al norte con el V y al oeste con el III. Este dominio se caracteriza por un marcado predominio de los sectores con valores bajos y muy bajos de las potencias de la corteza y su capa útil, muy inferiores en ambos casos a las respectivas potencias medias en el depósito, con pequeños sectores en los que las potencias de la corteza y su capa útil son ligeramente superiores a sus análogas para todo el yacimiento.

Los contenidos de hierro níquel y cobalto presentan una distribución bastante heterogénea. Una de las principales características del dominio es la presencia en el mismo de sectores relativamente extensos con contenidos de níquel en toda la corteza y su capa útil altos y en ocasiones muy altos, coincidiendo con potencias de la corteza y su capa útil ligeramente superiores a las respectivas medias del depósito, rodeados por sectores con concentraciones bajas y moderadas de este elemento. En general los contenidos de hierro en la corteza y su capa útil tienden a ser bajos, situándose alrededor de las respectivas medias para el depósito, en algunos sectores ligeramente por encima y en otros ligeramente por debajo.

Este dominio se caracteriza además por la presencia de sectores más o menos extensos en los que los contenidos de cobalto son ligeramente superiores a sus valores medios para la corteza y su capa útil en el yacimiento, rodeados por sectores con contenidos ligeramente inferiores a las medias, existiendo una estrecha y clara relación directa entre los contenidos de cobalto y los de hierro en los diferentes sectores.

La corteza en este dominio es mixta con un perfil *in situ* bien desarrollado, en ocasiones con marcado predominio, en determinados sectores, de los horizontes inferiores enriquecidos en níquel

cubiertos por una capa de material laterítico redepositado bastante potente, tal y como lo demuestra la existencia de sectores relativamente extensos con potencias de escombros altas y moderadamente altas, lo que constituye una de las principales características distintivas de este dominio.

## **Anexo 12: Dominio V del yacimiento Punta Gorda**

Es un pequeño dominio situado en el extremo noreste del depósito, caracterizado por la presencia de sectores relativamente grandes con potencias de la corteza próximas a la media del depósito, ligeramente más elevadas, rodeados por sectores de potencias bajas y muy bajas, al tiempo que la potencia de la capa útil es muy baja y la potencia de la capa de escombros suele ser muy elevada en los sectores de corteza más potente. En este dominio las pendientes son predominantemente bajas y la rugosidad del relieve alta, coincidiendo con los más bajos niveles hipsométricos. Los contenidos de hierro, tanto en la corteza como en su capa útil son bajos y muy bajos, al igual que los de níquel y cobalto; solamente en sectores relativamente pequeños los contenidos de estos tres elementos suelen incrementarse hasta alcanzar valores próximos a las medias de la capa útil y de la corteza de todo el yacimiento. En la capa útil se observa un incremento significativo de los contenidos de níquel, pero en general siguen siendo muy bajos con respecto a la media del depósito. Se trata de una corteza mixta con un perfil in situ muy poco desarrollado y poco potente, cubierto por una capa relativamente potente de materiales lateríticos redepositados, lo que se evidencia por la presencia de una capa útil muy poco potente, una potencia de escombros significativamente elevada y los bajos contenidos de hierro y cobalto en comparación con los de níquel.

### **Anexo 13: Dominio VI del yacimiento Punta Gorda**

Es el tercer dominio en extensión y está situado en el extremo este del yacimiento. Se caracteriza por un marcado predominio de las pendientes más elevadas, dentro del fondo general de bajas pendientes del depósito; hacia la mitad occidental del dominio los sectores de bajas pendientes y bajas rugosidades se hacen más extensos, mientras que hacia la mitad oriental se incrementa significativamente la rugosidad y las pendientes, determinando un carácter más erosivo del relieve. Este dominio se caracteriza por un marcado contraste de los niveles hipsométricos; hacia el extremo suroccidental aparecen niveles hipsométricos muy elevados. La mitad oriental del dominio está ocupada casi totalmente por sectores con potencias de la corteza muy baja y bajas, mientras que hacia la mitad occidental, particularmente hacia el extremo suroccidental, aparecen sectores extensos con potencias moderadamente elevadas, por encima de la media del depósito. Una de las principales características distintivas de este dominio es el predominio casi absoluto de extensos sectores con potencias muy bajas y bajas de la capa útil; solamente hacia su parte sur central aparecen pequeños sectores con potencias de la capa útil cercanas a la media del yacimiento y algo más elevadas. La potencia de la capa útil disminuye sensiblemente hacia el extremo este del dominio, al igual que como ocurre con la potencia de la corteza y la capa de escombros. Hacia la mitad occidental la potencia de la capa útil se incrementa notablemente, al igual que la de la corteza y la capa de escombros. Hacia esta parte la capa de escombros alcanza las mayores potencias de todo el yacimiento, englobando numerosos pequeños sectores con potencias de escombros bajas y muy bajas, en correspondencia con el marcado grado de desmembramiento de esta capa y el carácter erosivo del relieve en este dominio, en el que debido a las diferentes profundidades del corte de erosión se observan sectores de corteza profundamente erosionada dentro de sectores de una corteza relíctica poco erosionada.

Este dominio se caracteriza por una distribución muy irregular de los contenidos de hierro, níquel y cobalto. El níquel se encuentra muy irregularmente distribuido con un marcado predominio de sectores de corteza con contenidos muy bajos y bajos rodeando sectores pequeños y medianos con contenidos próximos a la media del depósito, elevados y muy elevados. En la capa útil el área de los sectores con contenidos medios elevados y muy elevados se incrementa significativamente, aunque los sectores con contenidos muy bajos e inferiores a la media del yacimiento ocupan algo más de la mitad del área total del dominio.

#### **Anexo 14: Dominio VII del yacimiento Punta Gorda**

Es un pequeño dominio situado hacia el sureste del depósito, entre los dominios I, II y VI. Entre sus principales características distintivas se destacan la presencia de elevadas potencias con numerosos pequeños sectores en los que se revelan las mayores potencias de la corteza de todo el yacimiento, rodeado por sectores de potencias elevadas y muy elevadas. La potencia de la capa útil también es muy elevada con sectores de potencias elevadas y muy elevadas rodeados por sectores de potencias medias y pequeños sectores de bajas potencias. En general en este dominio predominan los sectores de corteza con contenidos de hierro inferiores a la media del depósito, pero próximos a esta, que encierran sectores muy pequeños con contenidos bajos. Este patrón se repite para la distribución del hierro en la capa útil; en correspondencia con el hierro, en el dominio predominan los sectores con contenidos de cobalto bajos, rodeando a pequeños sectores con contenidos de cobalto superiores a la media de la corteza para todo el yacimiento, este patrón se repite para la capa útil. Los sectores con contenidos elevados de níquel ocupan la mayor parte del dominio, rodeando a sectores de contenidos medios, tanto de la corteza como de su capa útil. La potencia de escombros es predominantemente baja, al igual que la pendiente y la rugosidad del relieve, ocupando niveles hipsométricos elevados y moderadamente elevados, Este dominio está constituido por una corteza de perfil *in situ* potente, pero con un desarrollo muy significativo de los horizontes inferiores más enriquecidos en níquel.

**Anexo 15: Estimador múltiple de masa volumétrica para el yacimiento Punta Gorda**

| <b>m</b> | <b>p</b> | <b>s</b> | <b>dMV<br/>entre 0 y<br/>10</b> | <b>dMV<br/>entre 10 y<br/>20</b> | <b>dMV<br/>mayor que<br/>20</b> | <b>% entre<br/>0 y 20</b> | <b>C</b>    |
|----------|----------|----------|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------|-------------|
| 18       | 0.3      | 4        | 311                             | 84                               | 59                              | 87.00                     | 0.871358443 |
| 18       | 0.31     | 4        | 311                             | 84                               | 59                              | 87.00                     | 0.871160668 |
| 18       | 0.32     | 4        | 311                             | 84                               | 59                              | 87.00                     | 0.870959827 |
| 18       | 0.33     | 4        | 310                             | 85                               | 59                              | 87.00                     | 0.870755923 |
| 18       | 0.34     | 4        | 310                             | 84                               | 60                              | 86.78                     | 0.870548956 |
| 18       | 0.35     | 4        | 309                             | 84                               | 61                              | 86.56                     | 0.870338929 |
| 18       | 0.36     | 4        | 309                             | 84                               | 61                              | 86.56                     | 0.870125842 |
| 18       | 0.37     | 4        | 309                             | 85                               | 60                              | 86.78                     | 0.869909698 |
| 18       | 0.38     | 4        | 309                             | 84                               | 61                              | 86.56                     | 0.869690497 |
| 18       | 0.39     | 4        | 311                             | 82                               | 61                              | 86.56                     | 0.869468241 |
| 18       | 0.4      | 4        | 312                             | 81                               | 61                              | 86.56                     | 0.869242934 |
| 18       | 0.41     | 4        | 312                             | 82                               | 60                              | 86.78                     | 0.869014577 |
| 18       | 0.42     | 4        | 312                             | 82                               | 60                              | 86.78                     | 0.868783175 |
| 18       | 0.43     | 4        | 312                             | 81                               | 61                              | 86.56                     | 0.868548732 |
| 18       | 0.44     | 3        | 307                             | 88                               | 59                              | 87.00                     | 0.870696179 |
| 18       | 0.44     | 4        | 312                             | 81                               | 61                              | 86.56                     | 0.868311254 |
| 18       | 0.45     | 3        | 308                             | 87                               | 59                              | 87.00                     | 0.870504141 |
| 18       | 0.45     | 4        | 310                             | 83                               | 61                              | 86.56                     | 0.868070746 |
| 18       | 0.46     | 3        | 308                             | 87                               | 59                              | 87.00                     | 0.870309151 |
| 18       | 0.46     | 4        | 310                             | 82                               | 62                              | 86.34                     | 0.867827217 |
| 18       | 0.47     | 3        | 308                             | 88                               | 58                              | 87.22                     | 0.870111225 |
| 18       | 0.47     | 4        | 310                             | 83                               | 61                              | 86.56                     | 0.867580676 |
| 18       | 0.48     | 3        | 308                             | 87                               | 59                              | 87.00                     | 0.869910378 |
| 18       | 0.48     | 4        | 310                             | 83                               | 61                              | 86.56                     | 0.867331132 |
| 18       | 0.49     | 3        | 309                             | 86                               | 59                              | 87.00                     | 0.869706624 |
| 18       | 0.49     | 4        | 310                             | 83                               | 61                              | 86.56                     | 0.867078598 |
| 18       | 0.5      | 3        | 309                             | 86                               | 59                              | 87.00                     | 0.86949998  |
| 18       | 0.51     | 3        | 309                             | 86                               | 59                              | 87.00                     | 0.869290461 |
| 18       | 0.52     | 3        | 309                             | 86                               | 59                              | 87.00                     | 0.869078086 |
| 18       | 0.53     | 3        | 309                             | 86                               | 59                              | 87.00                     | 0.868862872 |
| 18       | 0.54     | 3        | 309                             | 87                               | 58                              | 87.22                     | 0.868644838 |
| 18       | 0.55     | 3        | 309                             | 86                               | 59                              | 87.00                     | 0.868424005 |
| 18       | 0.56     | 3        | 309                             | 86                               | 59                              | 87.00                     | 0.868200393 |
| 18       | 0.57     | 3        | 308                             | 87                               | 59                              | 87.00                     | 0.867974026 |
| 18       | 0.58     | 3        | 307                             | 88                               | 59                              | 87.00                     | 0.867744926 |
| 18       | 0.59     | 3        | 307                             | 88                               | 59                              | 87.00                     | 0.86751312  |

|    |      |   |     |    |    |       |             |
|----|------|---|-----|----|----|-------|-------------|
| 18 | 0.6  | 2 | 307 | 88 | 59 | 87.00 | 0.86881819  |
| 18 | 0.6  | 3 | 307 | 88 | 59 | 87.00 | 0.867278633 |
| 18 | 0.61 | 2 | 307 | 88 | 59 | 87.00 | 0.868626249 |
| 18 | 0.61 | 3 | 308 | 87 | 59 | 87.00 | 0.867041495 |
| 18 | 0.62 | 2 | 308 | 87 | 59 | 87.00 | 0.868431638 |
| 18 | 0.62 | 3 | 309 | 85 | 60 | 86.78 | 0.866801735 |
| 18 | 0.63 | 2 | 308 | 86 | 60 | 86.78 | 0.868234395 |
| 18 | 0.63 | 3 | 309 | 84 | 61 | 86.56 | 0.866559384 |
| 18 | 0.64 | 2 | 308 | 86 | 60 | 86.78 | 0.868034558 |
| 18 | 0.64 | 3 | 308 | 84 | 62 | 86.34 | 0.866314476 |
| 18 | 0.65 | 2 | 307 | 87 | 60 | 86.78 | 0.867832167 |
| 18 | 0.65 | 3 | 308 | 85 | 61 | 86.56 | 0.866067045 |
| 18 | 0.66 | 2 | 309 | 85 | 60 | 86.78 | 0.867627263 |
| 18 | 0.67 | 2 | 309 | 85 | 60 | 86.78 | 0.867419888 |
| 18 | 0.68 | 2 | 309 | 84 | 61 | 86.56 | 0.867210084 |
| 18 | 0.69 | 2 | 309 | 84 | 61 | 86.56 | 0.866997894 |
| 18 | 0.7  | 2 | 309 | 83 | 62 | 86.34 | 0.866783362 |
| 18 | 0.71 | 2 | 310 | 82 | 62 | 86.34 | 0.866566534 |
| 18 | 0.72 | 2 | 310 | 81 | 63 | 86.12 | 0.866347456 |
| 18 | 0.73 | 2 | 310 | 81 | 63 | 86.12 | 0.866126173 |
| 18 | 0.74 | 1 | 303 | 91 | 60 | 86.78 | 0.866675787 |
| 18 | 0.74 | 2 | 310 | 81 | 63 | 86.12 | 0.865902735 |
| 18 | 0.75 | 1 | 304 | 90 | 60 | 86.78 | 0.866492746 |
| 18 | 0.75 | 2 | 310 | 82 | 62 | 86.34 | 0.86567719  |
| 18 | 0.76 | 1 | 304 | 90 | 60 | 86.78 | 0.866307402 |
| 18 | 0.76 | 2 | 310 | 81 | 63 | 86.12 | 0.865449585 |
| 18 | 0.77 | 1 | 304 | 90 | 60 | 86.78 | 0.866119821 |
| 18 | 0.77 | 2 | 309 | 82 | 63 | 86.12 | 0.865219972 |
| 18 | 0.78 | 1 | 304 | 90 | 60 | 86.78 | 0.865930068 |
| 18 | 0.78 | 2 | 310 | 81 | 63 | 86.12 | 0.864988399 |
| 18 | 0.79 | 1 | 305 | 89 | 60 | 86.78 | 0.865738209 |
| 18 | 0.79 | 2 | 311 | 80 | 63 | 86.12 | 0.864754918 |
| 18 | 0.8  | 1 | 305 | 88 | 61 | 86.56 | 0.865544308 |
| 18 | 0.8  | 2 | 312 | 78 | 64 | 85.90 | 0.864519578 |
| 18 | 0.81 | 1 | 304 | 89 | 61 | 86.56 | 0.865348429 |
| 18 | 0.82 | 1 | 304 | 89 | 61 | 86.56 | 0.865150635 |
| 18 | 0.83 | 1 | 304 | 89 | 61 | 86.56 | 0.864950988 |
| 18 | 0.84 | 1 | 304 | 89 | 61 | 86.56 | 0.864749552 |
| 18 | 0.85 | 1 | 305 | 89 | 60 | 86.78 | 0.864546386 |
| 18 | 0.86 | 1 | 305 | 89 | 60 | 86.78 | 0.864341549 |
| 18 | 0.87 | 1 | 307 | 87 | 60 | 86.78 | 0.864135101 |

|    |      |   |     |    |    |       |             |
|----|------|---|-----|----|----|-------|-------------|
| 18 | 0.88 | 0 | 303 | 89 | 62 | 86.34 | 0.864136357 |
| 18 | 0.88 | 1 | 307 | 87 | 60 | 86.78 | 0.863927097 |
| 18 | 0.89 | 0 | 303 | 89 | 62 | 86.34 | 0.863971091 |
| 18 | 0.89 | 1 | 306 | 88 | 60 | 86.78 | 0.863717593 |
| 18 | 0.9  | 0 | 302 | 91 | 61 | 86.56 | 0.863803345 |
| 18 | 0.9  | 1 | 309 | 83 | 62 | 86.34 | 0.863506643 |
| 18 | 0.91 | 0 | 301 | 92 | 61 | 86.56 | 0.86363323  |
| 18 | 0.91 | 1 | 308 | 84 | 62 | 86.34 | 0.863294297 |
| 18 | 0.92 | 0 | 300 | 93 | 61 | 86.56 | 0.86346085  |
| 18 | 0.92 | 1 | 310 | 83 | 61 | 86.56 | 0.863080606 |
| 18 | 0.93 | 0 | 301 | 92 | 61 | 86.56 | 0.863286306 |
| 18 | 0.93 | 1 | 310 | 83 | 61 | 86.56 | 0.862865615 |
| 18 | 0.94 | 0 | 301 | 92 | 61 | 86.56 | 0.86310969  |
| 18 | 0.95 | 0 | 302 | 91 | 61 | 86.56 | 0.862931091 |
| 18 | 0.96 | 0 | 303 | 89 | 62 | 86.34 | 0.862750591 |
| 18 | 0.97 | 0 | 304 | 88 | 62 | 86.34 | 0.862568266 |
| 18 | 0.98 | 0 | 305 | 87 | 62 | 86.34 | 0.862384185 |
| 18 | 0.99 | 0 | 303 | 89 | 62 | 86.34 | 0.862198413 |
| 18 | 1    | 0 | 304 | 88 | 62 | 86.34 | 0.862011007 |
| 18 | 1.01 | 0 | 304 | 88 | 62 | 86.34 | 0.861822019 |
| 18 | 1.02 | 0 | 305 | 87 | 62 | 86.34 | 0.861631494 |
| 18 | 1.03 | 0 | 305 | 88 | 61 | 86.56 | 0.861439471 |
| 18 | 1.04 | 0 | 305 | 88 | 61 | 86.56 | 0.861245981 |
| 20 | 0.5  | 0 | 305 | 91 | 58 | 87.22 | 0.872327988 |
| 20 | 0.51 | 0 | 308 | 88 | 58 | 87.22 | 0.872379404 |
| 21 | 0.31 | 3 | 311 | 91 | 52 | 88.55 | 0.879903491 |
| 21 | 0.32 | 3 | 312 | 90 | 52 | 88.55 | 0.879715561 |
| 21 | 0.33 | 3 | 313 | 89 | 52 | 88.55 | 0.879525039 |
| 21 | 0.34 | 3 | 313 | 89 | 52 | 88.55 | 0.879332035 |
| 21 | 0.35 | 3 | 312 | 89 | 53 | 88.33 | 0.879136656 |
| 21 | 0.36 | 3 | 311 | 90 | 53 | 88.33 | 0.87893901  |
| 21 | 0.37 | 3 | 311 | 90 | 53 | 88.33 | 0.878739202 |
| 21 | 0.38 | 3 | 311 | 90 | 53 | 88.33 | 0.878537339 |
| 21 | 0.39 | 3 | 311 | 90 | 53 | 88.33 | 0.878333523 |
| 21 | 0.4  | 3 | 311 | 90 | 53 | 88.33 | 0.878127858 |
| 21 | 0.41 | 3 | 311 | 89 | 54 | 88.11 | 0.877920444 |
| 21 | 0.42 | 3 | 311 | 89 | 54 | 88.11 | 0.877711381 |
| 21 | 0.43 | 3 | 310 | 89 | 55 | 87.89 | 0.877500768 |
| 21 | 0.49 | 2 | 309 | 90 | 55 | 87.89 | 0.877910619 |
| 21 | 0.5  | 2 | 310 | 88 | 56 | 87.67 | 0.877725874 |
| 21 | 0.51 | 2 | 309 | 90 | 55 | 87.89 | 0.87753936  |

|    |      |   |     |    |    |       |             |
|----|------|---|-----|----|----|-------|-------------|
| 21 | 0.52 | 2 | 310 | 89 | 55 | 87.89 | 0.8773512   |
| 21 | 0.53 | 2 | 310 | 88 | 56 | 87.67 | 0.877161512 |
| 21 | 0.54 | 2 | 310 | 88 | 56 | 87.67 | 0.876970415 |
| 21 | 0.55 | 2 | 310 | 87 | 57 | 87.44 | 0.876778021 |
| 21 | 0.56 | 2 | 310 | 88 | 56 | 87.67 | 0.876584441 |
| 21 | 0.57 | 2 | 310 | 88 | 56 | 87.67 | 0.876389784 |
| 21 | 0.58 | 2 | 310 | 88 | 56 | 87.67 | 0.876194153 |
| 21 | 0.59 | 2 | 310 | 88 | 56 | 87.67 | 0.875997649 |
| 21 | 0.66 | 1 | 311 | 85 | 58 | 87.22 | 0.87558783  |
| 21 | 0.67 | 1 | 310 | 86 | 58 | 87.22 | 0.87541606  |
| 21 | 0.68 | 1 | 311 | 85 | 58 | 87.22 | 0.875243231 |
| 21 | 0.69 | 1 | 312 | 85 | 57 | 87.44 | 0.875069467 |
| 21 | 0.7  | 1 | 312 | 85 | 57 | 87.44 | 0.874894885 |
| 21 | 0.71 | 1 | 312 | 84 | 58 | 87.22 | 0.874719601 |
| 21 | 0.72 | 1 | 312 | 84 | 58 | 87.22 | 0.874543722 |
| 21 | 0.73 | 1 | 313 | 83 | 58 | 87.22 | 0.874367352 |
| 21 | 0.81 | 0 | 309 | 86 | 59 | 87.00 | 0.873335987 |
| 21 | 0.82 | 0 | 309 | 85 | 60 | 86.78 | 0.873189452 |
| 21 | 0.83 | 0 | 308 | 85 | 61 | 86.56 | 0.873041476 |
| 21 | 0.84 | 0 | 308 | 85 | 61 | 86.56 | 0.87289224  |
| 21 | 0.85 | 0 | 309 | 86 | 59 | 87.00 | 0.872741913 |
| 21 | 0.86 | 0 | 309 | 86 | 59 | 87.00 | 0.872590648 |
| 21 | 0.87 | 0 | 308 | 87 | 59 | 87.00 | 0.872438587 |
| 22 | 0.52 | 0 | 306 | 97 | 51 | 88.77 | 0.877275735 |
| 23 | 0.53 | 0 | 310 | 91 | 53 | 88.33 | 0.879405563 |
| 23 | 0.54 | 0 | 310 | 91 | 53 | 88.33 | 0.879571445 |
| 23 | 0.55 | 0 | 310 | 91 | 53 | 88.33 | 0.879720157 |
| 23 | 0.56 | 0 | 309 | 92 | 53 | 88.33 | 0.879852636 |
| 24 | 0.3  | 1 | 304 | 93 | 57 | 87.44 | 0.881248789 |
| 24 | 0.3  | 2 | 307 | 91 | 56 | 87.67 | 0.883618739 |
| 24 | 0.3  | 3 | 311 | 89 | 54 | 88.11 | 0.883522065 |
| 24 | 0.31 | 1 | 305 | 92 | 57 | 87.44 | 0.881323591 |
| 24 | 0.31 | 2 | 307 | 91 | 56 | 87.67 | 0.883574399 |
| 24 | 0.32 | 1 | 305 | 92 | 57 | 87.44 | 0.881391427 |
| 24 | 0.32 | 2 | 307 | 91 | 56 | 87.67 | 0.883526162 |
| 24 | 0.33 | 1 | 305 | 92 | 57 | 87.44 | 0.881452489 |
| 24 | 0.33 | 2 | 308 | 90 | 56 | 87.67 | 0.883474147 |
| 24 | 0.34 | 1 | 305 | 93 | 56 | 87.67 | 0.881506962 |
| 24 | 0.34 | 2 | 309 | 89 | 56 | 87.67 | 0.883418474 |
| 24 | 0.35 | 1 | 304 | 94 | 56 | 87.67 | 0.881555035 |
| 24 | 0.35 | 2 | 310 | 88 | 56 | 87.67 | 0.883359258 |

|    |      |   |     |    |    |       |             |
|----|------|---|-----|----|----|-------|-------------|
| 24 | 0.36 | 1 | 305 | 93 | 56 | 87.67 | 0.881596892 |
| 24 | 0.36 | 2 | 310 | 88 | 56 | 87.67 | 0.883296618 |
| 24 | 0.37 | 1 | 305 | 93 | 56 | 87.67 | 0.881632716 |
| 24 | 0.37 | 2 | 310 | 87 | 57 | 87.44 | 0.883230667 |
| 24 | 0.38 | 1 | 305 | 93 | 56 | 87.67 | 0.881662689 |
| 24 | 0.38 | 2 | 308 | 89 | 57 | 87.44 | 0.883161521 |
| 24 | 0.39 | 1 | 306 | 91 | 57 | 87.44 | 0.88168699  |
| 24 | 0.39 | 2 | 309 | 90 | 55 | 87.89 | 0.883089292 |
| 24 | 0.4  | 1 | 306 | 91 | 57 | 87.44 | 0.881705797 |
| 24 | 0.4  | 2 | 310 | 89 | 55 | 87.89 | 0.88301409  |
| 24 | 0.41 | 1 | 305 | 92 | 57 | 87.44 | 0.881719284 |
| 24 | 0.41 | 2 | 311 | 88 | 55 | 87.89 | 0.882936026 |
| 24 | 0.42 | 1 | 306 | 90 | 58 | 87.22 | 0.881727626 |
| 24 | 0.42 | 2 | 311 | 88 | 55 | 87.89 | 0.882855206 |
| 24 | 0.43 | 1 | 307 | 89 | 58 | 87.22 | 0.881730992 |
| 24 | 0.43 | 2 | 311 | 88 | 55 | 87.89 | 0.882771738 |
| 24 | 0.44 | 1 | 309 | 87 | 58 | 87.22 | 0.881729551 |
| 24 | 0.44 | 2 | 312 | 87 | 55 | 87.89 | 0.882685724 |
| 24 | 0.45 | 1 | 307 | 90 | 57 | 87.44 | 0.881723469 |
| 24 | 0.45 | 2 | 312 | 87 | 55 | 87.89 | 0.882597267 |
| 24 | 0.46 | 1 | 307 | 89 | 58 | 87.22 | 0.881712908 |
| 24 | 0.46 | 2 | 312 | 87 | 55 | 87.89 | 0.882506466 |
| 24 | 0.47 | 1 | 307 | 90 | 57 | 87.44 | 0.881698028 |
| 24 | 0.47 | 2 | 312 | 87 | 55 | 87.89 | 0.88241342  |
| 24 | 0.48 | 1 | 307 | 90 | 57 | 87.44 | 0.881678987 |
| 24 | 0.48 | 2 | 312 | 87 | 55 | 87.89 | 0.882318222 |
| 24 | 0.49 | 1 | 309 | 88 | 57 | 87.44 | 0.881655939 |
| 24 | 0.5  | 1 | 309 | 89 | 56 | 87.67 | 0.881629034 |
| 24 | 0.51 | 1 | 309 | 89 | 56 | 87.67 | 0.881598421 |
| 24 | 0.52 | 1 | 309 | 89 | 56 | 87.67 | 0.881564245 |
| 24 | 0.53 | 1 | 311 | 87 | 56 | 87.67 | 0.881526647 |
| 24 | 0.54 | 1 | 311 | 87 | 56 | 87.67 | 0.881485765 |
| 24 | 0.55 | 1 | 310 | 89 | 55 | 87.89 | 0.881441733 |
| 24 | 0.56 | 1 | 310 | 89 | 55 | 87.89 | 0.881394681 |
| 24 | 0.57 | 0 | 309 | 87 | 58 | 87.22 | 0.878251717 |
| 24 | 0.57 | 1 | 309 | 89 | 56 | 87.67 | 0.881344738 |
| 24 | 0.58 | 0 | 307 | 89 | 58 | 87.22 | 0.878393066 |
| 24 | 0.58 | 1 | 309 | 89 | 56 | 87.67 | 0.881292026 |
| 24 | 0.59 | 0 | 307 | 90 | 57 | 87.44 | 0.878522306 |
| 24 | 0.59 | 1 | 310 | 88 | 56 | 87.67 | 0.881236666 |
| 24 | 0.6  | 0 | 306 | 91 | 57 | 87.44 | 0.878640085 |

|    |      |   |     |    |    |       |             |
|----|------|---|-----|----|----|-------|-------------|
| 24 | 0.6  | 1 | 311 | 86 | 57 | 87.44 | 0.881178773 |
| 24 | 0.61 | 0 | 306 | 91 | 57 | 87.44 | 0.878747017 |
| 24 | 0.61 | 1 | 311 | 86 | 57 | 87.44 | 0.881118458 |
| 24 | 0.62 | 0 | 304 | 93 | 57 | 87.44 | 0.878843681 |
| 24 | 0.62 | 1 | 312 | 85 | 57 | 87.44 | 0.881055831 |
| 24 | 0.63 | 0 | 305 | 92 | 57 | 87.44 | 0.878930624 |
| 24 | 0.63 | 1 | 312 | 85 | 57 | 87.44 | 0.880990995 |
| 24 | 0.64 | 0 | 305 | 91 | 58 | 87.22 | 0.879008364 |
| 24 | 0.64 | 1 | 313 | 84 | 57 | 87.44 | 0.88092405  |
| 24 | 0.65 | 0 | 305 | 91 | 58 | 87.22 | 0.879077388 |
| 24 | 0.65 | 1 | 314 | 83 | 57 | 87.44 | 0.880855092 |
| 24 | 0.66 | 0 | 307 | 90 | 57 | 87.44 | 0.879138158 |
| 24 | 0.67 | 0 | 308 | 91 | 55 | 87.89 | 0.879191111 |
| 24 | 0.68 | 0 | 307 | 91 | 56 | 87.67 | 0.879236659 |
| 24 | 0.69 | 0 | 307 | 91 | 56 | 87.67 | 0.879275192 |
| 24 | 0.7  | 0 | 306 | 92 | 56 | 87.67 | 0.879307078 |
| 24 | 0.71 | 0 | 307 | 92 | 55 | 87.89 | 0.879332665 |
| 24 | 0.72 | 0 | 307 | 92 | 55 | 87.89 | 0.87935228  |
| 24 | 0.73 | 0 | 307 | 91 | 56 | 87.67 | 0.879366233 |
| 24 | 0.74 | 0 | 307 | 91 | 56 | 87.67 | 0.879374816 |
| 24 | 0.75 | 0 | 307 | 91 | 56 | 87.67 | 0.879378303 |
| 24 | 0.76 | 0 | 306 | 92 | 56 | 87.67 | 0.879376952 |
| 24 | 0.77 | 0 | 308 | 89 | 57 | 87.44 | 0.879371008 |
| 24 | 0.78 | 0 | 309 | 88 | 57 | 87.44 | 0.879360696 |
| 24 | 0.79 | 0 | 309 | 88 | 57 | 87.44 | 0.879346232 |
| 24 | 0.8  | 0 | 309 | 89 | 56 | 87.67 | 0.879327815 |