

Instituto Superior Minero Metalúrgico  
Dr. " Antonio Núñez Jiménez "  
CUBA

**VIAS PARA EL PERFECCIONAMIENTO DEL  
CÁLCULO DE VOLUMEN DE MINERAL  
EXTRAIDO EN LOS YACIMIENTOS  
LATERITICOS CUBANOS**

**Dr C. Orlando Belete Fuentes**

**I.S.B.N.: 959-16-0175-1**



**EDICIONES  
UNIVERSITARIAS  
MOA, 2002**

RESUMEN .....	3
Capítulo I Estado actual del problema y determinación de las tareas de investigación .....	7
1.1 Características generales de los yacimientos.....	7
1.2 Particularidades de la valoración y control del volumen de mineral extraído.....	10
1.3 Estado de los trabajos topográficos y del cálculo de volumen que se realizan en el yacimiento .....	12
1.4 Selección y fundamentación de las tareas de investigación .....	15
Conclusiones del capítulo I.....	16
Capítulo II. Análisis de los errores topográficos cometidos en la determinación de los volúmenes de extracción con la utilización de los resultados del levantamiento taquimétrico .....	17
2.1 Introducción.....	17
2.2 Influencia de los errores de la posición de los puntos en la red de levantamiento .....	18
2.3 Influencia de los errores de determinación de los contornos de los bordes superior e inferior de los escalones .....	20
2.4 Influencia de la irregularidad de los perfiles de los taludes .....	25
2.5 Influencia de los errores de la posición del punto en el levantamiento taquimétrico....	29
2.6 Influencia de los errores de ubicación de los puntos en el plano .....	31
2.7 Influencia de los errores de medición de áreas.....	34
2.8 Error total de determinación del volumen del frente de excavación en el levantamiento taquimétrico .....	37
2.9 Aplicación del modelo digital del terreno ( MDT).....	39
2.10 Propuesta de nueva metodología para la obtención de los datos iniciales para calcular volumen .....	42
I. Sobre la toma de los datos iniciales para calcular volumen .....	42
II. Sobre la determinación de los errores que influyen en el cálculo de volumen .....	43
III. Sobre la aplicación de taquímetro electrónico universal .....	44
IV. Sobre la confección automatizada de planos topográficos (cartografía digital).....	44
Conclusiones del capítulo II.....	46
Capítulo III Vía para el perfeccionamiento de la elaboración de los resultados obtenidos de la masa volumétrica .....	47
3.1 Introducción.....	47
3.2 Exclusión de los valores extremos en la columna del pozo criollo (dirección vertical) y en los valores promedios (dirección horizontal) de la masa volumétrica por tipos de mena .....	47
3.3 Determinación de la ley de distribución de la masa volumétrica.....	52
3.4 Determinación de los valores generalizados y de calculo de los índices de la masa volumétrica y valoración de su exactitud .....	54
3.5 División del yacimiento en grupos homogéneos por tipos litológicos de mena .....	56
3.6 Efecto de la aplicación de las metodologías elaboradas.....	61
Conclusiones del capítulo III.....	64
Conclusiones .....	65
Referencias bibliográficas.....	66
Bibliografía .....	68

## RESUMEN

En el trabajo se realiza un análisis detallado del control de volumen del mineral extraído y de la masa volumétrica en los yacimientos lateríticos de Moa y Punta Gorda, donde se reflejan los principales trabajos relacionados con la temática en cuestión y el análisis de sus deficiencias.

Se refleja el estado de los trabajos topográficos y de la determinación de la masa volumétrica, en el cual queda preciso que el método empleado para el cálculo de la masa volumétrica no refleja su variabilidad, provocando grandes fluctuaciones del parámetro, trayendo como consecuencia, que el resultado del cálculo de reservas sobrepase el error permisible.

Se crea una metodología para la valoración de los errores topográficos cometidos durante la realización del levantamiento taquimétrico, cuyos datos son obtenidos para calcular volumen, además de una metodología para la toma de los datos para calcular volumen cuando se utilizan los resultados del levantamiento taquimétrico.

Se utilizó el método de las variables aleatorias, para el perfeccionamiento de la elaboración de los resultados obtenidos de la masa volumétrica. Para ello fue necesario aplicar la teoría del procesamiento de la información, comenzando por la filtración de los datos iniciales de los valores de la masa volumétrica in situ y las cotas altimétricas de los puntos en los cuales fueron excluidos sus valores extremos por reglas de observación existentes.

Se estableció la zonificación (división del yacimiento Punta Gorda en grupos homogéneos para la determinación de la masa volumétrica).

Con los resultados obtenidos de la aplicación de las metodologías propuestas y la zonificación del yacimiento, se obtuvo un efecto económico para los yacimientos de la Unión de Empresas del Níquel cerca de \$391 000 al año.

## *Introducción*

La principal fuente de materia prima mineral existente en la República de Cuba, son los yacimientos de la corteza de intemperismo de las rocas ultrabásicas que se distribuyen ampliamente en la porción nororiental del país y yacen en las formaciones de enriquecimientos hipergénicos de esa corteza de intemperismo laterítico desarrollada sobre el complejo ofiolítico.

En esta región existen importantes reservas minerales exploradas y usadas inicialmente como menas de hierro, y desde hace medio siglo de forma extensiva como menas de níquel y cobalto, de los que hoy el país es un importante productor (Vera, 1979). Estos yacimientos fueron estudiados por primera vez en 1883, y puestos en explotación por las compañías norteamericanas en 1943 hasta la nacionalización de las empresas extranjeras por el gobierno revolucionario en 1960.

Después del triunfo de la Revolución Cubana la tecnología de prospección, extracción y procesamiento del mineral tuvo que ser rediseñada y reinterpretada por los pocos especialistas nacionales que quedaron atendiendo este trabajo, debido a que los empresarios capitalistas se marcharon con una gran cantidad de información geólogo-tecnológica sobre los yacimientos y el proceso industrial.

El éxito de la administración revolucionaria en esa tarea estuvo decisivamente condicionado por una correcta utilización de la colaboración de especialistas extranjeros, quienes además de realizar la exploración de las reservas, el mantenimiento y puesta en marcha de la industria, ayudaron también a la preparación del personal cubano, esto provocó que en la actualidad el control de esta actividad sea dirigido por especialistas cubanos.

La política científica del estado con respecto a las investigaciones geológicas y mineras en esta región ha sido priorizada y escalonada de modo coherente. El aumento de los volúmenes de producción de níquel es una dirección estratégica del desarrollo de la economía de nuestro país, que posee una perspectiva duradera.

El desarrollo de la industria del níquel es posible, no solamente a costa de la introducción en explotación de nuevos yacimientos lateríticos, nuevas fábricas, sino también a costa del mejoramiento y estabilización de la calidad de la materia prima que se entrega a las plantas metalúrgicas, y al perfeccionamiento de los métodos de cálculo de volumen y de la determinación operativa de la masa volumétrica (explotación racional de las reservas disponibles en los depósitos). Estas direcciones de trabajo poseen gran actualidad ya que este es un país de recursos limitados, por lo que se debe hacer un uso racional de los mismos.

En este trabajo se hace un análisis de los errores topográficos que se presentan cuando se utilizan los resultados del levantamiento taquimétrico y como influyen en el cálculo de volumen. También se hace un análisis de la determinación operativa de la masa volumétrica en el yacimiento, para el cual se propone el método de las variables aleatorias, realizándose previamente un estudio del procesamiento de la información para poder determinar la ley de distribución del conjunto estadístico para la obtención de la masa volumétrica (Bernal, 1994).

Existe una gran diferencia entre el mineral que se extrae de los frentes de extracción y el que se alimenta a la planta metalúrgica, debido a que el método de levantamiento taquimétrico que se utiliza para calcular el volumen viene acompañado de errores que lo hacen exceder de los valores permisibles y a la insuficiencia del método de determinación de la masa volumétrica que se aplica en estos yacimientos (Punta Gorda y Moa).

El método para la elaboración de los datos obtenidos de la masa volumétrica que se propone tiene las siguientes ventajas:

- División del yacimiento en grupos homogéneos según la variabilidad de la masa volumétrica, lo que permite eliminar del conjunto, la componente regular de variabilidad y obtener los valores generalizados y de cálculo de la masa volumétrica, minimizando así los errores de la determinación operativa del índice.
- Aumento de la exactitud del cálculo de reservas, provocando la disminución de la diferencia de tonelaje entre el mineral que se extrae y el que se alimenta a las plantas metalúrgicas.

La metodología para el perfeccionamiento de la toma de los datos iniciales para el cálculo de volumen que se propone tiene las siguientes ventajas:

- Disminución de los errores durante la ejecución del levantamiento taquimétrico.
- Disminución de los errores al realizar la filtración de los valores iniciales de las cotas altimétricas de los puntos.
- Mayor fiabilidad en el cálculo de volumen obtenido.

El método de cálculo de volumen que se aplica en el Yacimiento Punta Gorda es controlado a través de un proceso de pesaje del mineral que existe en la fábrica, esto implica que cuando la transportación del mineral se realiza directamente desde los frentes de arranque (cuando el mineral transportado va directamente a los depósitos), no se realiza el pesaje.

Se compara la masa minera calculada por métodos topográficos con la estimada por camiones. La red topográfica de apoyo que se utiliza para llevar a cabo el control de la extracción es insuficiente porque no está lo debidamente densificada ni ajustada.

Se aplica el valor promedio de la masa volumétrica de las rocas mullidas por etapas de explotación minera, donde no se realiza la filtración de los datos (filtros), no hay argumentación de la determinación de la masa volumétrica que se aplica, lo que conduce a la obtención de grandes errores.

Objeto de estudio:

El objeto de estudio de este trabajo son las minas a cielo abierto que explotan los yacimientos lateríticos de corteza de intemperismo pertenecientes a la región oriental del país

Problema:

Insuficiencia del método de cálculo de volumen y de determinación de la masa volumétrica que se aplican en estos yacimientos (Punta Gorda y Moa).

Hipótesis:

Si se aumenta la precisión del cálculo de la cantidad de mineral extraído, entonces disminuye la diferencia de tonelaje que existe entre el mineral extraído de los frentes de extracción y el alimentado a las plantas metalúrgicas.

Objetivo general de la Investigación:

Establecer un método que permita elevar la precisión de los resultados obtenidos del cálculo de la cantidad de mineral extraído en comparación con los métodos anteriormente usados.

Objetivos específicos:

Establecer las principales deficiencias de la valoración y control del volumen de mineral extraído en los yacimientos estudiados.

Crear una metodología para la obtención de los datos iniciales para calcular volumen.

Crear el modelo geométrico estructural (zonificación del yacimiento por tipo litológico de mena).

## Capítulo I Estado actual del problema y determinación de las tareas de investigación

### 1.1 Características generales de los yacimientos

Los yacimientos Punta Gorda y Moa están ubicados en la parte noreste de la provincia de Holguín, en las costas del Océano Atlántico. Estos yacimientos comprenden las reservas de minerales de níquel laterítico y serpentinitico, exploradas en ambas orillas del Río Moa. Su frontera oriental está ubicada a lo largo del Río Cayo Guan, la parte norte limita con el Océano Atlántico y con la curvatura en forma de codo del valle del Río Moa y como límite sur se puede señalar el extremo trazado condicionalmente de occidente a oriente por el curso superior de los Arroyos Veguita, Los Lirios, Río Yagrumaje, Arroyo Punta Gorda y Río Cabañas.

El relieve tiene una inclinación descendente en el territorio de los yacimientos predominantemente al norte con cotas absolutas entre 0 y 30 m.

Los yacimientos se dividen en seis zonas principales: Yamanigüey, Atlántic, zona A, zona B, Pronóstico y Punta Gorda.

La situación geográfica en el sistema de coordenadas de Lambert de las zonas es el siguiente:

Tabla 1.1 Sistema de coordenadas rectangulares de los yacimientos

Sistema de coordenadas		
Zonas	NORTE	ESTE
	desde-hasta	desde-hasta
Atlantic	214 110-216 540	692 750-695 550
Pronóstico	215 100-216 800	689 750-692 300
Zona Sur	217 900-219 100	692 300-694 200
Zona A	219 100-220 300	695 300-697 590
Zona B	219 000-221 350	692 310-676 310
Yamanigüey	216 300-223 400	691 300-696 600
Punta Gorda	217 200-222 500	669 000-707 000

La diferencia de niveles del relieve en la parte sur de los yacimientos es de 70-110 m.

El clima de la región es tropical caracterizado por una temperatura media anual de 25°C, y dos períodos de lluvias en el año (Mayo-Junio y Octubre-Enero) y dos períodos de seca (Febrero-Abril y Julio-Septiembre). La cantidad media anual de precipitaciones es de 2500 mm, teniendo en verano un carácter de aguaceros y en invierno estas precipitaciones son más continuas, en forma de lloviznas densas generalmente. La humedad relativa del aire como promedio es de 79% y en los períodos lluviosos aumenta a 82-85%.

La red fluvial de la región está orientada en dirección submeridional y está representada por los ríos Moa, Cabañas, Yagrumaje, Punta Gorda, Cayo Guan y Los Lirios, los que desembocan en el Océano Atlántico.

El Río Moa corre en los límites de los yacimientos Punta Gorda y Moa, es la fuente de abastecimiento de agua para las empresas y la población, la velocidad promedio de la corriente oscila alrededor de 1.5 m/seg.

El espesor de estos yacimientos se representa por tres tipos genéticos de roca minera:

- Corteza de intemperismo regional
- Rocas sedimentarias
- Formación diluvial- preluvial.

A cada tipo de roca minera le corresponde un determinado tipo de mena. La composición mineralógica es la siguiente:

- Goethita ( $\text{Fe}_2\text{O}_3\text{H}_2\text{O}$ ), 70-75%
- Alumogoethita ( $\text{Al}_2\text{O}_3\text{H}_2\text{O}$ ), 10%
- Serpentina ( $3\text{MgO}_2\text{SiO}_2\text{H}_2\text{O}$ ), 2.5%
- Cuarzo ( $\text{SiO}_2$ ), 2.5%
- Hidrogoethita.

La composición química se caracteriza por los siguientes contenidos medios: Níquel 1.5%, Cobalto 0.12%,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  60%,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  10%,  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  2.5%,  $\text{SiO}_2$  3%, MgO 0.5%.

Los minerales que contienen níquel y cobalto son en lo fundamental la goethita y la hidrogoethita.

Estos yacimientos se encuentran en lugares montañosos cuyas particularidades son: condición de yacencia no uniforme, relieve del terreno complejo, gran variabilidad de los elementos tanto en la dirección horizontal como en la vertical.

Precisamente estas particularidades influyen sustancialmente en la tecnología de explotación, es decir, en la extracción, carga y transporte del mineral útil y rocas estériles.

El cuerpo mineral de estos yacimientos está compuesto por los siguientes horizontes ( Fig 1.1):

Horizonte superior – limonítico, con potencia promedio de 0.5 - 2 m compuesto por menas de hierro con fortaleza 1 (según la escala de Protodiákonov), de color rojizo o pardo rojizo, pardo oscuro. En este horizonte se encuentran las concreciones ferruginosas con medidas de 1 - 15 mm, formando bloques de hidróxido de hierro hasta 1m de potencia. Este horizonte representa las rocas estériles con contenido mínimo industrial de níquel menores de 0.9 % (para el Yacimiento Punta Gorda) y de 1% (para el Yacimiento Moa).

Horizonte limonítico, se caracteriza por tener un contenido de hierro de 40 - 60%, níquel entre 0.51 - 0.56% y cobalto alrededor de 0.07%. Microscópicamente en este horizonte se distinguen dos capas: la capa superior con potencia de 1.5 - 2.0 m representada por laterita ferruginosa de color pardo rojizo. Las concreciones tienen un color oscuro y componen hasta el 50% de toda la masa minera. Las dimensiones de las concreciones varían desde 1-2mm desapareciendo gradualmente con la profundidad.

Horizonte inferior, con 2.0 metros de espesor, se caracteriza por un color pardo amarillento y pardo verdoso, las lateritas ferruginosas están representadas por variedades de hierro y arena.

El contacto de esta capa con la inferior de las lateritas de balance es no uniforme, para ella es característico una superficie bastante variable, lo que a simple vista es muy difícil diferenciar.

Esta particularidad exige una realización de los trabajos de exploración más detallada de la cual se hablará más adelante. Los ángulos de yacencia de este contacto alcanzan una magnitud de 1 - 40° aproximadamente.

- Horizonte de las lateritas de balance, tiene una potencia de 1 - 6 m con un valor medio de 2.64 m, su fortaleza es 1(según la escala de Protodiákonov), su color es rojizo.

En este horizonte existe una gran cantidad de rocas serpentínicas y de arcillas interpuestas.

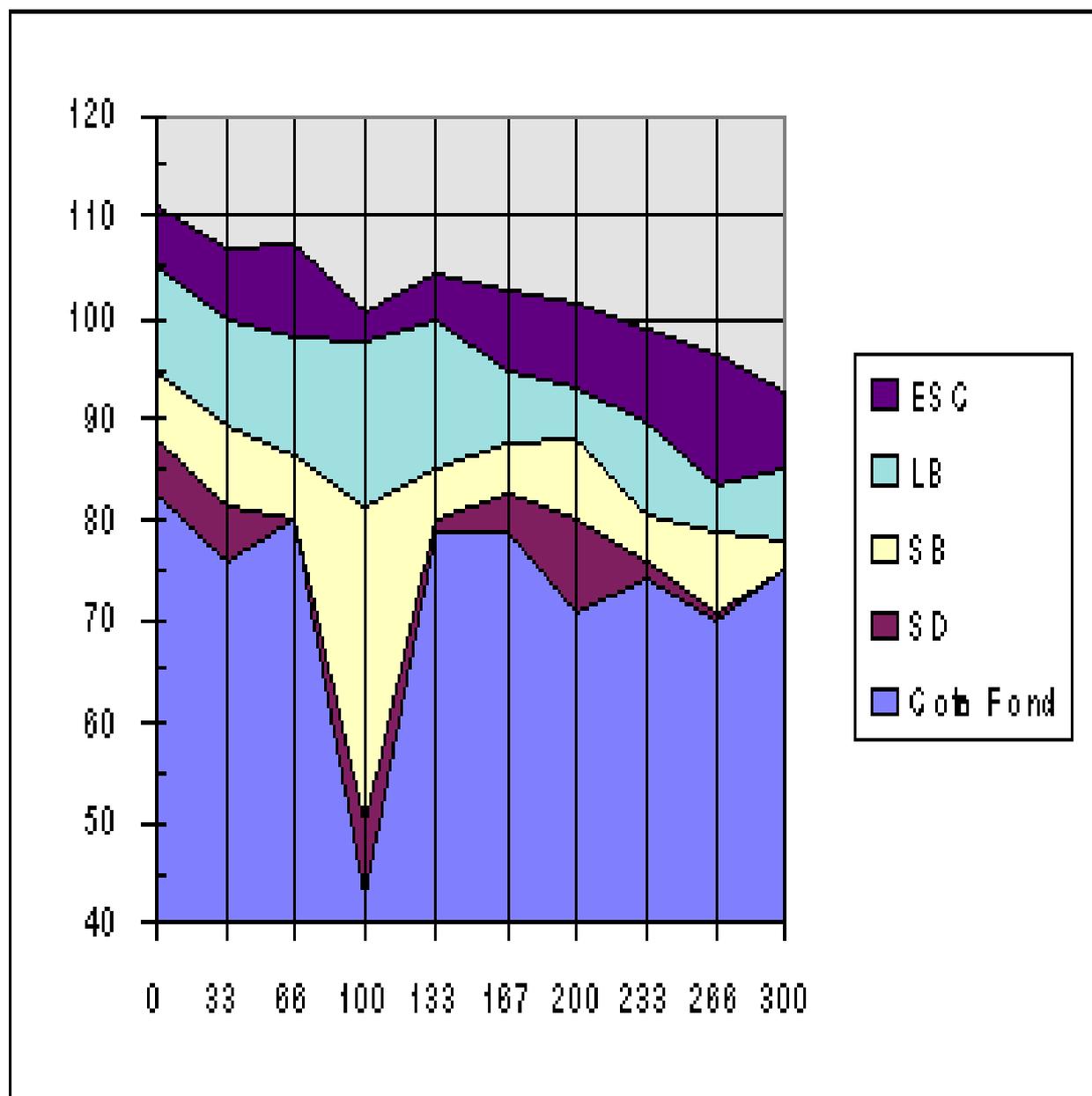


Figura 1.1 Corte litológico de la parte central del Yacimiento Punta Gorda.

Donde:

ESC- Escombro, LB- laterita de balance, SB- serpentina blanda, SD- serpentina dura, Cot Fond.- cota de fondo.

Las lateritas níquelíferas se consideran de balance, cuando el contenido de níquel supera el 0.9 % y el hierro más del 35%. El contenido medio de níquel es de 1.19%, del hierro 44% y del cobalto 0.10%.

En la parte inferior de este horizonte yacen las serpentinas blandas que se forman como resultado de la intemperización de las serpentinas duras.

El contacto de estas dos capas está representado por una superficie irregular en el cual se encuentran los bolsones mineros con alto contenido de níquel. La diferenciación del contacto de las lateritas rojas y de las serpentinas blandas de color pardo verdoso y pardo amarillento determina la posibilidad de dividir estas menas en el proceso de trituración.

Las propiedades físico - mecánicas de las serpentinas blandas son iguales que las lateritas níquelíferas, su potencia varía de 1 - 15 m, el contenido de hierro es menor del 35% y el de níquel mayor de 0.9 y 1.0%. En el contacto no uniforme de las lateritas de balance y de las serpentinas blandas los ángulos de yacencia oscilan entre 1 y 45° y más.

- Horizonte de las serpentinas duras, su fortaleza alcanza hasta 7 (por la escala de Protodiákonov), la potencia media de este horizonte es de 4 m.

La serpentina dura contiene: menos de 12% de Fe, más de 0.9 - 1.0% de Ni y entre 15 - 20% de Mg. El contacto de este horizonte con el suprayacente también es irregular.

Estos yacimientos tienen forma de bloque, ya que el cuerpo mineral se interrumpe por sectores de rocas estériles en toda su extensión. Las dimensiones de estos bloques naturales oscilan desde 100 x 100 m hasta 300 x 300 m. Ellos se dividen para su extracción en bloques regulares de forma cuadrada con dimensiones de 300 x 300 m.

Las condiciones minero - geológicas de los yacimientos son variables, por lo general no existen dos bloques de iguales características de mineralización ni de iguales condiciones de yacencia.

La variabilidad del contenido de los principales componentes tanto en dirección horizontal como en la vertical es bastante grande.

El contenido elevado de Fe se halla en el horizonte superficial con valores de 45 - 55% disminuyendo con la profundidad hasta los valores de 6 - 7%. El contenido de níquel en el horizonte superficial (laterita ferruginosa) es de 0.3 - 0.7%, aumentando paulatinamente con la profundidad hasta 2 - 2.5% y luego disminuye hasta 0.1 - 0.2%. El cobalto se distribuye de forma irregular.

## 1.2 Particularidades de la valoración y control del volumen de mineral extraído

En las Empresas del Níquel el volumen de mineral extraído se determina una vez al mes, luego de actualizados los planos de trabajo y los cortes por bloques por el método de las áreas medias y secciones verticales.

La determinación del pozo para el cual es necesario realizar el cálculo, se hace mediante el análisis del levantamiento topográfico a escala 1:500 y en los perfiles a escala 1:500 por 1:200.

Después de determinado el volumen total de mineral útil extraído por pozo, se determinan sus componentes por tipo de mena, utilizando para ello los cortes verticales (perfiles) y las cotas de los intervalos de muestreo, se determina el área promedio y los volúmenes de extracción para cada intervalo. La suma de los volúmenes por cada intervalo debe coincidir con el volumen total de extracción del pozo y con la suma por tipo de mena. No existe ningún método de control de volumen.

El cálculo de la cantidad de masa minera extraída en estos yacimientos de la Unión del Níquel se realiza con una precisión que supera el error mínimo permisible (2.5%), las áreas con un error mayor de  $10 \text{ m}^2$ , la potencia y la cota mayores de 0.1m.

Estos volúmenes de masa minera extraída además de no ser controlados por un método efectivo alcanzan una diferencia en su determinación que varía desde 10 000 hasta 30 000  $\text{m}^3$  y en ocasiones mayor de 30 000  $\text{m}^3$  al mes, lo que conlleva consecuencias perjudiciales para la mina e influyen de manera directa en el salario del trabajador, porque estos errores a veces son positivos y a veces negativos, todos estos problemas surgen por la falta de control operativo.

La masa volumétrica se determina por el método del pozo criollo, calicata que se realiza con dimensiones de 1 x 1.5 m en el yacimiento con densidad de 10 - 12 pozos criollos por kilómetro cuadrado de área de mineral en el caso de Mina Moa y casi uno por bloque en la Mina Che Guevara.

El cálculo de las reservas de metal existentes en el yacimiento se realiza aplicando el contenido medio de metal al tonelaje total de las reservas de la mena, las cuales a su vez, han sido calculadas sobre la base de la masa volumétrica establecida (Vera, 1979).

Existen zonas en las cuales la ejecución de los pozos criollos no alcanza la cantidad necesaria, por tanto al obtenerse la masa volumétrica, no se logra la representatividad necesaria en toda la zona estudiada. Esto conlleva un aumento brusco de las fluctuaciones de este parámetro ya que investigaciones antes realizadas demostraron que la masa volumétrica es un indicador muy variable.

Se demostró que la masa volumétrica está por encima de su valor real, esto evidencia la falta de control a la hora de determinarla y de su pronóstico al ser obtenida por el método del pozo criollo, (Belete, 1997)

Hasta el presente se han empleado dos métodos diferentes para la determinación de la masa volumétrica en estos yacimientos. El primer método, que se está aplicando en la actualidad en los yacimientos Moa y Punta Gorda, consiste en obtener un valor de masa volumétrica promedio para cada uno de los horizontes tecnológicos de mineral. Esto significa que mediante el pesaje y determinación de la humedad de todo el mineral de los pozos criollos comprendidos en la zona que se haya clasificado como laterita de balance de acuerdo con el resultado de la perforación, se establece un solo valor de masa volumétrica para ese mineral. De la misma forma se procede con la serpentina (Rodríguez, 1984).

En realidad, el mineral comprendido dentro del horizonte de serpentina blanda está compuesto por fracciones de roca dura hasta terrosa, y por alguna laterita presente como bolsones o desarrollada en grietas preexistentes. Pero aunque cada una de estas fracciones posee de hecho un valor de masa volumétrica propio, se obtiene para todo el material un promedio (Rojas, 1994).

### 1.3 Estado de los trabajos topográficos y del cálculo de volumen que se realizan en el yacimiento

En la mina existen los sistemas de coordenadas local y nacional.

Durante la exploración por empresas norteamericanas de la Mina Moa en 1958, se comienza a realizar el primer trabajo topográfico en la zona A, lugar donde se inicia el origen del sistema de coordenadas locales con  $X=10\ 000$ ,  $Y=10\ 000$ , avanzando hasta una longitud de 8 km. con una reserva de 2 km. Los puntos topográficos para desarrollar la red de apoyo fueron ubicados al comienzo del yacimiento, se monumentaron con dimensiones de 0.40 m por la base inferior y 0.20 m por la superior y 1.0 m de largo. El primer punto topográfico se situó con coordenadas  $X_1=10\ 000$ ,  $Y_1=10\ 000$  y el segundo  $X_2=10\ 000$  y  $Y_2=9900$ , esta línea quedó orientada hacia el norte con una brújula. Las coordenadas debían disminuir a medida que se alejaban del inicio del yacimiento hasta obtener valores de  $X=0.00$  y  $Y=0.00$  en los extremos del mismo, donde comienza la zona no mineral. Luego fueron trazadas líneas perpendiculares con separación de 300 m formando bloques de 300 x 300 m. Este sistema local permitió además trazar redes de 100 x 100, 33.33 x 33.33 m hasta obtener una red mucho más densa de 16.66 x 16.66 m para la extracción del estéril. Esto se hizo con el objetivo de obtener una mejor planificación, orientación y cálculo de reservas, no siendo así en el Yacimiento Punta Gorda, donde los soviéticos utilizaron una microtriangulación para el desarrollo de la red topográfica.

La existencia en estos yacimientos de redes de apoyo mal confeccionadas conlleva la imposibilidad de hacer controles para conocer la verdadera posición del frente de excavación o de un pozo del bloque geológico, hecho que provoca que se cometan grandes errores. Un ejemplo de ello es que con un determinado desplazamiento del frente de arranque, se obtiene una información geológica no coincidente con la verdadera, ocurriendo lo mismo con el volumen de masa minera que se extrae.

Existen zonas mineras con sus coordenadas locales desplazadas (Yacimiento Moa), esto provoca que al salir de una zona y entrar en otra se produzca una variación en los valores de las coordenadas.

El departamento de minería del ISMM lleva a cabo trabajos de investigación sobre la proyección de las redes topográficas en estos yacimientos (Gari, 1985).

El sistema local que se aplicaba en las minas carecía de relación con el nacional, hasta que en 1961 el entonces Instituto Cubano de Recursos Mineros (ICRM) comienza a situar en el yacimiento una serie de puntos topográficos de apoyo enlazados a dicho sistema de coordenadas y a partir de ese momento se comienzan a relacionar entre sí a través de la siguiente expresión:

$$x' = \frac{[x]}{N} + by_r + ax_r \dots\dots\dots(1.1)$$

$$y' = \frac{[y]}{N} + ay_r - bx_r \dots\dots\dots(1.2)$$

Donde:

X, Y - coordenadas de los puntos de los sistemas nacional y local;

X', Y' - coordenadas de transformación;

X<sub>r</sub>, Y<sub>r</sub> - Coordenadas reducidas;

a, b – coeficientes de correlata;

N – número de puntos idénticos.

Desde entonces los planos topográficos tienen señaladas las coordenadas en los dos sistemas.

El altimétrico también tuvo el problema de estar en dos sistemas de coordenadas. Esto hizo que se alcanzaran durante la determinación de la altura de un punto diferencias de hasta 20 cm.

Las empresas norteamericanas, durante la exploración del Yacimiento Moa realizaron levantamientos topográficos, utilizando como método principal las poligonales con teodolito, luego éstas se fueron dejando de realizar, centrando la mayor parte en la construcción de perfiles y trabajos de nivelación. En la actualidad se realizan muy pocas poligonales, solo en caso extremo, cuando es necesario.

Las poligonales que se realizan en la Mina Moa son de enlace y de rodeo sin compensación. El instrumento que se utiliza para medir los ángulos es el THEO 010 B y las distancias de las líneas se miden con cintas metálicas sin comparar. La altura de los puntos se determina con la utilización de la nivelación técnica a través de los pozos del bloque, con el inconveniente de que cuando el frente de excavación es muy profundo esta nivelación no se puede realizar, entonces se acude al método de la nivelación trigonométrica que tiene menor precisión en la determinación de las cotas de los puntos. El instrumento que se utiliza es el Ni 040 para la nivelación técnica y el DALHTA 010 B para la trigonométrica.

El método de levantamiento que se utiliza para calcular el volumen de masa minera extraída de los frentes de excavación es el taquimétrico, con el cual se levantan las secciones paralelas. El instrumento que se utiliza es el DALHTA 010 B. La distancia entre perfiles es de 16.66 m.

En cambio en el Yacimiento Punta Gorda si existe una red de apoyo, pero se utiliza poco, tampoco hay control del avance del frente de excavación. Se realizan los mismos tipos de poligonales y no se aplica la nivelación técnica. La nivelación que se usa para darle cota a las estacas es la trigonométrica y el método para calcular el volumen es el de las áreas medias apoyándose en el levantamiento taquimétrico.

El cálculo de las reservas y de componentes útiles se realiza en cada pozo por el método de las secciones verticales en los yacimientos Moa y Nicaro. En el Yacimiento Punta Gorda el

cálculo se realiza con la utilización de la computación, aplicando paquetes de programas, algunos de ellos elaborados por los técnicos de la empresa. Las áreas antes de ser introducidas en la computadora son obtenidas por el Método de las Cuadrículas. El Método Mecánico (el planímetro) usado para calcular área se utiliza en muy pocas ocasiones.

En la mina, mensualmente se realizan mediciones topográficas para calcular los volúmenes de extracción y para controlar las reservas de minerales útiles. Estas mediciones sirven además para controlar la realización de los trabajos mineros en correspondencia con el proyecto, plano topográfico y las exigencias de la explotación, para la determinación de las dimensiones del espacio laboreado como consecuencia del avance de los trabajos de extracción del mismo, control de la calidad de la extracción de los recursos minerales del subsuelo, determinación de los datos para completar la documentación gráfica minera, determinación de las áreas desbrozadas, y terrenos recultivados y rehabilitados para otros fines de la economía.

La documentación minera principal se actualiza con los resultados de las mediciones y sirven para el cálculo de volumen y contenidos utilizando los planos de los trabajos por bloque a escala 1:500 (en el yacimiento Punta Gorda) y de perfiles cada 16.66 m. con escala horizontal 1:500 y vertical 1:200 (en los yacimientos Moa y Nicaro).

En los planos mineros de cada bloque, durante su operación se sitúan los puntos de la red geodésica ( si existen), los pozos de la red de desarrollo (81 pozos) señalando el número de cada uno, la cota del techo del mineral, el volumen del mineral, los contenidos de hierro, níquel y cobalto, si es necesario se sitúan los objetos existentes sobre la superficie del cuerpo mineral.

En las secciones verticales (perfiles) se sitúan los pozos de la red de explotación con los contenidos de níquel y hierro en cada intervalo de muestreo, los límites del cuerpo mineral (techo y fondo) diferenciando la laterita de balance (lb) y serpentina de balance (sb) al igual que la situación de la superficie en el momento de realización de los trabajos de extracción. Si es necesario, pueden ser señalados otros objetos. El cálculo de las reservas se realiza con ayuda de la computación (Rodríguez, 1990).

Durante el análisis de las particularidades y estado del cálculo de volumen en estos yacimientos se detectaron las siguientes insuficiencias:

- No existe ningún método de control efectivo de volumen (se compara el real minado con el estimado).
- Los errores en la determinación del volumen basado en el levantamiento taquimétrico sobrepasan sus límites permisibles.
- La diferencia entre el real minado (topográfico) y el alimentado a la planta metalúrgica oscila entre 8 y 16% del total en el mes.
- Se afecta el salario de los trabajadores por la presencia de estos errores.
- Se aplica una distribución irracional (poca cantidad) de los pozos criollos para determinar la masa volumétrica sin tomar en cuenta su variabilidad.
- Se aplica un promedio de masa volumétrica mullida por etapa de preparación minera, sin realizar limpieza de datos (filtros). No hay argumentación del modelo que se aplica, lo que conduce a la obtención de grandes errores.

- Existe una insuficiente red topográfica de apoyo.
- No se realizan controles del avance de los frentes de extracción.
- La existencia de dos sistemas discordantes de coordenadas en el yacimiento Moa crea problemas (no existen zonas de solape).
- La nivelación trigonométrica en el Yacimiento Punta Gorda tampoco asegura la precisión exigida.
- En el Yacimiento Moa se mezclan la nivelación trigonométrica con la geométrica y tampoco se logra la precisión.

#### 1.4 Selección y fundamentación de las tareas de investigación

Como se había señalado antes, en estos yacimientos lateríticos no existen redes de apoyo bien confeccionadas que permitan enlazar los puntos topográficos que determinan el avance del frente de extracción. Eso impide conocer con precisión la situación de los puntos y objetos, y que el volumen y la masa volumétrica que ahí se determinan no excedan del error permisible. Esto provoca la discordancia entre los valores del tonelaje de mineral extraído de los frentes de arranque y el reportado por las plantas metalúrgicas.

La preocupación por resolver esta tarea en estas minas aumenta cada año, estando ello de acuerdo con el perfeccionamiento de la tecnología y mecanización de los trabajos mineros. Para ello es imprescindible el aumento del estudio de los cuerpos minerales, una objetiva valoración cuantitativa de la variabilidad y de la determinación operativa de la masa volumétrica y una adecuada aplicación de las metodologías para calcular volumen, las cuales existen con poca precisión.

La masa volumétrica no ha sido abordada por otros autores con suficiente claridad, la cantidad de pozos criollos en el yacimiento no es representativa, además no se considera la variabilidad del parámetro, lo que hace que se obtengan resultados diferentes.

Considerando todos los factores antes señalados, se decide perfeccionar el método de cálculo de volumen y proponer un método de análisis de los resultados obtenidos de la masa volumétrica en estos yacimientos con el objetivo antes propuesto para resolver las siguientes tareas:

- Comprobación de la homogeneidad estadística de las determinaciones de los valores de la masa volumétrica mullida.
- Elaboración de métodos más fiables para el procesamiento de los resultados obtenidos de la masa volumétrica.
- Caracterizar la exactitud de los métodos de levantamiento topográfico empleados.
- Comprobar teórica y experimentalmente los métodos propuestos de pronóstico de la masa volumétrica y de perfeccionamiento del cálculo de volumen y determinar su efecto.

Comprobar teórica y experimentalmente la metodología propuesta para la toma de los datos iniciales para calcular volumen y el método para la valoración de los resultados obtenidos de la masa volumétrica.

## Conclusiones del capítulo I

1. Del análisis del estado y control del cálculo de volumen, se deduce que durante la determinación de este parámetro ocurren errores que alteran los resultados.
2. No existe un modelo de determinación de la masa volumétrica que refleje la variabilidad del índice, hecho que provoca grandes fluctuaciones del parámetro.
3. La deficiencia que existe en la aplicación de la red topográfica de apoyo provoca grandes fluctuaciones de las reservas de mineral extraído.

## Capítulo II. Análisis de los errores topográficos cometidos en la determinación de los volúmenes de extracción con la utilización de los resultados del levantamiento taquimétrico

### 2.1 Introducción

Los volúmenes de masa minera extraída de las minas, se determinan a partir de los resultados del levantamiento topográfico, con el objetivo de controlar el cumplimiento del plan de minería y el control del movimiento de las reservas industriales, pérdidas y empobrecimiento del mineral útil.

El levantamiento empleado para la determinación del volumen de los trabajos mineros realizados, sirve de base para la obtención del salario de los trabajadores, para el control de las pérdidas y el empobrecimiento, debiéndose realizar con la mayor precisión posible. Los errores de cálculo en estos yacimientos pueden conllevar a grandes pérdidas inadmisibles tanto para la empresa como para los obreros de las minas.

En consideración con lo planteado, el topógrafo de la mina, debe determinar no solamente el volumen de los trabajos mineros realizados, sino también, valorar los errores de su cálculo. Muchos de los factores que influyen en la diferencia de tonelaje que se obtiene entre el mineral que se extrae de los frentes de excavación y el que se alimenta a las plantas metalúrgicas, no han sido aclarado por los diferentes investigadores que han estudiado este fenómeno, por lo que el problema no llega a resolverse.

Como el volumen que se calcula en estos yacimientos se fundamenta en los resultados del levantamiento taquimétrico, se analizan aquí los errores que en él están presentes y su influencia en el cálculo de volumen, obtenidos algunos de ellos por las metodologías expuestas en los trabajos de (Chaiko, 1969 y VNIMI, 1971), las mismas han sido modificadas por el autor de este trabajo y adaptadas a los yacimientos lateríticos cubanos, y otros que han sido investigados por él.

## 2.2 Influencia de los errores de la posición de los puntos en la red de levantamiento

Teniendo en cuenta que los puntos topográficos no pueden conservarse permanentemente en la mina debido al avance de los frentes de explotación, el levantamiento taquimétrico al principio y final de cada mes se realiza desde diferentes posiciones de los puntos de la red de apoyo, hecho que provoca la obtención de grandes desviaciones en la determinación de los volúmenes influenciado por el error de la posición del punto en la red de levantamiento (Belete, 1997).

$$m'_c = \frac{m_c}{\sqrt{2}} \dots\dots\dots(2.1)$$

$$m_{vc} = \pm m'_c L.h \dots\dots\dots(2.2)$$

Se conoce que no todos los errores de posicionamiento de los puntos de la red de levantamiento influyen sobre la determinación del volumen, sino aquel que se encuentra perpendicular a los contornos de los bordes del escalón y que se representa por  $m'_c$  y se calcula según (Chaiko, 1971).

donde:

$m'_c$  - error de la posición del punto de la red de levantamiento.

$$M_{vc} = \pm \frac{m'_c}{d} \dots\dots\dots(2.3)$$

Considerando la fórmula precedente, la magnitud relativa del volumen del frente de excavación será:

donde L, d, h - longitud, ancho y altura del frente de excavación.

Es evidente que si aumenta el ancho del frente de excavación, disminuye el error del cálculo de volumen.

De la fórmula (2.3) se deduce que las exigencias para la exactitud en la determinación de los puntos de la red de levantamiento deben ser diferentes en dependencia del ancho del frente de excavación para cada mina.

$$M_{vc} = \pm \frac{m_c}{d\sqrt{k}} \dots\dots\dots(2.4)$$

Si el levantamiento del frente de excavación se hace desde varios puntos determinados independientemente, el error relativo en la determinación del volumen será (Chaiko, 1971):

donde k - cantidad de puntos en la red de levantamiento.

De esta manera, al aumentar la cantidad de puntos de la red de levantamiento, el error en la determinación del volumen disminuye en  $\sqrt{k}$  veces.

En fuentes bibliográficas analizadas se plantea que la influencia principal sobre el error de la determinación del volumen la ejercen los errores de la posición de los puntos de la red de levantamiento, por lo que el error del cálculo de volumen será solamente igual al del error de la posición del punto en la red de levantamiento, es decir:

$$M_v = m_{vc}$$

El autor de la tesis plantea, que debe considerarse el error por la linealización de las formas de los frentes de extracción ( $m_{vo}$ ), (Belete, 1997) por tanto:

$$M_v = \pm \sqrt{m_{vc}^2 + m_{vo}^2} \dots\dots\dots(2.5)$$

Aplicando el principio de las influencias semejantes y sustituyendo a  $m = mv_c = mv_0$ , se obtiene que  $M_v = \pm m\sqrt{2}$ .

El error medio en la determinación del volumen en (2.2) no debe superar el 2,5 %, entonces:

$$m = \pm \frac{2,5}{\sqrt{2}} = \frac{2,5}{1,41} = \pm 1,8\% \dots \dots \dots (2.6)$$

Al utilizar en (2.3) la tolerancia obtenida con anterioridad, se logran los errores medios de la posición de los puntos de la red de levantamiento para los frentes de excavación de diferente ancho (ver tabla 2.1), considerando la variabilidad de la forma de los frentes de explotación.

Así para los frentes de 67.7 m de ancho:

$$m_c = \pm 0.018 * 67.7 = 1.22 \text{ m};$$

Para los frentes de 58.6 m de ancho:

$$m_c = \pm 0.018 * 58.6 = 1.05 \text{ m}$$

Tabla 2.1 Determinación de los errores medios de la posición de los puntos en la red de levantamiento

Yacimiento	$m_c$ , (m)	L, (m)	d, (m)	H, (m)	$M_v$ , ( $m^3$ )	$M_{vc}$ (%)
Punta Gorda	0.86	80	67.7	9.35	643.28	1.87
Moa	0.74	80	58.6	15.28	904.57	2.00

Los valores de  $m'_c$  se calcularon por (2.1), y los de  $m_v$  y  $M_{vc}$  por (2.2) y (2.3) respectivamente.

La precisión en la determinación de los puntos de la red de levantamiento está condicionada por la precisión necesaria en la determinación de los volúmenes de extracción de la masa minera y el ancho de los frentes que se emplean en la mina.

La determinación de los puntos de la red de levantamiento se recomienda realizar con distanciómetro electro-óptico, empleando los métodos de microtriangulación, intersecciones, poligonales con teodolito, estaciones totales, GPS, cumpliendo las exigencias de las instrucciones técnicas. (Instrucciones técnicas, 1983).

Estos errores topográficos disminuyen con la existencia de una adecuada red de puntos de apoyo en las minas y con el aumento del ancho del frente.

En el caso que la longitud del frente tenga una magnitud de 33.0 m, el error de la posición del punto de la red de levantamiento  $m_c = 0.018 * 33.0 = 0.59$  m. Por tanto, el error del cálculo de volumen para las minas se calcula según (2.3), (Belete, 1997):

Che Guevara :

$$M_{vc} = 0.59/67.7 = 0.87\%$$

Moa:

$$M_{vc} = 0.59/58.6 = 1.00\%.$$

### 2.3 Influencia de los errores de determinación de los contornos de los bordes superior e inferior de los escalones

La realización del levantamiento taquimétrico de los bordes superior e inferior de los contornos de los frentes de extracción siempre se lleva a cabo desde una superficie irregular y en ocasiones con derrumbes, por ello los puntos taquimétricos se sitúan generalmente entre 20 y 40 m aproximadamente, lo que conlleva la irregularidad de los contornos de los bordes y por consiguiente errores de las áreas de las secciones (Belete, 1995).

Es evidente que la magnitud de los errores del cálculo de las áreas entre los bordes de los contornos linealizado y real de la mina, depende ante todo de la distancia entre puntos del yacimiento y de la irregularidad de los contornos de los bordes tanto superior como inferior.

Para poder determinar los errores producidos por la irregularidad de los contornos de los bordes, en la Fig. 2.1, a manera de ejemplo se muestra un sector del borde determinado para los puntos 1, 2 y 3, donde los intervalos entre ellos se seleccionaron a una equidistancia (a) de 20 m y se determinaron las longitudes de las ordenadas (b) en el plano entre los bordes superior e inferior en el cual tomaron los siguientes valores:  $b_1=8$  m,  $b_2=14$  m,  $b_3=10$  m; a distancia entre puntos. El área real del sector limitado por el contorno del borde y la recta AB será igual a:

$$S_{A123B} = \frac{a(b_1 + 2b_2 + b_3)}{2} = \frac{20(8 + 28 + 10)}{2} = 20 * 23 = 460 m^2 \dots\dots\dots(2.7)$$

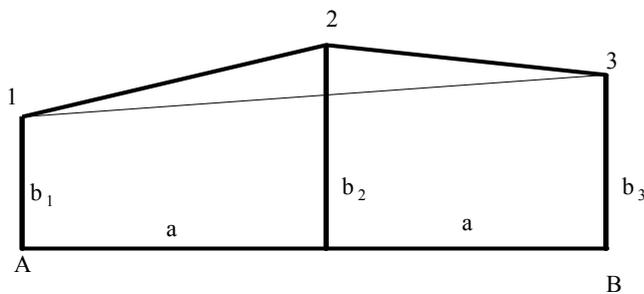


Fig.2.1 Representación de un contorno limitado por tres puntos.

Si el contorno real 1- 2- 3 se sustituye por el contorno 1-3 entonces el área de la figura A13B será la siguiente:

$$S_{A13B} = \frac{2a(b_1 + b_3)}{2} = \frac{40(8 + 10)}{2} = 40 * 9 = 360 m^2 \dots\dots\dots(2.8)$$

$$\Delta_{S1} = \frac{b_1 + b_3 - 2b_2 * 2a}{4} = \frac{8 + 10 - 28}{4} * 40 = 100 m^2 \dots\dots\dots(2.9)$$

La diferencia entre los valores de las fórmulas (2.7) y (2.8) será  $\Delta S$ , y se denomina irregularidad del contorno y es igual a:

$$\frac{\Delta s}{2a} = \frac{(b_1 + b_3 - 2b_2)}{4} = \frac{100}{40} = 2.5m^2 \dots\dots\dots(2.10)$$

Al dividir el valor  $\Delta S_1$  entre la longitud del sector AB, es decir entre 2a:

De donde se obtiene el error por la irregularidad (linealización) del contorno.

Para poder operar con los errores de la irregularidad de los contornos de los bordes al igual que con los errores casuales es necesario conocer si existe una ley de distribución normal.

Utilizando software especializados de estadística matemática se analizaron varios contornos, las segundas diferencias de las ordenadas se distribuyen normalmente, se construyeron los histogramas de frecuencia.

El histograma que se presenta (Fig. 2.2) muestra que en el contorno del borde superior del sector experimental número dos de la Mina Moa, las segundas diferencias pueden considerarse distribuidas normalmente

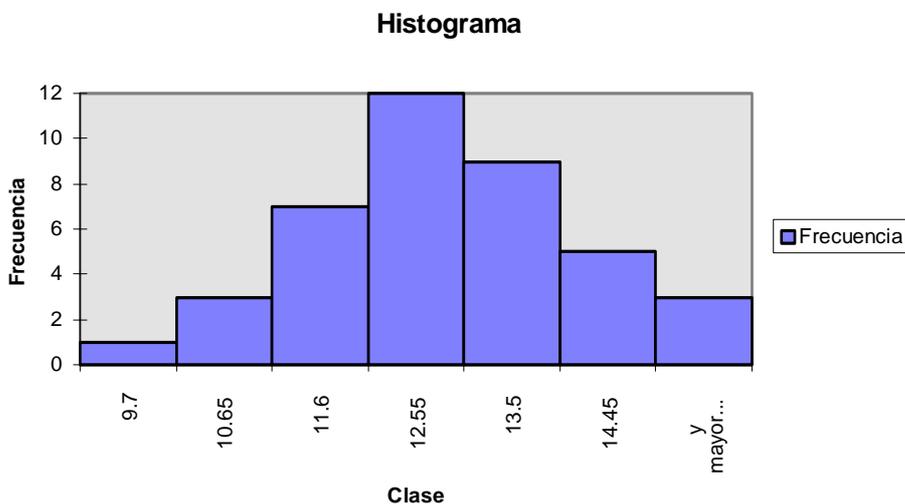


Fig.2.2 Histograma de distribución de las segundas diferencias de las ordenadas

Conociendo que en estos yacimientos los contornos son bastante irregulares, analizamos por primera vez el área limitada por "n" puntos (Fig.2.3), el cálculo se realiza por la siguiente fórmula (Chaiko, 1971):

$$s = a \left( \frac{b_1}{2} + b_2 + b_3 + \dots + b_n + \frac{b_{n+1}}{n} \right) \dots\dots\dots(2.11)$$

como  $l = a * n$  y  $b_{media} = \sum b/n$   
Entonces  $S = l * b_{media}$ .

Donde:

l- longitud del sector levantado;

a- distancia entre puntos.

El error de determinación del área en función de los errores producidos por la irregularidad del contorno se determinó por la siguiente expresión:

$$m_s = l * m_{b_{media}} \dots \dots \dots (2.12)$$

De la expresión (2.12) se evidencia que el error del área es proporcional al error de la ordenada media ( $m_{b_{media}}$ ) el cual depende de la magnitud del intervalo (a) y del carácter del contorno del borde (Fig. 2.3)

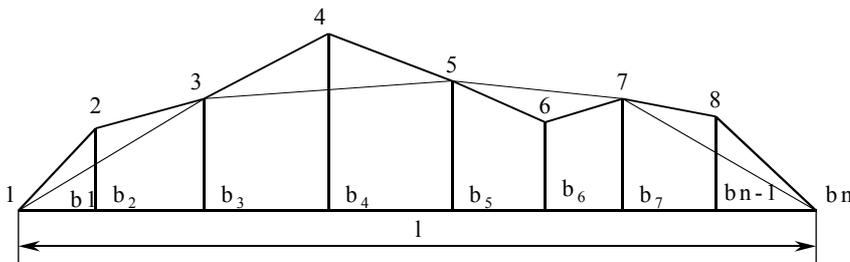


Fig. 2.3 Representación de un contorno limitado por varios puntos

Al variar la magnitud del intervalo se pueden obtener diferentes magnitudes de  $m_{b_{media}}$ .

La determinación del error de  $m_{b_{media}}$  se puede realizar mediante la comparación de las ordenadas medias obtenidas por el número limitado de puntos para los distintos intervalos de distancia y las ordenadas más probables ( $b_{probable}$ ) obtenidas por el levantamiento más detallado (a intervalo de 5 m) de los contornos de los bordes (tablas 2.3 y 2.4) y se puede calcular por la siguiente expresión:

$$m_{b_{media}} = \pm \sqrt{\frac{[ \delta * \delta ]}{n}} \dots \dots \dots (2.13)$$

Donde:

$$\delta = b_{media} - b_{prob.}$$

n- cantidad de diferencias de las ordenadas medias y las ordenadas más probables.

El levantamiento de los contornos se realizó en un plano a escala 1:250 divididos en sectores experimentales de longitud de 40 m. El valor más probable de las ordenadas se obtuvo a intervalo de 5 m.

Los valores de  $b_{media}$  para determinar el error del área por la irregularidad de los contornos de los bordes se determinaron para los distintos intervalos de 10, 20 y 40 m por las siguientes fórmulas (Chaiko, 1971):

para intervalo de 10 m

$$b_{media} = \frac{(b_1 + 2b_2 + 2b_5 + 2b_7 + b_9)}{8} \dots \dots \dots (2.14)$$

para intervalo de 20 m

$$b_{media} = \frac{(b_1 + 2b_5 + b_9)}{4} \dots \dots \dots (2.15)$$

para intervalo de 40 m

$$b_{media} = \frac{(b_1 + b_2)}{2} \dots\dots\dots(2.16)$$

El error del área ( $m_s$ ) para el sector elemental con longitud ( $l$ ) considerando los errores de los contornos de los bordes superior e inferior es igual a:

$$m_{s_a} = \pm m_{b_{media}} * l * \sqrt{2} \dots\dots\dots(2.17)$$

y para el frente de excavación con longitud  $L = l * n$

$$m_{s_a} = \pm m_{b_{media}} \sqrt{2Ll} \dots\dots\dots(2.18)$$

$$m_{s_a} = \frac{m_{b_{media}} \sqrt{2l}}{a} * a \sqrt{L} \dots\dots\dots(2.19)$$

Al multiplicar y dividir la parte derecha de la expresión (2.18) por (a) se obtiene que:  
Suponiendo que:

$$K = \frac{m_{b_{media}} \sqrt{2L}}{a}$$

$$m_{s_a} = K * a \sqrt{L} \dots\dots\dots(2.20)$$

Donde:

K – coeficiente de irregularidad de los contornos de los bordes de los escalones.

De esta manera se puede afirmar que el error del área de la sección horizontal determinado por el levantamiento taquimétrico depende del intervalo (a) entre puntos, de la longitud del frente de excavación (L) y del coeficiente K.

El coeficiente K depende de  $m_{b_{media}}$  (error de la ordenada media) que es determinado por el carácter de los contornos y de la magnitud (a): Cuanto más complejos sean los contornos, mayores valores de  $m_{b_{media}}$  se obtendrán, y por tanto mayor será también el coeficiente K (tabla 2.3).

El error del volumen se determinó (Chaiko, 1971) para rocas blandas) por la siguiente ecuación:

$$m_{v_s} = \frac{(0.11 * a^{1.1} * h \sqrt{L})}{\sqrt{2}} \dots\dots\dots(2.21)$$

Donde:

intervalo entre puntos;

L- longitud del frente de excavación.

El error relativo de determinación del volumen se determinó por la siguiente relación (Chaiko, 1971):

$$M_{v_s} = \frac{(0.11 * a^{1.1})}{d \sqrt{2L}} * 100 \dots\dots\dots(2.22)$$

Donde:

d- ancho del talud.

En la tabla 2.2 se pueden apreciar los resultados de la determinación del coeficiente de irregularidad (K) de los contornos superior e inferior de los escalones para diferentes distancias entre puntos (a). Como se observa, los contornos del Yacimiento Moa son más complejos que los de Punta Gorda según el coeficiente de irregularidad (K) obtenido.

Tabla 2.2 Cálculo del coeficiente de irregularidad (K)

Yacimiento	Sector	Errores de $m_{bmedia}$			Coefic. de irregularidad , K		
		a=10	a=20	a=40	a=10	a=20	a=40
Punta Gorda	11	0.50	0.86	1.53	0.63	0.54	0.48
Moa	14	0.71	0.80	1.70	0.89	0.50	0.53

En la tabla 2.3 se presentan los errores relativos de determinación del volumen sin considerar el coeficiente de irregularidad de los contornos (K).

Estos errores fueron calculados por las fórmulas (2.21) y (2.22) para rocas blandas con coeficiente de fortaleza  $f=2$  (según Protodiákonov).

Tabla 2.3 Error relativo de determinación del volumen sin considerar el coeficiente K

Yacimiento	Sector	$M_{sa}$ (m <sup>2</sup> )			Error relativo de determinación del volumen					
		10	20	40	m <sup>3</sup>			%		
					10	20	40	10	20	40
Punta Gorda	11	56	96.5	172	116	249	532	0.49	1.04	2.25
Moa	14	80	89.4	189.5	189	406	870	0.48	1.03	2.20

Se han introducido nuevas fórmulas (2.23), (2.24) y (2.25) creadas por el autor durante la ejecución de este trabajo, que consideran el coeficiente de irregularidad de los contornos en el cálculo de volumen. Los resultados obtenidos se aproximan con mayor exactitud al valor real.

Proponemos realizar el cálculo del error del volumen considerando la irregularidad del contorno K por las siguientes fórmulas:

$$m_{vs} = \frac{K * a * h * \sqrt{L}}{\sqrt{2}}, m^3 \dots\dots\dots(2.23)$$

el resultado se comprueba a través de la siguiente fórmula:

$$m_{vs} = \frac{m_s * h}{\sqrt{2}}, m^3 \dots\dots\dots(2.24)$$

En ambas fórmulas se obtuvieron resultados idénticos.

En unidades relativas:

$$M_{vs} = \frac{K * a}{d * \sqrt{L}} * 100, \% \dots\dots\dots(2.25)$$

Tabla 2.4 Error relativo de determinación del volumen considerando el coeficiente K

Yacimiento	Sector	m <sub>sa</sub> (m <sup>2</sup> )			Error relativo de determinación del volumen					
		10	20	40	m <sup>3</sup>			%		
					10	20	40	10	20	40
Punta Gorda	11	56	96.5	172	371	637	1141	1.17	2.30	4.67
Moa	14	80	89.4	189.5	867	969	2053	1.35	2.70	5.40

Estos errores disminuyen con la reducción de la distancia entre los puntos de detalle (a) y de la ubicación correcta de la parte quebrada donde hace cambio de dirección el contorno del borde.

Si tomamos una distancia (a) de 10 y 20 m, el error disminuye hasta 1.17-1.35%.

#### 2.4 Influencia de la irregularidad de los perfiles de los taludes

Las configuraciones regulares del perfil del escalón son limitadas por la porción del contorno en los bordes superior e inferior, suficiente para la representación gráfica en la proyección en el plano horizontal y vertical, con la cual se determina el volumen de la masa minera extraída. Sin embargo, en diferentes métodos de extracción y estabilidad de la rocas en el macizo, los ángulos y perfiles de los taludes de los escalones son distintos e inclusive, más complejos, diferenciando así el cálculo de volumen.

En la actualidad, los bordes de los taludes de los escalones se determinan en dos posiciones, borde superior y borde inferior, con cuyas representaciones gráficas se calculan los volúmenes.

Considerando lo antes expresado, es necesario determinar un tercer punto en el escalón para poder configurar bien el talud.

Si se calcula el volumen con relación a los puntos AC (volumen 1) y ABC (volumen 2), (ver Fig. 2.4), se obtiene una diferencia de volumen ocasionada por la configuración del talud del escalón y ocurre el denominado error por la configuración del talud, que ejerce gran influencia en el cálculo de volumen (Belete, 1997).

Se sabe que la forma de los frentes de excavación se determina no solamente por los contornos de los bordes, sino también por la superficie de los escalones, sin embargo, durante la realización del levantamiento taquimétrico del talud de los escalones estas superficies no se levantan a causa de su inaccesibilidad para el portamira, como resultado de lo cual, en los planos de las secciones verticales transversales éstos taludes se representan en forma de líneas continuas que unen los bordes superior e inferior (Fig. 2.4).

En la explotación de rocas relativamente blandas con la utilización de excavadoras, el movimiento de la cuchara durante el arranque de la roca se realiza de abajo hacia arriba en tres ciclos: arranque, arranque- izaje e izaje (Fig. 2.4). Como resultado de la trayectoria de la cuchara el perfil del talud va a tener forma cóncava aproximándose a una parábola.

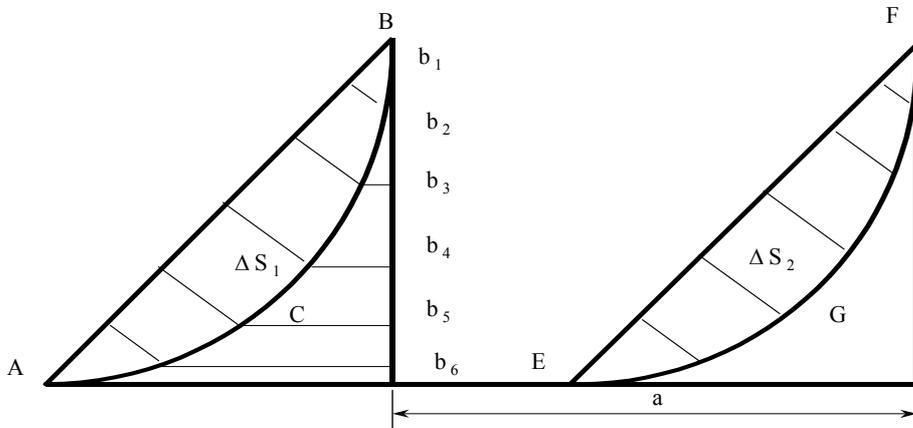


Fig.2.4 Configuración de los perfiles del talud.

Con relación a la Fig. 2.4 donde ABC y EGF representan el perfil real del talud y AB y EF, el linealizado, se tiene que:

$$S_R = S_g - \Delta S_1 + \Delta S_2 \dots \dots \dots (2.26)$$

Donde:

- $S_R$  y  $S_g$  - áreas de la sección transversal del perfil real y linealizado;
- $\Delta S_1$  y  $\Delta S_2$  - áreas entre los perfiles real y generalizado de los taludes;
- 1 y 2 - posición inicial y sucesiva del talud.

De la expresión (2.26) se deduce que:

$$S_g - S_R = \Delta S_1 - \Delta S_2 \dots \dots \dots (2.27)$$

Si,  $S_g - S_R = \Delta$ ; entonces  $\Delta S_1 - \Delta S_2 = \Delta$

En este caso  $\Delta$  representa la diferencia entre las áreas de las secciones de los perfiles linealizado y real de los taludes y depende de la magnitud de las áreas  $\Delta S_1$  y  $\Delta S_2$ .

Si  $\Delta S_1 = \Delta S_2$ , entonces  $\Delta = 0$  y por consiguiente, la posición de los puntos C y G no ejerce influencia en el volumen del frente de excavación. Como demuestra la investigación realizada, en la mayoría de los casos  $\Delta S_1$  y  $\Delta S_2$  no son iguales y tienen diferencias considerables.

Los trabajos experimentales para determinar los valores de  $\Delta S_1$ ,  $\Delta S_2$  y  $\Delta$ , se realizaron en distintas minas de la Unión de Empresas del Níquel, con diferentes condiciones minero-geológicas en sectores experimentales de 80 m de longitud a ambos lados del frente de excavación, a intervalos de 5 metros.

En los planos, a intervalos de 5 m se trazaron secciones transversales para medir las ordenadas  $b_1, b_2, b_3 \dots \dots \dots b_{n-1}$  (Fig. 2.4).

Para cada sección se calcularon las áreas de las figuras ABCA y EFGE y luego los valores de:

$$\Delta S_1 = S_{abcd} - S_{acd} \dots \dots \dots (2.28)$$

$$S_{abcd} = \frac{b_1}{2} * h_1 + \frac{b_1+b_2}{2} * h_2 + \dots + b_{n-1} + \frac{b_2}{2} * h_{n-1}$$

$$S_{acd} = \frac{b_n}{2} * h$$

Análogamente se determinó  $\Delta S_2$  para la siguiente posición del talud.

En cada sector experimental se determinaron las áreas  $\Delta S_1$ ,  $\Delta S_2$ ,  $\Delta$  y las medias aritméticas

$\Delta S_1$  media,  $\Delta S_2$  media y  $\Delta$  media.

$$\Delta_{media} = \frac{[\Delta_i]}{n} \dots \dots \dots (2.29)$$

La magnitud  $\Delta_{media}$  se puede analizar como las diferencias entre las áreas de la sección transversal vertical del frente de excavación, obtenidas en los taludes linealizado y real respectivamente.

La dispersión de los valores de  $\Delta_i$  con respecto a  $\Delta_{media}$ , se determinó como la desviación medio cuadrática.

$$M\Delta = \pm \frac{\sqrt{[(\Delta_i - \Delta_{media})^2]}}{n - 1} \dots \dots \dots (2.30)$$

Donde:

n - cantidad de secciones al determinar  $\Delta_{media}$ , donde el error del valor medio de la diferencia  $\Delta_{media}$  es  $\Delta M_{media} = \Delta M/n$

Todos estos resultados aparecen en la tabla 2.5 donde se observa que el valor medio de  $\Delta S_1$  y  $\Delta S_2$  tienen diferentes magnitudes.

La diferencia de los volúmenes del frente de excavación determinado en los taludes linealizado y real respectivamente, es (Chaiko, 1971):

$$V = \dots \dots \dots = \dots \dots \dots V_g \dots \dots \dots - \dots \dots \dots V_R \dots \dots \dots (2.32)$$

Donde:

$V_g$  - volumen linealizado del talud

$V_R$  - volumen real del talud

$$\text{Como: } V = \left[ \frac{(S_1 + S_n)}{2} + S_2 + S_3 + \dots + S_{n-1} \right] * a$$

$$\text{entonces: } \Delta_v = \left( \frac{\Delta_1 + \Delta_n}{2} + \Delta_2 + \Delta_3 + \dots + \Delta_{n-1} \right) * a$$

Supongamos, que,  $\frac{\Delta_1 + \Delta_n}{2} = \Delta_1$ , entonces,

$$\Delta_v = a * (\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \dots + \Delta_{n-1}) \dots \dots \dots (2.32)$$

Al dividir y multiplicar a (2.32) por n-1, se obtiene que

$$\Delta_v = a * n - l \frac{(\Sigma \Delta)}{n - 1}$$

Donde:

$$\Sigma \Delta = \Delta_{media}$$

a(n-1)=L -longitud del frente de excavación.

Donde:

$$m_{vo} = \Delta_v = \Delta_{media} * L$$

El error relativo de determinación del volumen del frente de excavación se determinó por la siguiente relación:

$$M_{V_o} = \frac{\Delta_{media}}{S} \dots\dots\dots( 2.33 )$$

Donde:

S- área media de la sección transversal del frente de excavación.

Tabla 2.5 Determinación de los errores por la irregularidad de los perfiles de los taludes

Yacimientos	Frentes	$\Delta S_1$ ; m <sup>2</sup>	$\Delta S_2$ ; m <sup>2</sup>	$\Delta_{media}$	$\Delta V$ ; m <sup>3</sup>	$M_{vo}$ %
Punta Gorda	1	9.54	11.56	-2.02	323.2	2.36
	2	7.63	11.44	-3.31	609.6	3.56
	3	5.69	9.56	-3.87	619.2	3.64
Moa	1	9.24	14.96	-5.72	192.0	4.07
	2	8.5	11.00	-3.52	563.2	0.06
	3	7.48	8.31	0.120	915.3	10.6

De la tabla 2.5 se observa que los errores del volumen por la influencia de la configuración del talud son causados por la variabilidad de la forma de la superficie del talud y no por distancia entre los puntos.

En investigaciones realizadas en las Minas de Cobre, Hierro, Manganeso y otros, en la antigua URSS, Checoslovaquia, Alemania, Afganistán, no se hace un análisis de la influencia de este tipo de error, por la forma casi recta que deja el perfil del talud y su poca influencia en el cálculo de volumen (<1%) , pero en estos yacimientos, donde el perfil del talud forma una concavidad pronunciada (Fig.2.4) el autor propone se consideren todos los errores obtenidos (>3%).

Se realizó un análisis con el objetivo de obtener una ecuación para representar el perfil del talud del escalón. Fueron ubicados varios puntos en la curva que forma el perfil (Fig.2.4), pero sucede que la ecuación obtenida del tipo  $Y=ax^2$  no puede ser considerada porque, en primer lugar, todos los perfiles son diferentes debido a las condiciones minero-geológicas y a la tecnología de extracción. Se debe destacar que todas estas curvas fueron bien ajustadas por el método de los mínimos cuadrados.

Este problema puede ser resuelto con la introducción de una técnica nueva, el Distanciómetro Electrónico sin el uso de Reflectores (Dior, Wild, y el Rec Elta de la Karl Zeiss ). La utilización de esta técnica permite al minero obtener una información del paramento más objetiva, lo que es muy importante para los sectores de difícil acceso para el hombre, por las condiciones de seguridad (irregularidad de los fondos minados, taludes y contornos producidos por la tecnología de extracción).

La aplicación de este equipo electrónico en la minería contribuye a la elevación de la precisión de los resultados. Este equipo permite crear en las minas, la red de puntos de la base de levantamiento topográfica. La determinación de las coordenadas de los puntos de esas redes con la exactitud necesaria es posible solamente con una fuerte elaboración matemática de las mediciones y la utilización de los esquemas de construcción que garantizan la elevación de la precisión de la red.

Los puntos de detalle se miden sin necesidad de poner miras, por lo que se puede utilizar no solamente para determinar los contornos de los bordes de los escalones, sino también para determinar la concavidad que forma el talud ( Belete, Legrá, 1991).

El nuevo taquímetro universal del tipo Rec Elta RL<sup>R</sup> ofrece métodos de medición sumamente económicos, debido al módulo rápido de medición de impulsos que permite la medición de distancias sin reflector.

Estos distanciómetros ( DIOR) permiten medir una distancia máxima de 2000 m con un error medio cuadrático en la medición de la distancia de 1 cm en todo su diapasón, y en la medición de la dirección 3<sup>cc</sup>.

## 2.5 Influencia de los errores de la posición del punto en el levantamiento taquimétrico

Los errores de la posición de los puntos durante el levantamiento taquimétrico surgen a causa de los errores de la medición de los ángulos y distancias (Belete, Legrá, 1991).

La magnitud de estos errores fue investigada por diferentes autores (Chaiko, 1969) y es de ± (0.30 - 0.40) m.

Estos datos fueron obtenidos por una investigación realizada por VNIMI (Centro de Investigación de Topografía, Rusia). El error medio de la posición del punto en la dirección del contorno del borde se obtuvo para longitudes de rayos visuales de 20 - 240 m y fue de ± 0.30 m.

El error del área de la sección horizontal del frente de excavación a causa de los errores de la posición de los puntos del levantamiento es:

$$m_{s_i} = \pm m_T * \sqrt{2ah} \dots \dots \dots (2.34)$$

Donde:

m<sub>T</sub> - error de la posición del punto en la dirección al contorno del borde;

h - altura media.

El error del volumen del frente teniendo en cuenta las secciones horizontales en los bordes superior e inferior es igual a:

$$m_{vT} = \pm m_T * h * \sqrt{aL} \dots \dots \dots (2.35)$$

y en unidades relativas:

$$M_{vT} = \pm \frac{m_T * \sqrt{a}}{d\sqrt{L}} \dots \dots \dots (2.36)$$

El error del volumen del frente a causa de los errores de la posición de los puntos en la altura es:

$$m_v h = \pm \frac{(m_H)}{\sqrt{n}} * S \dots \dots \dots (2.37)$$

en unidades relativas:

$$m_v h = \pm \frac{(m_H)}{h\sqrt{n}} \dots \dots \dots (2.38)$$

Donde:

$m_H$  - error de la posición del punto en el plano vertical. Esta magnitud ya fue investigada por otros autores (Chaiko, 1971) y fue de  $\pm 0.1$  m;

$n$  - número de puntos para la determinación de la altura media de un borde.

El error relativo total de determinación del volumen a causa de los errores de la posición de los puntos es igual a:

$$M_{vT,h} = \pm \sqrt{\frac{m_T^2 * a}{d^2 * L} + \frac{m_H^2}{n * h^2}} \dots \dots \dots (2.39)$$

En la fórmula (2.39) se ve que el error de determinación del volumen del frente depende no solamente de la magnitud  $m_T$  y  $m_H$ , sino de la distancia entre puntos, longitud y ancho del frente.

En la tabla 2.6 se muestran los errores medios de determinación del volumen a causa de los errores de la posición de los puntos para diferentes minas a intervalo de 10, 20 y 40 m.

Tabla 2.6 Errores medios de determinación del volumen causados por los errores de la posición de los puntos a intervalos de 10, 20 y 40 metros para diferentes yacimientos

Yacimientos	Parámetros	a=10	a=20	a=40
Punta Gorda	$m_{sT}, m^2$	4.1	5.8	8.2
	$m_{vT}, m^3$	79.33	112.2	158.67
	$M_{vT}, \%$	0.16	0.22	0.37
	$m_{vh}, m^3$	127.73	171.39	221.06
	$M_{vh}, \%$	0.25	0.34	0.44
	$M_{vTh}, \%$	1.10	1.16	1.25
Moa	$m_{sT}, m^2$	5.24	7.41	10.49
	$m_{vT}, m^3$	129.65	163.6	259.3
	$M_{vT}, \%$	0.18	0.26	0.36
	$m_{uh}, m^3$	110.37	148.35	191.34
	$M_{vh}, \%$	0.15	0.21	0.27
	$M_{vTh}, \%$	0.73	0.80	0.92

Estos errores disminuyen su valor con la utilización de instrumentos topográficos de medición de mayor precisión y también con la ubicación de los puntos del relieve a una menor distancia.

## 2.6 Influencia de los errores de ubicación de los puntos en el plano

La determinación de los volúmenes de extracción de masa minera se realiza a base de la documentación gráfica obtenida de los materiales del levantamiento topográfico (Belete, 1995).

Sin embargo la representación de los puntos en el plano se puede determinar por la siguiente fórmula:

$$m_{Hi} = \pm \sqrt{(m_{H\beta_i} \cos \alpha_i)^2 + (m_{Hi} \sin \alpha_i)^2} \dots\dots\dots (2.40)$$

Donde:

$m_{H\beta_i}$  y  $m_{Hi}$  - errores de la determinación del punto a causa de los errores de construcción del ángulo y de la distancia acumulada;

$\alpha_i$  - ángulo formado entre el rayo visual y la dirección del borde, grados

$$m_{H\beta_i} = \pm m_{\beta_i} * \frac{l_i}{\rho} \dots\dots\dots (2.41)$$

La magnitud  $m_{H\beta_i}$  depende de la exactitud del transportador utilizado y de la distancia  $l_i$  del instrumento hasta el punto y es de:

$$m_{H\beta_i} = \pm 0.003 l_i \dots\dots\dots (2.42)$$

El error medio  $m_{\beta}$  en base al estudio de los trabajos publicados e investigados (Chaiko, 1969) es de  $\pm 10$  minutos, de aquí:

El error medio de la distancia acumulada  $m_{Hi}$  es igual a  $\pm 0.25$  mm, o sea:

$$m_{Hi} = \pm 0.00025M \dots \dots \dots (2.43)$$

Donde:

M - denominador de la escala del plano.

Los errores del ploteo de los puntos fueron calculados para diferentes minas a escala 1:250 situando el taquímetro del borde a las distancias de 10, 20, 30, 40 y 130 m.

Tabla 2.7 Errores de ubicación de los puntos en el plano para el Yacimiento Punta Gorda

	$\alpha$	$l_i$	$m_{H\beta i}$	$m_{Hi}$	$(m_{H\beta i} \cos \alpha)^2$	$(m_{H\beta i} \operatorname{sen} \alpha)^2$	$m_{Hi}$
1	119.30	10	0.03	0.062	0.0002	0.003	0.06
2	135.52	20	0.06	0.062	0.002	0.0009	0.06
3	151.30	30	0.09	0.062	0.006	0.0009	0.08
4	174.10	40	0.12	0.062	0.010	0.006	0.13
5	198.20	50	0.15	0.062	0.020	0.02	0.20
6	212.15	60	0.18	0.062	0.020	0.001	0.14
7	222.15	70	0.21	0.062	0.020	0.002	0.11
8	241.12	80	0.24	0.062	0.010	0.003	0.11
9	256.50	90	0.27	0.062	0.004	0.004	0.09
10	272.59	100	0.30	0.062	0.0002	0.003	0.06
11	281.30	110	0.33	0.062	0.004	0.004	0.09
12	298.10	120	0.36	0.062	0.03	0.003	0.18
13	312.12	130	0.39	0.062	0.007	0.002	0.09
Suma							1.40

$$m_H = \sqrt{\frac{\sum m_{Hi}}{n}} = \sqrt{\frac{1.40}{13}} = \pm 0.33$$

Tabla 2.8 Errores de determinación del volumen en el Yacimiento Punta Gorda

Error de determinación	a=10	a=20	a=40
$m_{vH}$ , $m^3$	29.83	42.19	59.63
$M_{vH}$ , %	0.15	0.21	0.29

Tabla 2.9 Errores de ubicación de los puntos en el plano para las condiciones del Yacimiento Moa

Nº	$\alpha$	$l_i$	$m_{H\beta i}$	$m_{Hi}$	$(m_{H\beta i} \cos \alpha)^2$	$(m_{H\beta i} \operatorname{sen} \alpha)^2$	$m_{Hi}$
1	140.15	10	0.03	0.06	0.0005	0.002	0.05
2	152.12	20	0.06	0.06	0.003	0.0008	0.06
3	168.20	30	0.09	0.06	0.008	0.0002	0.28
4	176.35	40	0.12	0.06	0.01	0.0001	0.10
5	184.40	50	0.15	0.06	0.02	0.00004	0.14
6	198.43	60	0.18	0.06	0.03	0.0004	0.17
7	220.18	70	0.21	0.06	0.02	0.002	0.15
8	236.15	80	0.24	0.06	0.02	0.003	0.15
9	254.30	90	0.27	0.06	0.005	0.004	0.09
10	271.42	100	0.30	0.06	0.00008	0.004	0.06
11	298.50	110	0.33	0.06	0.020	0.005	0.16
12	50.30	120	0.36	0.06	0.005	0.002	0.23
13	75.42	130	0.39	0.06	0.009	0.004	0.11
suma							1.75

$$mH = \sqrt{\frac{1.75}{13}} = \pm 0.374$$

Tabla 2.10 Errores de determinación del volumen en el Yacimiento Moa

Error de determinación	a=10	a=20	a=40
$m_{vH}, m^3$	69.88	98.83	139.77
$M_{vH}, \%$	0.16	0.22	0.32

$$m_{v_i} = \pm m_{H_i} * a * h \dots \dots \dots (2.44)$$

El error del volumen del sector elemental entre los puntos adyacentes, para las secciones superior e inferior será:

El error de todo el volumen del frente es:

$$m_v H = \pm \sqrt{m^2 H_1 * a^2 h^2 + m^2 H_2 * a^2 h^2 + \dots + m^2 H_n * a^2 h^2}$$

$$= \pm \sqrt{a^2 h^2 (m^2 H_1 + m^2 H_2 + \dots + m^2 H_n)} \dots \dots \dots (2.45)$$

$$m_v H = \pm \frac{m_H}{\sqrt{n}} * L * h \dots \dots \dots (2.46)$$

Si se multiplica y se divide la expresión (2.45) por  $h^2$  tenemos que:

Donde:

$m_H$ - error medio cuadrático de la ubicación de los puntos en el plano.

$$m_H = \pm \sqrt{\frac{m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_n^2}{n}} \dots \dots \dots (2.47)$$

La expresión  $m_H/\sqrt{n}$  representa el error medio de la posición del contorno levantado del borde con longitud  $L_i$  producto a la ubicación de los puntos en el plano.

Al sustituir en la fórmula (2.46)  $h = L/a$ , se obtiene la expresión del error del volumen del frente:

$$m_{vH} = \pm m_H * h\sqrt{a * h} \dots \dots \dots (2.48)$$

$$M_{vH} = \pm \frac{m_H \sqrt{a}}{\sqrt{L * d}} \dots \dots \dots (2.49)$$

Se analiza como varía la relación  $m_H/\sqrt{n}$  al variar L. Para los planos a escala 1:250 el error medio cuadrático comenzando con  $L = 80$  m aumenta, pero como  $\sqrt{L}$  también aumenta, entonces la relación prácticamente no varía. Por eso al tomar el valor medio  $m_H/\sqrt{L} = 0.037$  y 0.041, la fórmula (2.49) se puede escribir:

$$M_{vH} = \pm 0.02 * \frac{\sqrt{a}}{d} * 100, \% \dots \dots \dots (2.50)$$

La fórmula (2.50) se obtuvo para los planos a escala 1:250 teniendo en cuenta que el error relativo de determinación del volumen del frente provocado por los errores de ubicación de los puntos en el plano no depende de la longitud del frente, de la distancia entre puntos y del ancho del frente.

El análisis de los errores de ubicación de los puntos en el plano muestra que a pesar de las magnitudes considerables, su influencia en la exactitud de determinación del volumen no es sustancial en comparación con otras fuentes de errores, por lo que no se pretende cambiar la metodología de ploteo de los puntos en el plano.

Estos errores se atenúan al dibujar el plano en la computadora, permitiendo eliminar el semicírculo y la regla. En este caso, los valores de los errores se minimizan.

## 2.7 Influencia de los errores de medición de áreas

En la determinación de los volúmenes de masa minera extraída, las áreas se calculan por el Método del Planímetro el cual posee una gran sencillez y alta productividad.

El error mayor que se puede cometer con el planímetro es el que se produce cuando el operador no sigue con exactitud el perímetro de la figura con el punzón trazador, independientemente del cuidado y destreza del operador, cuanto más pequeña sea la superficie que se mide, mayor será el error relativo de la medición (Belete, 1988).

Por esta razón es conveniente que la figura se dibuje a escala apropiada a la precisión con que se quiere medir el área, ordinariamente las mediciones de pequeñas superficies con planímetro tienen una precisión de 1% y tratándose de superficies de mayor tamaño, la precisión puede ser de 0.1, ó 0.2%, (Instrucciones técnicas, 1983).

En general una superficie medida directamente por la diferencia entre lectura inicial y final de un planímetro, puede expresarse por tres cifras significativas. Las áreas deben medirse con una aproximación de  $0.01 \text{ cm}^2$  (Peregudov, 1980).

Además de la determinación de áreas pequeñas, hay que acortar la magnitud del brazo trazador hasta 6-10cm.

La diferencia de las lecturas que se le determinan al área de un mismo sector, no puede superar las siguientes magnitudes:

Hasta dos divisiones en áreas hasta  $50 \text{ cm}^2$ ;

Tres divisiones en áreas hasta  $50-200 \text{ cm}^2$ ;

Cuatro divisiones en áreas mayores de  $200 \text{ cm}^2$ .

Es bueno señalar que durante la determinación del área en el plano por los métodos gráficos, mecánico y de plantilla, los mayores errores surgen a causa de la deformación del papel.

La deformación lineal del papel de alta calidad conservado por largo tiempo es de 1:500 - 1:400 y las de menor calidad 1:200 - 1:150. prácticamente no se deforman aquellos papeles que se fijan a una base sólida.

Las principales fuentes de errores que influyen sobre los resultados de las mediciones del área son los errores instrumentales, los errores de representación de los contornos en el plano (durante su confección), los errores de trazados y lectura, la inexactitud en la determinación de la constante del planímetro, la configuración de los contornos, etc.

Con el objetivo de demostrar cuan importante es considerar la influencia de estos errores en el cálculo de volumen se realizó un extenso trabajo experimental en los yacimientos estudiados (Moa y Punta Gorda), en las cuales se determinaron las áreas a diferentes frentes de excavación con distintas longitudes y ancho para los planos 1:250 (ver tablas 2.11. La fórmula que se utilizó fue la del profesor W. Jordán (Bukrinski, 1985).

$$\Delta S = \pm 0.0002M \sqrt{S} \dots\dots\dots (2.51)$$

Donde:

M - denominador de la escala del plano;

S - área de la sección;

$\Delta S$  - error del área calculada con el uso del planímetro.

La determinación de los errores del planímetro se hizo en comparación con las áreas obtenidas por los métodos mecánico y el analítico.

En la tabla 2.11 se muestra la suma de los errores de las áreas calculadas para diferentes intervalos de distancia. Como se puede apreciar, según aumenta el intervalo entre secciones, las áreas aumentan y por consiguiente el error relativo disminuye.

Tabla 2.11 Cálculo del error del área para diferentes intervalos de distancia en el Yacimiento Moa.

a=10	A=10	a=20	A=20	a=40	a=40
$S_p$ (m <sup>2</sup> )	$\Delta s$ (m <sup>2</sup> )	$S_p$ (m <sup>2</sup> )	$\Delta s$ (m <sup>2</sup> )	$S_p$ (m <sup>2</sup> )	$\Delta s$ (m <sup>2</sup> )
70.81	0.42	70.81	0.42	70.81	0.42
100.74	0.5	114.76	0.54	140.01	0.6
114.76	0.54	140.01	0.6	114.12	0.53
159.6	0.65	70.47	0.42	148.45	0.61
140.01	0.6	114.12	0.53	149.77	0.61
97.34	0.5	125.03	0.56	total	total
70.47	0.42	148.45	0.61	623.16	2.77
110.62	0.5	139.59	0.58		
104.12	0.53	149.73	0.61		
84.6	0.46	Total	total		
125.03	0.56	1073.41	4.88		
137.08	0.58				
148.45	0.61				
133.05	0.58				
139.99	0.59				
166.68	0.64				
149.77	0.61	-			
total 2063.42		total 9.27			

Donde:

$S_p$  – Área medida con el planímetro;

$\Delta S$  – Error del área.

Tabla 2.12 Influencia del error del área en el cálculo de volumen para el Yacimiento Moa

Yacim.	Intervalo	$\Delta S$ (m <sup>2</sup> )	A (m)	d (m)	L (m)	$m_{vp}$ (m <sup>3</sup> )	$M_{vp}$ (%)
P. Gorga	a=10	11.77	9.35	67.7	80.0	110.04	0.22
	a=20	8.77	9.35	67.7	80.0	82.00	0.16
	a=40	5.86	9.35	67.7	80.0	54.75	0.11
Moa	a=10	9.27	15.28	58.6	80.0	741.6	1.03
	a=20	4.55	15.28	58.6	80.0	364.0	0.51
	a=40	2.27	15.28	58.6	80.0	181.6	0.25

Donde:

$M_{vp}$  y  $M_{vp}$  – errores medio cuadrático y relativo del cálculo de volumen influenciados por el error del área.

Hay que destacar que en la Mina Moa se miden áreas con el planímetro menores de 9 cm<sup>2</sup>, alcanzando errores sustanciales. Según los resultados de las mediciones obtenidas en la tabla 2.13, se muestra que estas áreas muy pequeñas no deben medirse con los planímetros polares

ordinarios, ya que resultan muy inexactas sus mediciones y cuanto mayor sea la escala del plano más precisa ésta será.

Tabla 2.13 Cálculo de área con el planímetro

Número	Dimensión	S <sub>p</sub>	S <sub>R</sub>	S <sub>p</sub> - S <sub>R</sub>	Δ S	μ
1	8.3x8.3	68.7	68.9	-0.2	0.83	1.20
2	10x10	100.0	100.0	0.00	1.00	1.00
3	16x16	276.3	277.6	-1.3	1.67	0.60
4	20x20	395.8	400	-4.2	2.0	0.50
5	33x33	1105.3	1110.9	-4.6	3.33	0.30
6	40x40	1580	1600	-20.0	4.0	0.25
7	50x50	2479.2	2500	-20.8	5.0	0.20
8	66x66	4424.3	4443.6	-19.3	6.67	0.15
9	100x100	9930.0	10000	-70.0	10.0	0.10

Donde:

S<sub>p</sub> – área medida con el planímetro;

S<sub>R</sub> – área real;

μ - error relativo del cálculo de área.

Conociendo que en la exactitud del cálculo de área Δ S/S es menor que 1:200, las áreas hasta 400 m<sup>2</sup> a escala 1:1000 alcanzan una precisión de 1/200 y de ahí para abajo no cumplen con este requisito, es decir, se hacen no permisibles.

En la tabla también se observa que en la medida que aumenta el área, disminuye el error relativo, esto argumenta el aumento de la escala del plano para calcular volumen.

En la minería existen momentos en que se calculan áreas muy pequeñas (en el caso de los perfiles), esto trae como consecuencia que aumenten los errores en el cálculo. Estos errores se eliminan al calcular el área por computadora.

En el caso del Yacimiento Punta Gorda, las áreas se miden por el Método de las Cuadrículas (la precisión que se obtiene es similar a la del planímetro) y luego se introducen en la computadora para calcular el volumen.

## 2.8 Error total de determinación del volumen del frente de excavación en el levantamiento taquimétrico

El error medio cuadrático de determinación del volumen del frente de excavación o del bloque en relación con la investigación realizada es igual a:

$$M_v = \pm \sqrt{M_{vc}^2 + M_{va}^2 + M_{vo}^2 + M_{vt}^2 + M_{vh}^2 + M_{vp}^2} \dots\dots\dots (2.52)$$

Donde:

$M_{vc}$  - error de la posición de los puntos en la red de levantamiento;

$M_{va}$  - error de determinación de los contornos de los bordes superior e inferior de los escalones;

$M_{vo}$  - error por la irregularidad de los perfiles de los taludes;

$M_{vt}$  - error de la posición de los puntos en el levantamiento taquimétrico;

$M_{vh}$  - error de ubicación de los puntos en el plano;

$M_{vp}$  - error de medición de áreas.

De acuerdo al análisis realizado en los yacimientos Punta Gorda y Moa, como se puede observar en la tabla 2.14, los errores en la posición de los puntos en la red de levantamiento surgen debido a la insuficiente construcción de la red de puntos de apoyo en el yacimiento.

Los errores en la posición de los puntos del levantamiento taquimétrico en el Yacimiento Punta Gorda, son mayores que en el Yacimiento Moa, ya que las cotas en los puntos se le da a través de la nivelación trigonométrica con menor exactitud que la nivelación geométrica.

También se puede observar que los errores de linealización de los contornos de los bordes superior e inferior de los frentes de excavación surgen debido a las condiciones minero-geológicas y a la tecnología de extracción, y la magnitud de estos depende ante todo de la distancia entre puntos y de la ubicación correcta del punto en la parte quebrada donde hace el cambio de dirección el contorno del borde.

Los errores de linealización de los taludes de los frentes de excavación también surgen debido a la tecnología de extracción y dependen de la variación de la forma, altura y ángulo de inclinación del talud y de la ubicación del punto en la parte característica donde se produce el cambio de inclinación del talud, y no de la distancia entre puntos en el levantamiento.

Los errores de la posición de los puntos en el levantamiento taquimétrico surgen debido a los errores en las mediciones angulares y lineales cuando estos son muy grandes y trae consigo desplazamiento sistemático de los contornos.

Los errores de ubicación de los puntos en el plano se deben a los errores que se cometen durante la ubicación de los puntos debido a la inexactitud de los materiales utilizados, longitud de la distancia medida y escala del plano.

Tabla 2.14 Resumen de los errores de determinación del volumen de masa minera extraída en diferentes yacimientos antes del perfeccionamiento

Yacim.	M <sub>v</sub> c	M <sub>v</sub> a	M <sub>v</sub> o	M <sub>v</sub> T	M <sub>v</sub> H	M <sub>v</sub> p	M <sub>v</sub>
P. Gorda	1	2	3	4	5	6	7
	1.87	1.17	2.36	1.10	0.15	0.11	3.42
	1.87	2.30	3.56	1.16	0.21	0.16	4.78
	1.87	4.67	3.64	1.25	0.29	0.22	6.34
Moa	1.97	1.35	4.07	0.73	0.16	0.25	4.78
	1.7	2.7	0.06	0.80	0.22	0.51	3.48
	1.97	5.4	10.6	0.92	0.32	1.03	12.1

Con relación a las investigaciones realizadas sobre la exactitud de determinación de los volúmenes, se estableció que el levantamiento taquimétrico no garantiza la determinación de los volúmenes de mineral extraído con la exactitud necesaria durante la extracción de las lateritas con excavadoras con frentes de extracción mayores de 20 m de ancho, sobrepasando así el límite permisible (2.5%).

## 2.9 Aplicación del modelo digital del terreno ( MDT)

Hasta hace pocos años la confección de mapas topográficos operativos se realizaba por métodos manuales y en el mejor de los casos semiautomáticos tanto en Cuba como en otros países; a partir de los años 50, con el desarrollo de las técnicas informáticas se fueron automatizando paulatinamente estas tareas y con el surgimiento y generalización del uso de microcomputadoras surgieron programas (software) capaces de generar todo tipo de mapas a partir de ciertos datos, con un alto nivel de confiabilidad, gran calidad y en muy poco tiempo.

La cartografía digital (en lo concerniente a modelo digital del terreno) se introduce en estos yacimientos a partir de 1992 (con fines investigativos). Después del año 1997 se comienzan a dar los primeros pasos para su aplicación en la planificación minera (Global Surveying Post Processor, 1993).

El modelo digital del terreno es un conjunto de elementos formados por la información topográfico-geodésica del terreno y las reglas para su transformación, representa un conjunto de puntos del terreno con coordenadas espaciales conocidas y simbologías digitales condicionales, que aproximan la superficie real del terreno con su objeto y condiciones naturales. El modelo digital del terreno (MDT) y el modelo digital de elevación (MDE) se aplican en la minería para conocer la forma del frente de explotación, construcción de caminos, cálculo de volumen de mineral extraído, etc. (Geotracer System 2000, 1994).

Para la determinación de la forma de la superficie del campo minero fueron utilizadas diferentes expresiones de polígono de exponentes elevados.

En el proceso de resolución, con la utilización de los puntos con coordenadas conocidas situados en los límites del contorno minado de cada forma homogénea, se creó un sistema de ecuaciones en las cuales los coeficientes desconocidos deben satisfacer la condición de

garantizar la superficie de puntos ubicados en sus límites. Esta ecuación de la superficie de cada sector homogéneo se expresa por la siguiente fórmula:

$$\{a_0 + a_1x_1 + a_2y_1 + a_3x_1^2 + a_4x_1y_1 + a_5y_1^2 + a_6y_1^3 + a_7x_1y_1 + a_8x_2y_1^3 + \dots + a_ky_1^n = Z_1$$

$$a_0 + a_1x_2 + a_2y_2 + a_3x_2^2 + a_4x_2y_2 + a_5y_2^3 + a_6x_2^3 + a_7x_2^2y_2 + a_8x_2y_2^2 + a_9y_2^3 + \dots + a_ky_2^n = Z_2$$

.....

.....

$$a_0 + a_1x_m + a_2y_m + a_3x_m^2 + a_4x_my_m + a_5y_m^2 + a_6x_m^3 + a_7x_m^2y_m + a_8x_my_m^2 + a_9y_m^3 + \dots + a_ky_m^n = Z_m\}.$$

Donde:

- n- exponente del polinomio;
- m- cantidad de ecuaciones (cantidad de puntos de partida);
- k- cantidad de coeficientes desconocidos del polinomio.

La cantidad de coeficientes desconocidos debe ser igual o menor a la cantidad de ecuaciones:  
 $k \leq m$ .

Después de obtener los valores de los coeficientes del polinomio se sitúan en la línea del polinomio con las coordenadas planas (X<sub>i</sub>, Y<sub>i</sub>) del punto determinado, se calcula su cota. De esta manera se hallan las alturas de cualquier punto del terreno que se encuentre en su superficie en los límites del sector que se analiza.

Considerando los valores tan exagerados obtenidos en el cálculo de los errores que influyen en la determinación del volumen cuando se utiliza el levantamiento taquimétrico (Yacimiento Punta Gorda, M<sub>v</sub> = 4.8%, Yacimiento Moa, M<sub>v</sub> = 6.8%) se decide aplicar el MDT y el MDE para poder minimizar la influencia de estos errores.

Con la aplicación del MDT a los frentes de extracción, se logra minimizar los errores por la ubicación de los puntos en el plano y los del cálculo de área, no pudiéndose determinar los demás errores debido a que el Surffer, Topoceiss y otros, (con ellos se crea el MDT) no poseen las herramientas para determinar la cuantía de estos errores.

El error de determinación del volumen de masa minera extraída en diferentes yacimientos después del perfeccionamiento que incluye entre otras cosas la aplicación del MDT en estos yacimientos de complejas estructuras de yacencia se reduce a lo siguiente (ver tabla 2.15):

Tabla 2.15 Resumen de los errores de determinación del volumen de masa minera extraída en diferentes yacimientos después del perfeccionamiento (con la aplicación del modelo digital del terreno (MDT).

Yacim.	Mvc	Mva	Mvo	MvT	MvH	Mvp	Mv
1	2	3	4	5	6	7	8
P. Gorda	0.87	0.75	-	1.17	-	-	1.64
Moa	1.00	0.74	-	0.82	-	-	1.50

Con un modelo maqueta construido a través de una simulación en computadora aplicando el Método Spline Cúbico Natural Iterado (Legra, 1998), se logró calcular el volumen y compararlo con el real, determinado por el Surfer (Surfer, 1998), Volumoa (Legrá 1995).

El error obtenido durante la comparación de ambos modelos fue de:  $M_{vModelo} = 0.29\%$ . Entonces el error total del cálculo de volumen ( $M_{vT}$ ), considerando los errores de campo ( $M_{vC}$ ) antes determinados (ver tabla 2.15) y los del modelo ( $M_{vM}$ ) se obtiene por la siguiente fórmula:

$$M_{vT} = \pm\sqrt{M_{vC}^2 + M_{vM}^2} \dots\dots\dots(2.53)$$

Para el yacimiento Punta Gorda:

$$M_{vT} = \pm\sqrt{(1.64)^2 + (0.29)^2} = 1.66\%$$

Para el yacimiento Moa:

$$M_{vT} = \pm\sqrt{(1.50)^2 + (0.29)^2} = 1.53\%$$

Hasta aquí se ha abordado la influencia de estos errores en el cálculo de volumen, permitiendo disminuirlos al aplicar las medidas de perfeccionamiento a 1.53%, en el caso del Yacimiento Moa y 1.66% en el Yacimiento Punta Gorda.

En nuestro trabajo se analizó también la posibilidad de aplicación de los sistemas de posicionamiento global (GPS) que en nuestra minería vendría a resolver un gran problema relacionado no solamente con la precisión, sino también con la efectividad de realización de los trabajos topográficos mineros y la disminución de los costos (GPS SYSTEMS INC, 1996).

Este sistema lógico GPS Survey se aplica en una gran cantidad de casos en la minería mundial, por el momento en estos yacimientos lateríticos se está usando muy limitadamente. Indudablemente, durante la última década, el avance tecnológico más importante en topografía ha sido la creación del Sistema de Posicionamiento Global (GPS), una constelación de 24 satélites dedicados a la navegación y posicionamiento, venciendo las limitaciones lógicas inherentes al empleo de los sistemas topográficos basados en tierra. Los productos basados en el GPS han revolucionado la manera en que los topógrafos realizan sus trabajos geodésicos o fotogramétricos.

El sistema lógico GPS Survey se puede usar, aproximadamente, para suplementar el trabajo topográfico GPS realizado en tiempo real, por ejemplo, para determinar líneas bases de más de 10 km, o para obtener coordenadas aún con mayor precisión, en trabajos de apoyo fotogramétrico, especialmente si se trata de grandes líneas bases, para el levantamiento de los frentes mineros de extracción.

El Lógico GPS Survey es un conjunto completo de módulos, todos ellos corriendo sobre Windows, diseñados para el tratamiento, en posprocesado de los datos de GPS. Sus diversas funciones incluyen la planificación y análisis gráfico de las misiones (el módulo de alerta), el posprocesado automático y/o manual de las líneas bases, el cierre gráfico, la transferencia de datos a los sistemas lógicos topográficos y a los colectores de datos ya en uso, la exportación de coordenadas, la creación de informes de datos procesados para su inclusión en el proyecto en cuestión y el ajuste de la red geodésica mediante el nódulo Trimnet plus, probado en el tiempo y homologado por las autoridades geodésicas del país de origen.

En esta investigación fue analizado también el método de levantamiento fotogramétrico terrestre para valorar la influencia de estos errores en el cálculo de volumen, no pudiéndose llegar a conclusiones importantes, por que según (Rodiles y Chivúnishev, 1986), este tipo de levantamiento no puede aplicarse en los yacimientos lateríticos para calcular volumen de extracción por la cantidad de zonas muertas que se obtienen.

Un resultado positivo dio este método de levantamiento al ser aplicado a la determinación de los volúmenes de escombros removidos en el Yacimiento Moa.

Con los resultados antes elaborados se obtuvo la metodología que se describe a continuación para la toma de los datos iniciales para calcular volumen (Belete, 1997).

## 2.10 Propuesta de nueva metodología para la obtención de los datos iniciales para calcular volumen

Considerando que en estos yacimientos lateríticos no existe ninguna metodología para calcular volumen que tenga en cuenta los errores topográficos cuando se aplica el método de levantamiento taquimétrico, proponemos se aplique la siguiente metodología propuesta por el autor de la tesis.

### I. Sobre la toma de los datos iniciales para calcular volumen

Realizar el control sistemático de la extracción fundamentado en la red topográfica de apoyo. Debe existir una red de apoyo densificada y ajustada en la cual se basará el levantamiento para el control de la extracción mensual.

La determinación de los puntos de la red de levantamiento se recomienda realizar con distanciómetros electro-ópticos, empleando los métodos de microtriangulación, intersecciones, poligonales con teodolito, cumpliendo las instrucciones técnicas de Geocuba.

Los puntos de mira para la determinación del contorno de los bordes superior e inferior de los escalones deben ubicarse cada 10 m aproximadamente, para poder obtener el error mínimo. Deben ubicarse puntos en la parte quebrada donde el contorno del borde hace cambio de dirección.

La distancia máxima del instrumento a la mira en estos levantamientos de contornos blandos y sometidos a derrumbe y deslizamiento debe reducirse a 66 m.

Se deben determinar como mínimo tres puntos en la concavidad que forma el talud para minimizar el error del área que influye en el cálculo de volumen.

Las áreas menores de 400 m<sup>2</sup> a escala 1:1000 no deben medirse con planímetro, porque disminuye considerablemente su precisión (menor que 1/200).

Los frentes de explotación para la extracción de las lateritas deben ser mayores de 20 m. Con ello se asegura que el levantamiento taquimétrico garantice la determinación del volumen con la exactitud necesaria.

Los errores medio cuadráticos de la posición de los puntos del levantamiento no deben superar la magnitud de  $\pm 0.06$  m para ancho del frente de 33 m.

Los datos obtenidos deben ser filtrados para poder determinar la ley de distribución de las cotas altimétricas.

Realizar el perfeccionamiento constante de los trabajos topográficos mineros con el objetivo de elevar la precisión en el cálculo de volumen.

## II. Sobre la determinación de los errores que influyen en el cálculo de volumen

2.1 Los errores de la posición de los puntos en la red de levantamiento deben considerar la irregularidad de la forma de los frentes de explotación, su influencia en el cálculo de volumen quedará representada por:

$$M_v = \pm \sqrt{m_{vc}^2 + m_{vo}^2}$$

Donde:

$m_{vc}$  – error por la posición del punto en la red de levantamiento;

$m_{vo}$  – error por la irregularidad de la forma del frente de extracción.

2.2 El error por la posición del punto en la red de levantamiento quedará afectado por el ancho del frente de explotación, de manera que con el aumento del ancho del frente, disminuye este error.

$$m_{vc} = \pm \frac{m'_c}{d}$$

2.3 Los errores de determinación de los contornos de los bordes de los escalones deben ser analizados a través de la representación de los contornos por más de tres puntos y no por tres.

2.4 El error por la irregularidad de los perfiles de los taludes debe considerarse solamente en el caso cuando las diferencias entre las áreas de los perfiles real y linealizado sea mayor o igual 1, es decir,  $\Delta S_1 - \Delta S_2 \geq 1$ .

2.5 El error de determinación de los contornos de los bordes de los escalones debe contemplar su carácter, representado a través del coeficiente de irregularidad (K).

2.6 El coeficiente que representa el carácter del contorno debe oscilar entre 0.50 – 0.65, cuando los puntos de mira sean cada 10 m.

2.7 La forma de la superficie de los escalones se determina con la aplicación del taquímetro electrónico sin uso de reflectores, siempre y cuando se cumpla la condición de que,

$$\Delta S_1 - \Delta S_2 > 1.$$

2.8 La distancia del instrumento a la mira cuando se determinan los errores por la posición de los puntos en el levantamiento taquimétrico debe aumentarse hasta 250 m. No se produce alteración del error permisible del cálculo de volumen.

2.9 Cuando se midan distancias mayores de 100 m, las lecturas deben redondearse hasta los centímetros, con dos cifras significativas.

2.10 Los errores de ubicación de los puntos en el plano y los de cálculo de área son eliminados al aplicar el modelo digital del terreno (MDT).

2.11 Los errores de la representación de los contornos que influyen en el cálculo de volumen en estos yacimientos deben considerar la irregularidad del contorno (K).

El error medio cuadrático del volumen debe determinarse por las siguientes fórmulas:

$$m_{vs} = \frac{K * a * h * \sqrt{L}}{\sqrt{2}}, m^3$$

y comprobarlo a través de la siguiente fórmula:

$$m_{vs} = \frac{m_s * h}{\sqrt{2}}, m^3$$

En ambas fórmulas se deben obtener resultados idénticos.

En unidades relativas:

$$M_{vs} = \frac{K * a}{d * \sqrt{L}} * 100, \%$$

### III. Sobre la aplicación de taquímetro electrónico universal

3.1. El levantamiento debe realizarse desde el punto más alto del frente de extracción para asegurar la mayor visibilidad posible.

3.2. Realizar las mediciones en forma radial de manera tal que abarque la mayor parte del sector a levantar ( en forma de estaciones totales).

3.3. Lograr la perpendicularidad entre la superficie del objeto que se levanta (superficie del talud) y el de la visual del instrumento, ello posibilitaría mayor precisión en la determinación de las coordenadas de los puntos.

3.4. Introducir las coordenadas del punto donde se ubica el instrumento.

Realizar el procesamiento de la información con la utilización de algún software especializado.

### IV. Sobre la confección automatizada de planos topográficos (cartografía digital)

4.1. Análisis de la fiabilidad de los datos de entrada.

Se relaciona con el análisis de los errores técnicos y reales de las mediciones de las variables que se consideran en función de los métodos que se usarán para procesar estos y para desarrollar los cálculos. A esto se refiere esencialmente nuestro trabajo.

4.2. Análisis de la representatividad de los datos de entrada.

Se refiere a que se deben tomar las medidas necesarias para que los datos reflejen las tendencias generales y particulares del fenómeno que se mide. Deben evitarse omisiones de mediciones de zonas particulares donde el fenómeno presente características anómalas. De ser posible las mediciones deberán desarrollarse sobre redes (lineales, planas o especiales) “rectangulares”.

4.3. Solución del problema de la frontera.

Deberán tenerse a mano algoritmos que permitan obtener la frontera convexa de la región donde se realizan las mediciones y otros algoritmos para procesar los datos en caso de que la frontera esté dada junto con las mediciones.

4.4. Obtención de una red rectangular y completa mediante un método de estimación.

En la mayoría de los casos se hace necesario crear una red rectangular y completa (grid) a partir de los datos dados. Esto se logra mediante la estimación de cada variable dependiente en todos los puntos de la red a partir de los datos dados. Entre los métodos de estimación se usan con frecuencia el de inverso de una potencia de la distancia, Kriging, mínimos cuadrados, interpolación lineal con triangulación, Spline, etc. Hay que destacar que se habla de método de estimación como un concepto que incluye la interpolación (exacta o no) y la extrapolación (Legrá, 1998).

4.5. Obtención de isolíneas, isofranjas mapa de una superficie a partir ciertos algoritmos.

Existen diferentes opciones gráficas para representar los datos en un mapa, entre ellos se usan mayoritariamente las isolíneas, isofranjas y las superficies tridimensionales. Para generar isolíneas se utilizan diferentes algoritmos tales como proyección cilíndrica del grid, TESELADO, cortes con planos horizontales, etc (Miyer, Donald, 1991); no debe olvidarse que la generación de isolíneas no tiene una única solución: Las isofranjas (basadas en el hecho de que el grid obtenido posee una alta densidad) es preferido por algunos por depender solo del método de estimación utilizado. De la misma manera los mapas tridimensionales (usan "grid" menos densos) dependen solo del método de estimación (Legrá, Trujillo, 1997).

#### 4.6. Dibujo automatizado del gráfico.

El dibujo automatizado se realiza mediante una impresora o un ploter conectado a una computadora que mediante un programa procesa los datos en los pasos 4.3, 4.4 y 4.5.

Estos programas pueden ser confeccionados por el usuario en algunos de los lenguajes de programación conocidos (Basic, Pascal, C, etc) o pueden ser obtenidos software de empresas que se dedican al desarrollo de estos productos, entre ellos SURFER, SURPACK-2000, GENCOM, DATAMINE, etc.

## Conclusiones del capítulo II

1. Los errores de la posición de los puntos en la red de levantamiento, de la posición de los puntos del levantamiento taquimétrico, de ubicación de los puntos en el plano y los de medición de las áreas no ejercen influencia significativa en la exactitud de determinación del volumen de la masa minera extraída, a diferencia de los errores de determinación de los contornos de los bordes superior e inferior de los escalones y los de la irregularidad de los perfiles de los taludes, que ejercen una influencia más significativa.
2. Los errores de determinación de los contornos de los bordes superior e inferior de los escalones y de la irregularidad de los perfiles de los taludes en los frentes de excavación surgen debido a las condiciones minero-geológicas y a la tecnología de extracción, y su magnitud depende de la variación de la forma, altura y ángulo de inclinación del talud y de la ubicación correcta en la parte quebrada donde hace cambio de dirección el contorno del borde y no depende de la distancia entre puntos en el levantamiento.
3. Los errores de la posición de los puntos en el levantamiento taquimétrico surgen debido a los errores en las mediciones angulares y lineales cuando estos son muy grandes y traen consigo desplazamiento sistemático de los contornos.
4. Los errores de ubicación de los puntos en el plano se deben a la inexactitud de los materiales utilizados, longitud medida y escala del plano.
5. Los errores de medición de las áreas con el planímetro dependen en elevado grado de la dimensión de las áreas a medir y de la escala del plano.
6. A partir de los resultados de las investigaciones realizadas se comprueba que cuando aumenta la longitud del frente de excavación, disminuye la precisión de las mediciones topográficas, lo que indudablemente influirá de forma negativa en la calidad de la determinación del volumen extraído.
7. Se obtiene una metodología para la toma de los datos iniciales para calcular volumen.
8. Fue investigada una nueva fórmula para calcular el error del volumen que considera la irregularidad de los contornos.
9. Se aplica por primera vez en estos yacimientos el modelo digital del terreno (MDT) para valorar los errores del cálculo de volumen.

## Capítulo III Vía para el perfeccionamiento de la elaboración de los resultados obtenidos de la masa volumétrica

### 3.1 Introducción

La importancia de dividir el yacimiento en grupos homogéneos para establecer una masa volumétrica del mineral mullido correctamente para cada sector o yacimiento, la cual será utilizada tanto en la etapa de cálculo de reservas como durante la etapa de extracción del mineral, se hace evidente.

Si consideramos que el tonelaje (cantidad de mineral que ha sido extraída del área minada en el período, según las mediciones de campo y los cálculos de gabinete que se utilizan a ese efecto) existente en una zona o yacimiento mineral, se calcula aplicando la masa volumétrica establecida, llegamos a la conclusión de que cualquier inexactitud existente en el cálculo de volumen obtenido, existirá también en el tonelaje (Polanco, 1996).

Debido a que el tonelaje obtenido según planos representa la cantidad de mineral que la mina da por extraído, al no existir el método correcto de pesaje y muestreo, su comparación con el mineral procesado ofrece la medida de las inexactitudes existentes en la evaluación del mineral minado.

Al realizar esta comparación, es inevitable tomar en consideración las variaciones que puede haber sufrido el mineral extraído, por la acción de cualquier operación intermedia entre la extracción del mineral y su entrega a la planta.

La masa volumétrica en estos yacimientos se aplica con la utilización de su promedio por etapa de desarrollo geológico sin la previa realización de limpieza de datos (aplicación de filtros) para poder nominar la ley de distribución y sin la consideración de la variabilidad natural por tratarse de un yacimiento de complejas estructuras de yacencia, este hecho conduce a la obtención de errores (Belete, 1996).

La tarea aquí radica en buscar un modelo geométrico estructural (zonificación del yacimiento) que considere la variabilidad del índice y permita realizar el cálculo de la masa volumétrica por zona según su variabilidad.

### 3.2 Exclusión de los valores extremos en la columna del pozo criollo (dirección vertical) y en los valores promedios (dirección horizontal) de la masa volumétrica por tipos de mena

Antes de comenzar el procesamiento de la información minero-geológica es necesario cerciorarse de su homogeneidad. En principio la homogeneidad de la información se garantiza a través de reglas de observación rígidas sobre la constancia de los factores esenciales y de las características fundamentales (Belete, 1997). En la aplicación al estudio de la masa volumétrica esto significa que:

las muestras de rocas que son investigadas se eligen de un elemento del perfil, que se caracteriza por la homogeneidad según la composición litológica, el estado físico y por otras características (Pérez, 1984);

se cumplen las instrucciones sobre las reglas de las tomas, transportación y conservación de las muestras;

c) las investigaciones de laboratorio se ejecutan con la utilización de medios técnicos, y procedimientos metodológicos iguales.

Si se conoce que aunque sea una de esas exigencias es violada, todos los resultados de la investigación deberán ser excluidos del procesamiento estadístico general, independientemente de sus magnitudes y de la semejanza o diferencia con todos los demás resultados.

Prácticamente no se logra cumplir con esto, ya que las causas de las violaciones de las exigencias de los cálculos pueden ser muchas.

Estas exigencias pueden estar relacionadas con las mismas rocas mineras (presencia de intercalaciones, grietas, lentes) y con la metodología de ejecución de la investigación (violación de la estructura de las muestras, el trabajo incorrecto del equipamiento, los errores en la toma de las lecturas, etc).

Por eso en la mayoría de los casos el explotador se acostumbra a relacionarse con materiales de cifras listas, donde los distintos resultados de las determinaciones provocan dudas a causa de que ellos notoriamente se diferencian según la magnitud de todos los demás. Dudosos son los así denominados "valores extremos".

Para la solución del problema sobre el destino de estos valores la estadística propone una serie de reglas y de procedimientos que están fundamentados en el principio de la imposibilidad práctica de los sucesos de poca probabilidad. Como se cuenta con dos series de mediciones; una dada por los valores de la masa volumétrica en la columna del pozo criollo (dirección vertical) y la otra dada por los valores promedios de los pozos criollos (dirección horizontal), ambos por tipos de mena, se pasa al análisis de los valores de la masa volumétrica en la columna del pozo criollo, para ello aplicaremos el método de la magnitud centrada (criterio de Shovens (Davis, 1989), ya que se trata de una elección de pequeño volumen, como promedio  $n=10$  mediciones.

En la tabla 3.1 se muestra la columna de las determinaciones de la masa volumétrica por tipos de mena en el ejemplo del pozo criollo N°61. Como desde el punto de vista de la explotación se consideran dos tipos de menas industriales, la LB y SB, se respeta tal clasificación para la determinación de la masa volumétrica, la que se realiza con una frecuencia de muestreo de un metro.

En este criterio la valoración de los errores groseros se ejecuta con la utilización en calidad de medida de la dispersión, la amplitud centrada  $\Delta_n$ . Previamente todos los valores de las variables aleatorias se disponen en una serie ordenada:  $x_1, x_2, \dots, x_n$  y se calcula el volumen de la elección  $n$ . Después en dependencia del volumen establecido de la elección  $n$ , se elige el criterio de la desviación normada admisible ( $Z$ ). Los resultados de las determinaciones, las cuales  $|\Delta| > ZS$ , deberán ser considerados como errores groseros y eliminarse del conjunto de mediciones. También fue aplicado el método de la desviación normada (Método de Grebbs)

el cual se explica en el epígrafe siguiente a manera de comprobación: los resultados se muestran en la tabla 3.2 (Tsbietkov, 1986).

Tabla 3.1 Valoración de la determinación de la masa volumétrica en la columna del pozo criollo N°61

Tipos de mena			
Laterita de Balance		Serpentina Blanda	
Nº de intervalo	Masa volum. Seca	Nº de intervalo	Masa volum. Seca
1	1.55	1	0.95
2	1.78	2	1.03
3	1.10	3	0.88
4	0.96	4	0.95

Tabla 3.2 Filtración de los datos en la columna de un pozo criollo por los métodos de la magnitud centrada (Shovens) y desviación normada (Grebbs) (Davis, 1989) para laterita de balance y serpentina blanda

Tipo de mena	Fe %	Ni %	Co %	Humed. %	MvH t/m <sup>3</sup>	MvS t/m <sup>3</sup>	Métodos de filtración:	
							Magnit Centrad	Desviac Normad
LB	46.6	0.92	0.123	22.18	2.12	1.65	1.65	1.65
	46.1	0.97	0.118	21.41	2.14	1.58	1.58	1.58
	46.3	1.26	0.170	21.20	2.20	1.73	1.73	1.73
	47.3	0.93	0.143	16.91	2.48	2.26	-	-
	47.2	0.96	0.204	21.67	2.31	1.81	1.81	1.81
	47.0	0.94	0.160	29.59	2.22	1.53	1.53	1.53
	47.6	0.78	0.130	32.93	1.84	1.23	1.23	1.23
	46.5	1.44	0.102	39.77	1.70	1.02	1.02	1.02
	45.0	2.13	0.107	46.71	1.55	0.62	-	-
	37.8	2.38	0.079	42.36	1.66	0.95	0.95	0.95
SB	21.1	2.04	0.037	35.12	1.61	1.04	1.04	1.04
	16.5	1.25	0.028	37.26	1.53	0.76	0.76	0.76

Donde:

$M_{vH}$  y  $M_{vS}$  – masas volumétricas húmeda y seca.

Durante el análisis de los valores dudosos en los promedios de la masa volumétrica (dirección horizontal), es necesario garantizar también la homogeneidad de la información, en este caso sobre la base de los principios teóricos y de la experiencia que se tiene se impone deducir del análisis previo del material empírico, el tipo de distribución de la magnitud que se investiga.

La comprobación de la pertenencia al conjunto investigado se fundamenta en que en los conjuntos de las distribuciones que son normales, la probabilidad de la desviación de un

valor independiente con variable aleatoria  $X$  de su esperanza matemática  $M$  que es igual o supera a  $3s$ , es igual a 0.0027, es decir, menor del 0.3%. Esto permite considerar que tales desviaciones prácticamente no son posibles y si ellas se tienen en la elección se debe analizar como errores groseros (Sergeeva, 1986).

En la aplicación de ésta regla al material empírico no se utiliza la desviación estándar teórica, sino su valoración calculada según la elección. La comprobación se reduce al cálculo de los límites  $X \pm 3s$ , que aparecen trazados en el gráfico de dispersión, representando posteriormente en él los valores de la masa volumétrica. Los puntos que resulten fuera de estos límites se excluyen de los cálculos posteriores (Fig. 3.1).

La comprobación continúa hasta tanto todos los puntos resulten en el interior de los límites trazados en el gráfico.

Indicamos ahora el cálculo realizado por tipos de mena:

Los parámetros de la distribución para la laterita de balance serán:

$X=1.136 \text{ t/m}^3$ ,  $s=0.2082 \text{ t/m}^3$  y los límites reciben los valores:

Superior  $1.788 \text{ t/m}^3$  e inferior  $0.519 \text{ t/m}^3$ .

Fuera del límite de las tres sigmas se encuentran dos variantes, la  $2.16 \text{ t/m}^3$ , y la  $0.78 \text{ t/m}^3$ , como se muestra en la Figura 3.1.

Después de la exclusión de las elecciones, los parámetros de la distribución se hacen iguales a  $X=1.126 \text{ t/m}^3$ ,  $s=0.1593 \text{ t/m}^3$  y los límites reciben valores superior  $1.604 \text{ t/m}^3$  e inferior  $0.648 \text{ t/m}^3$ .

Todo el resto de los valores resultan dentro de estos límites y pueden examinarse como un conjunto único según este criterio, por cuanto la comprobación de pertenencia de las distintas variantes al conjunto se desarrolla en el mismo comienzo del procesamiento de la información cuando todavía la ley de distribución no ha sido determinada.

En la distribución ligeramente asimétrica como el caso nuestro, la probabilidad del error puede ser significativa, así, de acuerdo a la desigualdad de Chebyshev (Shalyguin, 1988):

$$P\{X-m > 3s\} < 0.111$$

Como se estableció, la probabilidad de la desviación de los distintos valores de la variable  $X$  con respecto a la esperanza matemática  $M$ , que superan las  $3s$  en la distribución de forma asimétrica y distinta a la normal puede alcanzar el 10%, lo que es inadmisibles para los cálculos ingenieros.

De ésta manera, lo realizado hasta aquí evidencia que la regla de las  $3s$  disminuye la precisión en las distribuciones de forma asimétrica, lo que puede conducir a conclusiones erradas; es por lo que el procedimiento de la limpieza de datos debe realizarse en interrelación con la determinación de la ley de distribución para analizar su asimetría con mayor exactitud.

La regla de las tres sigmas se distingue por su simplicidad y comodidad en el trabajo, posee la inconsistencia sustancial de no considerar la influencia de la cantidad de ensayos.

Al mismo tiempo es evidente que cualquiera que fuera la probabilidad de aparición de uno u otro valor de la variable aleatoria, y pertenezca al mismo conjunto, al realizarse un gran número de determinaciones, a medida que crezca la cantidad de ensayos, aumenta también el grado de dispersión, circunstancia bien conocida por los investigadores.

En relación con esto, para un número elevado de observaciones  $n > 30$  se debe actuar no por la regla de las 3s, si no por el criterio de la desviación normada o criterio de Grebbs, que responde a una mayor exactitud. (Borovkov, 1986).

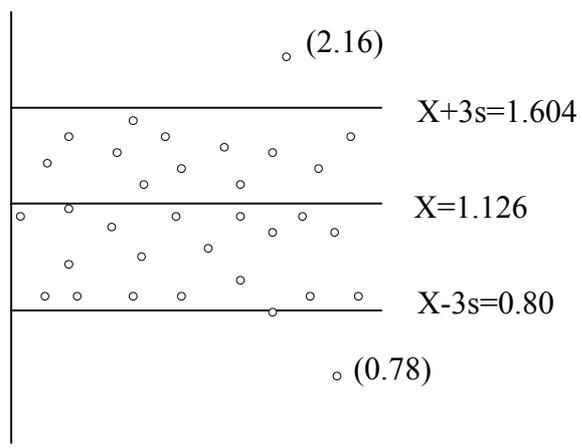


Fig. 3.1 Gráfico de control para la laterita de balance

En observaciones de gran volumen, la valoración de la pertenencia al conjunto que es investigado se debe basar en la utilización del criterio de Grebbs, que está fundamentado en la aplicación de la desviación normada  $t = (x-X)/s$ .

El criterio  $t$  tiene el siguiente sentido: si constituimos del conjunto normal un gran número de elecciones con volumen  $N$ , entonces al nivel de significación en solamente en el  $100\alpha\%$  de todas las elecciones pueden observarse las variantes que entran dentro del límite  $X \pm t, s$ , en los restantes  $100(1-\alpha)\%$  de las elecciones, tales variantes no deberán observarse. Si la magnitud alfa se toma suficientemente baja, se puede utilizar la regla de la imposibilidad práctica de los sucesos de poca probabilidad y considerar que las elecciones con tales desviaciones no deberán observarse. El nivel de significación habitualmente se acepta igual a 0.05. Los valores de  $t$  se encuentran tabulados (Sánchez, 1984).

A demás de realizar la limpieza de los datos de la laterita de balance y de serpentina blanda, se hizo también a los de las cotas altimétricas utilizando los Métodos de la Tres Sigmas y de la Desviación Normada (tabla 3.3), donde queda excluido el valor de la cota 359.10 m.

Tabla 3.3 Filtración de los datos para las elecciones de los valores de las cotas altimétricas de los puntos por el Método de las tres Sigmas y de la Desviación Normada (Grebbs)

Numero de orden	Cotas, m	Cotas filtradas, m	
		Tres Sigmas	Desviación Normada
1	340.65	340.65	340.65
2	342.75	342.75	342.75
3	344.43	344.43	344.43
4	359.10	359.10	-
5	334.07	334.07	334.07
6	340.22	340.22	340.22
7	330.01	330.01	330.01
8	329.52	329.52	329.52
9	338.24	338.24	338.24
10	349.13	349.13	349.13
...	.....	.....	.....
...	.....	.....	.....
119	345.07	345.07	345.07

### 3.3 Determinación de la ley de distribución de la masa volumétrica

Después de realizada la filtración de los datos se determinó la ley de distribución tanto para el horizonte de laterita de balance como para el de serpentina blanda.

La comprobación de la correspondencia de la distribución empírica con la normal fue realizada por el método de la asimetría y el exceso. En el caso del horizonte laterítico de balance el coeficiente de asimetría fue de ( $A=2.11$ ) el cual supera su error ( $s_a=0.3$ ) calculado según (Bondarenko, 1985) en más de dos veces.

El exceso  $E=11.2$  es también mayor que su error ( $s_e =0.76$ ), por consiguiente según este carácter la distribución que es analizada se diferencia de la normal. Del mismo modo este análisis fue realizado también para el horizonte de serpentina blanda.

Los valores de la asimetría (0.47) y exceso (3.25) fueron representados en un gráfico que determina la ley de distribución, donde se ve claramente que estos se encuentran en la zona de la distribución Beta, frontera con la distribución Gamma y la Normal. Esto fue determinado por el criterio más flexible y efectivo para la comprobación de la hipótesis sobre la ley de distribución, el cual puede aplicarse no solamente para la comprobación con la ley normal sino también con cualquier otro tipo de distribución, y específicamente en conjunto de pequeño volumen de datos, que es el criterio Kolmogorov-Smirnov (Dmitrev, 1991).

El análisis se realizó por tipos de mena para las distribuciones normal, gamma y beta, de donde se observa que la distribución que mejor se ajusta al proceso es la gamma (tablas 3.4 y 3.5.)

Al compararlo con el valor crítico dado en tabla, podemos inferir que  $D_{max} < 0.181$  con un nivel de probabilidad de 0.95 y se acepta la hipótesis para todas las distribuciones analizadas. Para decidir la ley se toma el menor valor de la diferencia.

Los parámetros de la distribución son los siguientes:

- Laterita de Balance (filtrados)

$n=57$ ;  $X=1.126$ ;  $s=0.165$ ;  $A=0.41$  y  $E=2.9$

- Serpentina Blanda (filtrados)

$n=31$ ;  $X=0.9435$ ;  $s=0.1122$ ;  $A=0.94$  y  $E=3.4$

Tabla 3.4 Prueba de la bondad de ajuste por el Método Kolmogorov-Smirnov por tipos de mena

Tipos de mena	Tipos de distribución		
	Normal	Gamma	Beta
LB	0.179	0.048	0.074
SB	0.116	0.113	0.072

Los valores críticos para ambos horizontes respectivamente son de 0.181 y 0.24.

Además de la prueba realizada por el criterio Kolmogorov- Smirnov se aplicó también el criterio propuesto por Pearson (criterio  $X^2$  también para cualquier tipo de distribución).

Todas las distribuciones analizadas cumplen con la condición de que la ley que mejor se ajusta al proceso de determinación de la masa volumétrica es la Gamma muy cercana a la normal según su asimetría (Matheron, 1964).

Tabla 3.5 Prueba de la bondad de ajuste por el Método Chi - Cuadrado por tipos de mena

Tipos de mena	Tipos de distribución		
	Normal	Gamma	Beta
LB	6.0	3.9	6.5
SB	6.9	1.9	2.5

Los valores críticos para ambos horizontes respectivamente son 7.81 para LB y 9.5 para SB según tabla (Bondarenko, 1985).

Como se ve de las investigaciones realizadas, el error relativo en el caso de dos grados de libertad se aproxima más a la condición de la bondad de ajuste de que  $X_{obs.} < X_{tab.}$ , tal como se describe en (Sánchez, 1986).

Fueron procesados un conjunto de 57 datos de LB y 31 de SB. Se determinaron las características estadísticas y se realizó el ajuste de las distribuciones normal, gamma y beta a los datos de la masa volumétrica, se efectuó la estimación por el método de los momentos y el ajuste de la distribución de acuerdo con los valores modales en su caso, utilizando propiedades de las variables (Tsvietkov, 1986) y métodos no paramétricos según se describe en (Bondarenko, 1985).

### 3.4 Determinación de los valores generalizados y de calculo de los índices de la masa volumétrica y valoración de su exactitud

El método fundamental de estudio de las propiedades de las rocas y minerales que es aplicado en la práctica moderna de la investigación, consiste en la toma de las muestras de los desnudamientos naturales con cuyos índices que se han obtenidos de ésta manera se caracterizan no todas las rocas o minerales en su conjunto, sino solamente sus volúmenes no grandes, lo que habitualmente no superan algunas decenas de  $\text{cm}^3$ .

Para escapar de la influencia de los resultados de la determinación del efecto de escala y de la categoría de ensayo, es decir, de las particularidades de la metodología que se utiliza, la dimensión de las muestras se toma estándar, el procedimiento de todas las determinaciones y ensayos se unifican rigurosamente.

En la práctica de campo, el volumen de masa minera para el cual se determinaron los índices de cálculo, en ocasiones fue mayor, pero en la mayoría se mantuvo incomparable con la magnitud de todo el mismo macizo o cuerpo mineral, el cual se hizo participar en interacción con la instalación.

Los valores individuales o particulares de los índices de la masa volumétrica de las rocas y minerales que fueron establecidos como resultado de las determinaciones únicas en el laboratorio se diferenciaron siempre según su magnitud.

Para eliminar o disminuir la influencia en los cálculos, habitualmente se utilizan los denominados valores generalizados y no lo valores individuales del índice.

En calidad de valor generalizado del índice se recomienda elegir el valor medio de la característica que fue obtenida en los datos muestrales en cantidad suficiente.

El promedio de los resultados de las determinaciones permite hasta un nivel conocido eliminar la influencia de diferentes factores aleatorios y obtener un valor, el cual se puede considerar característico para todo el macizo de roca o de homogeneidad estadística de su parte, es decir, del elemento minero geológico.

Se debe no obstante considerar que la exactitud del cálculo de la media depende en mucho del volumen de la elección ( $n > 30$ ), la media de las elecciones se aproxima a su análogo general y puede analizarse como característica fiable por completo, en conjunto pequeño el error puede resultar significativo.

Por esa causa la utilización de los valores en los cálculos siempre va asociado a un riesgo conocido y puede introducir consigo deformaciones peligrosas de la instalación que se construye.

Es necesario aclarar que los valores extremos como habíamos señalado antes, siempre pueden resultar errores groseros, ellos provocan una disminución (aumento) del índice. Se recomienda previamente excluir del análisis los puntos que se encuentran fuera de los límites

de las tres sigmas o desechar el 10% de los puntos extremos en la parte superior e inferior del gráfico de dispersión.

Este método de determinación de los valores de cálculo se utiliza habitualmente solo en las determinaciones previas más argumentadas, como es el caso del método de la media ponderada. Para el cálculo se aplica el valor del índice que corresponda al cuantil inferior (superior) en dependencia de los cuales estos valores son menos favorables.

La determinación de los errores estándar permite llegar a la elección de los valores de cálculo de la masa volumétrica, los cuales se establecen según el método de los límites de confianza en correspondencia con la confiabilidad que fue anteriormente establecida (la probabilidad de confianza).

En nuestro caso, después de excluidas las variantes extremas, para el horizonte de laterita de balance se obtuvo: Valor medio (X)=1.1256, Desviación Estándar (s)=0.1594, Número de muestras (n)=57.

El intervalo de confianza se obtuvo a través del valor medio.

Entonces:

$$t_{cal}=1.1256 \text{ t/m}^3$$

y en el caso del horizonte de serpentina blanda con X=0.937, s=0.1167, y n=32:

$$t_{cal}=0.937 \text{ t/m}^3.$$

De tal manera, quedan establecidos para los dos horizontes analizados los valores generalizados (media aritmética):

$t_{lb}=1.126 \text{ t/m}^3$  y  $t_{sb}=0.937 \text{ t/m}^3$  y los valores de cálculo:

$t_{callb}=1.126 \text{ t/m}^3$  y  $t_{cal}=0.937 \text{ t/m}^3$ .

Es conocido que todas las características estadísticas se calculan con un determinado error. Por eso, simultáneamente con la característica estadística se acostumbra indicar su error, por ejemplo  $X \pm s_x$

La magnitud del error estándar de la media aritmética se calcula según la fórmula:

$$s_x = s / \sqrt{n} \dots\dots\dots (3.1)$$

Ella tiene la misma dimensión que la media aritmética, esto dificulta la comprobación de los valores medios de distintos índices según la exactitud de su cálculo. Por eso, en la práctica se utiliza también una magnitud adimensional que es obtenida por la división del error estándar entre la magnitud de la media

$$\delta_x = s_x / X \dots\dots\dots (3.2)$$

Tal magnitud se denomina índice de la exactitud y en la mayoría de los casos se expresa en por ciento.

De la expresión (3.1) se ve que el error de la media aritmética es n veces menor que la determinación por separado y disminuye a medida que la cantidad de observaciones aumenta.

Se debe no obstante tener en cuenta que la disminución notable del error se observa solamente en una cantidad comparativamente pequeña de determinaciones, aproximadamente hasta 15-20, y en grandes cantidades es insignificante.

Por eso no tiene gran sentido aumentar la cantidad de observaciones más allá de la indicada. Estos errores fueron calculados separadamente por horizontes de mena:

- Para el horizonte laterítico:

$$s_x = 0.027 \text{ y } \delta_x = 2.4\%$$

Después de filtrados los datos, es decir, al eliminar los valores extremos se obtuvo que:

$$s_x = 0.021 \text{ y } \delta_x = 1.94\%$$

- Para el horizonte de Serpentina blanda:

$$s_x = 0.025 \text{ y } \delta_x = 2.7\%$$

Después de excluido los valores extremos se obtuvo que:

$$s_x = 0.019 \text{ y } \delta_x = 2.1\%$$

De las cifras mostradas, todavía se ve claramente la influencia de las grandes desviaciones en los resultados de los cálculos. La precisión se obtuvo para el horizonte limonítico bastante aceptable (Por debajo del 2%), no así para el horizonte serpentinitico (Por encima del 2%), ello se debe a que el horizonte serpentinitico es más heterogéneo que el limonítico, analizado anteriormente y comprobado a través del criterio de Fisher (Bondarenko, 1985), por lo tanto la cantidad de pozos criollos que se realizan para determinar la masa volumétrica de la laterita de balance no debe ser la misma que para determinar la masa volumétrica de la serpentina.

### 3.5 División del yacimiento en grupos homogéneos por tipos litológicos de mena

La masa volumétrica al igual que todos los parámetros y fenómenos tiene sus leyes de distribución, pero sucede que al analizar el método de las funciones aleatorias para el estudio del yacimiento se obtuvo un radio de autocorrelación mucho menor que el paso de la red de muestreo ( $R=240$ ). La red de muestreo de los pozos criollos es de 300 x 300 m.

Este análisis indica que el modelo no puede estar formado por todos los valores de la masa volumétrica de yacimiento, sino que hay que ir a una cierta división (Belete, 1998).

El coeficiente de autocorrelación obtenido fue  $r = 0.67$ , esto demuestra que existe cierto enlace con las coordenadas de los pozos criollos, que no permite que el modelo esté formado por toda la representación espacial de los valores de la masa volumétrica. La tendencia es ir a una cierta agrupación.

Esto obliga a pasar al modelo de las variables aleatorias que es puntual.

Al existir ciertas correlaciones con las coordenadas de los pozos, se justifica entonces la zonificación. Sobre estas bases, si bien no se han aproximado las leyes, se hacen mínimas las desviaciones debido a las fluctuaciones que tiene el parámetro.

Si se considera la variación espacial de la masa volumétrica en condiciones reales, entonces es necesario realizar la agrupación de los datos estadísticos en grupos homogéneos atendiendo a las coordenadas del parámetro, recordando que estas agrupaciones son

procedimientos principales que sirven de instrumentos básicos de generalización de los datos estadísticos.

Las agrupaciones se realizaron en grupos de 5 a 7 muestras representados en el plano (Fig. 3.2).

Después de determinado el valor medio ponderado de cada uno de ellos, la media en general a los 10 subgrupos, fueron representados en un gráfico de control, donde con anterioridad se trazaron líneas que fijaron el valor medio del conjunto general y los intervalos de confianza dados para una probabilidad de 95% y un nivel de significación de 0.05.

Como resultado se obtuvo que los grupos 6, 8 para el caso laterita de balance y 1, 2, 6 para serpentina blanda (Fig. 3.3 y 3.4) se encuentran dentro del intervalo, representando la zona N° 1; a los demás se le repitió el proceso, pero en este caso la línea del valor medio y de los intervalos de confianza fueron trazados con los nuevos valores promedios (Fig. 3.5 a y b) obteniéndose dos zonas más, la N° 2 y la N° 3. El control indica que existe alguna condición estática, y que estamos variando los valores de la masa volumétrica.

Si existe una variación muy grande de los valores de la masa volumétrica, se dice que está fuera de control y por lo tanto pertenece a otro grupo. El gráfico se realizó de la siguiente manera:

En el eje vertical se tiene una escala con los valores observados de la masa volumétrica, en el eje horizontal, a escala, los subgrupos obtenidos. Se trazó una línea horizontal por la media supuesta, y dos líneas paralelas de puntos por encima y por debajo de la línea continua (intervalo de confianza). Si el punto está entre las líneas de trazo discontinuo, se dice que los valores de la masa volumétrica están bajo control, es decir, pertenecen a un grupo; y si está por encima o por debajo, entonces pertenece a otro grupo.

																W
																V
																U
																T
																S
	1.12		1.19		1.3											R
	1.15		0.90	1.05	1.3											Q
1.08	1.43	1.09	1.12	1.39	1.1											P
		1.20	1.54	1.03	1.2									0.92	1.10	O
0.96	1.07	1.15	1.13	1.13	1.3	1.16				0.92	0.93			1.18		N
0.86	1.12		1.16	0.98	1.0	1.33					0.96	0.78		1.04		M
0.93				1.38	1.2	0.95			1.08				1.06			L
1.00	1.02	1.08	1.16	1.15	1.2	1.18	1.35	1.03	1.15	1.19	1.21					K
42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	56	56		

Fig. 3.2 Representación espacial de la masa volumétrica

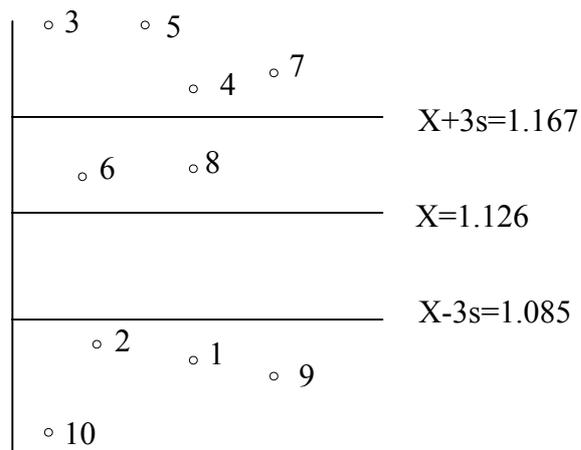


Fig. 3.3 Gráfico de control para la determinación de las zonas de laterita de balance.

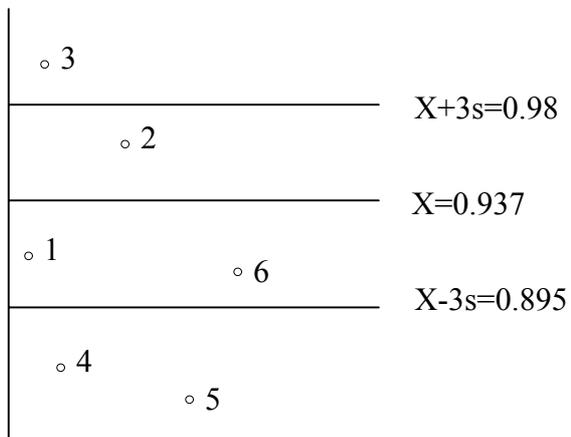
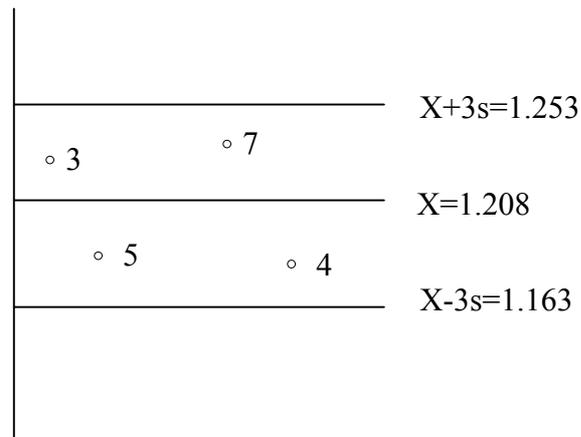


Fig. 3.4 Gráfico de control para la determinación de las zonas de serpentina blanda.

a)



b)

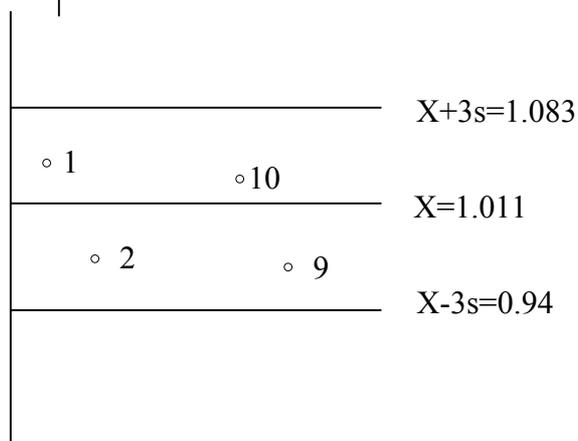


Fig. 3.5 (a y b) Gráficos de control para la comprobación de las restantes zonas: a) para el grupo 2; b) para el grupo 3 de laterita de balance respectivamente.

Las características estadísticas de las zonas por tipos de mena se encuentran en la tabla 3.6, y las zonas obtenidas para ambos horizontes litológicos se muestran en las figuras 3.6 y 3.7.



Para conocer si las zonas elegidas son realmente heterogéneas entre si, o si cabe la posibilidad de unir una zona con otra se comprobó la homogeneidad estadística, aplicando el criterio t de Student para las zonas obtenidas, en las cuales las tres zonas pueden considerarse aproximadamente heterogéneas, dando la posibilidad a la agrupación por zonas ( Por ejemplo, en las zonas 2 y 3 se obtuvo que  $t_{2-3}$  calculado es igual 2.8, y el tabulado es igual  $t_{\alpha} = 1.68$ , se rechaza la hipótesis de que  $t_{2-3}$  es menor que  $t_{\alpha}$ ).

Tabla 3.6 Principales características estadísticas de la distribución de las zonas por tipos de mena

menas	zonas	X	s	A	E	X <sub>cal.</sub>
LB	1	1.022	0.193	0.29	2.9	1.022
	2	1.137	0.1765	0.82	3.25	1.137
	3	1.208	0.2340	0.41	2.61	1.208
SB	1	0.867	0.146	0.30	3.4	0.867
	2	0.915	0.115	0.11	3.18	0.915
	3	1.045	0.204	0.23	2.00	1.045

La división del yacimiento en grupos homogéneos fue comprobada por el método paramétrico de Student para k objetos (Bondarenko, 1985) en la cual la muestra inicial se subdividió en distintos grupos y mediante éstos se calcularon las estimaciones de las medias aritméticas y las varianzas muestrales.

Como resultado de este tratamiento, se pudieron distinguir los grupos estadísticos homogéneos por la magnitud de su masa volumétrica, o bien se demostró que todos los k objetos ( entiéndase por k objeto a los subgrupos del 1-10 vistos en el caso anterior) están caracterizados por la diferencia significativa de los valores de sus masas volumétricas promedios.

De esta manera, la investigación efectuada con los 10 subgrupos de muestras permitió dividir el yacimiento en tres grupos de objetos por el valor medio de la masa volumétrica: el grupo 1 une a los subgrupos 6 y 8 con una estimación de la masa volumétrica promedio de 1.022 ; el grupo 2 el cual está compuesto por los subgrupos 3, 4, 5 y 7 con una estimación de 1.137 y el grupo 3 formado por los subgrupos 1, 2, 9 y 10 con una estimación de la masa volumétrica de 1.208.

Del mismo modo se realizó para la serpentina blanda.

### 3.6 Efecto de la aplicación de las metodologías elaboradas

El efecto se obtuvo en función del volumen calculado y la masa volumétrica obtenida según la zonificación creada. Para ello fue necesario tener en cuenta los datos de la extracción de un año en el yacimiento Punta Gorda, para poder compararlo con los resultados obtenidos con la aplicación de las metodologías propuestas de determinación del volumen de mineral extraído y masa volumétrica mullida (Belete, 1995).

a) Efecto considerado por los errores del levantamiento taquimétrico:

Producción anual de la mina 1 147 748.4 m<sup>3</sup> al año;

Error obtenido en el yacimiento Punta Gorga 3.3%;

Por tanto, 1 147 748.4 \* 0.033 = 37 876 m<sup>3</sup>

Masa volumétrica (promedio de LB y SB)= 1,105 t/m<sup>3</sup> ;

Entonces 37 876 \* 1.105 = 41 853 t.

b) Efecto producido por la aplicación de la filtración de los datos a las cotas altimétricas:

1 147 748.4 \* 0.016 = 18 364 m<sup>3</sup>

18364 \* 1.105 = 20 292 t

Efecto total: 41 853 + 20 292 = 62 145 t en un año.

Si a la diferencia hallada le aplicamos las correcciones por el modelo geométrico estructural (zonificación de yacimiento) de la masa volumétrica para el año analizado se obtiene lo siguiente:

Balance anual del mineral calculado según propuesta del modelo para el año 1994.

Mes	Real minado, t	Según modelo, t	Diferencia, t	%
Enero	128 652	116 075	12 575	9.8
Febrero	128 646	114 931	13 715	10.0
Marzo	113 694	102 154	11 540	10.1
Abril	64 036	60 689	3 347	5.2
Mayo	72 796	67 665	5 131	7.0
Junio	123 927	112 805	11 122	9.0
Julio	146 979	134 909	12 070	8.2
Agosto	83 179	76 799	6 380	7.7
Septiembre	81 947	75 258	6 689	8.2
Octubre	134 946	123 359	11 587	8.6
Noviembre	89 538	81 902	7 636	8.5
Diciembre	99 926	91 379	8 547	8.5
Total	1 268 262	1 157 923	110 339	8.7

Real minado 1 268 262

*Alimentado a hornos* 1 055 736

diferencia 212 526

Según los cálculos realizados en el Yacimiento Punta Gorda, se obtiene una disminución de casi el 50% de la diferencia total anual considerado solo por esta causa.

Conociendo que la excavadora estuvo trabajando en el año que se analiza en los bloques P-51 y P-52 (Fig. 3.6 y 3.7), se aplica la masa volumétrica promedio de la zona homogénea obtenida (para ambos tipos de mena). Como resultado se obtiene una diferencia de 110 339 t con respecto al real minado (1 268 262 t).

A las diferencias obtenidas según modelo (zonificación) se le suman las obtenidas por los errores topográficos (62 145 t) que hacen un total de 172 484 t, que con respecto a la diferencia inicial (212 526 t) se logra disminuir en un 81 % (Ulloa, Belete, 1991).

### Conclusiones del capítulo III

1. De los métodos de filtración de los datos aplicados a los valores iniciales de la masa volumétrica y las cotas altimétricas resulta que el criterio de la desviación normada es más exacto que el de las tres sigmas.
2. Se comprueba que los datos iniciales de la masa volumétrica se aproximan mejor a la distribución gamma que a la normal, demostrado a través de la prueba de la bondad de ajuste (criterio de Kolmogorov-Smirnov, tablas 3.4 y 3.5).
3. En la valoración de la exactitud del cálculo de las características estadísticas generales, según datos empíricos, se demostró que los horizontes de laterita de balance y serpentina blanda, son de diferente precisión, por lo que la masa volumétrica debe determinarse por separado, para cada tipo litológico de mena.
4. Se obtuvo la división del yacimiento en grupos homogéneos por tipos litológicos de mena en las cuales disminuyen las fluctuaciones del parámetro.

## Conclusiones

1. Fue investigada la valoración y control del volumen y masa volumétrica en los yacimientos estudiados reflejando de manera crítica el estado de los trabajos topográficos y el comportamiento de la masa volumétrica. Se pudo establecer que el cálculo de volumen excede de su valor permisible.
2. Se aplicó una metodología para la filtración de los datos iniciales a los valores de la masa volumétrica y de las cotas altimétricas de los puntos en las cuales quedan excluidos los valores extremos. De aquí se deduce que la ley de distribución debe ser determinada después de realizada la filtración de los datos. En base al método elegido fueron determinados:
  - Valores generalizados y de cálculo de la masa volumétrica.
  - Valoración de la exactitud del cálculo de las características estadísticas generales según datos empíricos.
  - Zonificación del yacimiento por tipos litológicos de Mena en los cuales disminuyen las fluctuaciones del parámetro.
3. Se aplicó una metodología para la valoración de la influencia de los errores topográficos cuando se utilizan los resultados del levantamiento taquimétrico en el cálculo de volumen en dos minas de la Unión del Níquel obteniéndose valores que sobrepasan del límite permisible (2,5%).
4. Los errores de la posición de los puntos en la red de levantamiento, de la posición de los puntos del levantamiento taquimétrico y los de la medición de las áreas, no ejercen influencias significativas en la exactitud de la determinación de volumen, a diferencia de los errores de determinación de los contornos de los bordes superior e inferior de los escalones y los de la irregularidad de los perfiles de los taludes que ejercen una influencia mucho mayor.
5. Los errores de la ubicación de los puntos en el plano y los de medición de área surgen debido a las condiciones minero-geológicas y a la tecnología de extracción, y la magnitud de ellos depende ante todo de la distancia entre puntos y de la ubicación correcta del punto en la parte quebrada donde hace cambio de dirección.
6. Se comprueba que en la medida que aumenta el ancho del frente de extracción, aumenta la precisión de las mediciones topográficas, lo que indudablemente influirá de forma positiva en la calidad de la determinación del volumen extraído.
7. Se argumenta científicamente la determinación de los errores cometidos en el levantamiento taquimétrico en estos tipos de yacimientos de estructura variable de yacencia y su influencia en el cálculo de volumen.
8. Fue creada una metodología para la toma de los datos iniciales para calcular volumen cuando se utilizan los resultados del levantamiento taquimétrico.
9. Fue creado un modelo geométrico estructural (zonificación) para la determinación de la masa volumétrica del mineral mullido en los yacimientos lateríticos.

## Referencias bibliográficas

- BELETE FUENTES, O. Influencia de la irregularidad de los perfiles de los taludes en la exactitud de determinación de los volúmenes de masa minera extraída en las canteras. *Revista Tecnológica Serie Níquel*, 1997, 2(1) 4- 8 p.
- BELETE FUENTES, O. *Influencia de los errores de medición de las áreas en la exactitud de determinación de volúmenes de masa minera extraída de las canteras*. Trabajo de evento, Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa, 1988. [inédito].
- BELETE FUENTES, O., LEGRA, A., LORES, M. Automatización del cálculo de volúmenes de minerales útiles. *Revista memoria del evento "MINIMETAL"*, 1991.
- BELETE FUENTES, O., ROSARIO, R. *Comparación técnico económica de métodos computarizados utilizando el taquímetro automático RECOTA con el método tradicional de confección de planos topográficos*. Trabajo de evento, Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa, 1985. [inédito].
- BELETE FUENTES, O. Análisis de los errores topográficos cometidos en la determinación de los volúmenes de masa minera extraída con la utilización de los resultados del levantamiento taquimétrico. *Revista Minería y Geología*, 1995, 12(1) p 49.
- BELETE FUENTES, O., BERNAL, S., GARCIA, L. Determinación de la masa volumétrica en el Yacimiento Moa. *Revista Minería y Geología*, 1996, 13(2) p 53.
- BELETE FUENTES, O. Perfeccionamiento de la determinación del mineral extraído a través del cálculo de volumen y la masa volumétrica. *Revista Minería y Geología*, 1997, 14(2) 35-36 p. [La información que se ofrece es un resumen].
- BELETE FUENTES, O. Vías para la elaboración de los resultados obtenidos de la masa volumétrica en el Yacimiento Punta Gorda. *Revista Memorias del Tercer Congreso Cubano de Geología y Minería*, 1998 56- 59 p.
- BERNAL, S. Determinación de la tendencia de la variabilidad de la calidad de la mena en los bloques de extracción del Yacimiento laterítico de Moa. *Revista Minería y geología*, 1994, 11(1), 43-46 p.
- BONDARENKO, V.N., KOGAN, R.I. *Métodos geoquímicos durante la búsqueda geoquímica de los yacimientos minerales*. Santiago de Cuba: Editorial Oriente, 1985, 182 p.
- BOROVKOV, A. *Estadística Matemática*. Moscú: Editorial Mir, 1986, 325 p.
- BUKRINSKI, V.A. *Geometría del subsuelo*. Moscú: Editorial Nedra, 1985, 527 p.
- CHAIKÓ, B.A. *Análisis de la exactitud de determinación de los volúmenes de escombro durante la explotación de los yacimientos a cielo abierto*. CB. 64, Leningrado: VNIMI, Facultad de Topografía, 1969.
- CHAIKÓ, B.A. *Análisis de los métodos de determinación de los volúmenes de extracción de masa minera en canteras y vías para su perfeccionamiento*. Trabajo presentado en opción al grado científico de Dr. en ciencias técnicas. Leningrado: Facultad de Topografía, 1971.
- Las Estaciones Totales. Sistema de posicionamiento Global (GPS)*. Trimble, 1995.
- GARI, A. *Informe sobre los resultados del laboreo de pozos criollos en la mina Pinares de Mayarí*. SDM, Nicaro, 1985.
- Geotracer System 2000. Post processing Software, Geotronics AB*, Dandeyd, Sweden, 1994.
- Global Surveying Post processor. GSPIA, for Windows<sup>TM</sup>*. Sokkia Co. LTD, Japón, 1993.
- GPS SYSTEMS INC*. Edmonton, Canadá, 1996.
- LEGRA, A., SILVA, O. Interpolación lineal en  $R^n$  a partir de su relación con el Kriging. *Revista "Memorias del Tercer congreso Cubano de Geología y Minería"*. La Habana, 1998.

- LEGRA, A. Triangulación óptima de redes arbitrarias mediante un algoritmo iterativo y estimación de mediciones geólogo-mineras a partir de la misma. *Revista "Memorias del Tercer Congreso Cubano de Geología y Minería"*. La Habana, 1998.
- LEGRA, A. *VOLUAREA, versión 1.0*, Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa, 1995.
- LEGRA, A. Sobre la exactitud de los resultados de los cálculos de volúmenes Geólogo-mineros en la industria del Níquel. *Revista Tecnológica serie Níquel*, 1998, 3(3).
- MATHERON, G. Principes of geostatistics. *Economy Geology*. 1963, 56 146-166p.
- PEREGUDOV, M.A. *Trabajos topográficos y mineros en canteras y minas*. Moscú: Editorial Nedra, 1980.
- PEREZ, A.R. *Comparación de los resultados de las determinaciones de pesos volumétricos calculados por dos métodos diferentes en los yacimientos ferroniquelíferos de cortezas de intemperismo y su futura aplicación práctica*. Trabajo de evento, Instituto Superior Minero Metalúrgico, 1984, [inédito].
- POLANCO, A.R. *Establecimiento de las clases de menas según índices tecnológicos en los yacimientos lateríticos*. Trabajo de evento, Instituto Superior Minero Metalúrgico, 1996, [inédito].
- RODILES, F., CHIVUNICHEV, C.H. Determinación de los volúmenes de escombro removido en la Mina Moa utilizando métodos fotogramétricos. *Revista Minería y Geología*, 1986,(1) 73-82 p.
- RODRÍGUEZ, H. *El peso volumétrico de las menas lateríticas, una propiedad de los horizontes litológicos de la zonación vertical de la corteza de intemperismo*. Archivo EGS, Santiago de Cuba, 1984.
- RODRÍGUEZ, C.A. *Prospección y exploración en las cortezas de intemperismo sobre ultramañitas en Nicaro y Pinares de Mayari*. Tesis presentada en opción al grado de Dr. en Ciencias Geológicas, 1990.
- RODRÍGUEZ, C.A. *Cambio del intervalo de perforación y muestreo para la exploración detallada del yacimiento ferroniquelífero cobáltico Levisas*. Instituto Superior Minero Metalúrgico, [Inédito].
- ROJAS, A. *Principales fases mineralógicas de níquel en los horizontes lateríticos del Yacimiento Moa*. Resumen de la tesis presentada en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Geológicas.
- SANCHEZ, R.A., TORRES, D. *Estadística Elemental*, La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1986.
- SERGEEVA, E.M. *Teoreticheskie osnovi inzhenernoi geologii. Mexaniko-matematicheskie osnovi*. Moskva: Editorial Nedra, 1986.
- SHAHALYGUIN, A.C., PALAGUIN, Y.I. *Métodos aplicados de la modelación estadística*. Leningrado: Editorial Construcción de maquinaria, 1988.
- TSBIETKOV, E.I. *Fundamento de la teoría de las mediciones estadísticas*: Editorial Energoatom, 1986.
- VERA, Y.A. *Introducción a los yacimientos de Níquel cubanos*. La Habana, 1979.
- ULLOA, M., BELETE, O. Efecto económico de las medidas aplicadas para la explotación racional de los recursos minerales y la conservación del medio ambiente. *Revista memoria del evento MINIMETAL*, 1991.

## Bibliografía

- BELETE FUENTES, O. *Análisis de las condiciones geológico-mineras de yacencia de las serpentinas del Yacimiento Moa como base para elaborar su tecnología de extracción*. Departamento de Minería, Instituto Superior Minero Metalúrgico, 1986, inédito.
- BELETE FUENTES, O., MATOS, I., ORTIZ, D. *Influencia de las pérdidas de mineral útil en el rechazo*. Departamento de Minería, Instituto Superior Minero Metalúrgico, 1992, [inédito].
- BERGUES, G.P. *Estudio de las propiedades físicas el yacimiento Moa Oriental según grupos homogéneos*. Archivo técnico Empresa Geología Santiago, 1989.
- BERNAL, S., et al. Particularidades del establecimiento de la componente casual de la variabilidad. *Revista Minería y geología*, 1989.
- BESPALOV, N.A., GOLUPSOV, A.I., SINDEVEY, A. *Métodos económico-matemáticos en la realización de los trabajos topo-geodésicos*. Moscú: Editorial Nedra, 1983. 552 p.
- BOLSHAKOV, V., GAIDAEV, P. *Teoría de la elaboración matemática de mediciones geodésicas*. Moscú: Editorial Mir, 1989.
- BRAVO, F., SÁNCHEZ, S.E., LEPIN, O.U. Algunas consideraciones sobre la utilización del coeficiente de probabilidad estadística en la elección de la densidad óptima de las redes de exploración. *Revista Minería y Geología*, 1984, ( 1) 141-150 p
- BRAVO, F. Investigación y fundamentación de la metodología de la geometrización de explotación de los yacimientos lateríticos cubanos (visto en el caso concreto del yacimiento Moa y Nicaro). Trabajo presentado en opción al grado científico de Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de topografía, 1984.
- DAVIS, J.C. *Análisis de los datos en geología*. Moskva: Editorial Nedra, 1989.
- DMITREV, V.I. *Teoría de la información aplicada*. Moscú: Editorial Mir, 1991.
- FERRERA, A.N., MATOS, S.A. Perfeccionamiento del método de control de escombros en las canteras niquelíferas de Moa. *Revista memoria del evento Geología, Minería, Metalurgia.*, 1993.
- GOMEZ, I.L., PAVON, O., CASTILLO, L. *Determinación de los pesos volumétricos de los yacimientos niquelíferos de Nicaro y Pinares de Mayarí*. Archivo técnico Empresa René Ramos Latour. Nicaro, 1988.
- GPS Word 'News and applications of the global positioning systems:* .Editorial ASTEC, Sunnyvale, USA, 1994.
- Instrucciones técnicas para la realización de los trabajos topográficos y mineros*. Leningrado, 1973.
- Instrucciones Técnicas para la realización de los trabajos topográficos de Geocuba*.
- KAZHDAN, A.B. *Búsqueda y exploración de yacimientos minerales, realización de los trabajos geológicos de exploración*. Moscú: Editorial Nedra, 1985, 285 p.
- KONGRAUZ, B.S. *Indicaciones metodológicas para la determinación de los volúmenes de masa minera extraída en canteras*. Leningrado, 1969.
- KVETNI, R.N., MALIKOV, V.T. Teoría de la información de las mediciones del modelo al objeto. *Matemática Cibernética*, 1988, (7)
- LEGRA, A., TRUJILLO, R. *Algoritmo para la obtención del spline K-cúbico natural*. Trabajo presentado en el evento COMPUMAT 97, 1997.
- Manual de teoría de las probabilidades y estadística matemática*. Moscú: Editorial Nedra, 1981.

- MYERS, D.E. "Interpolation and Estimation with spatially located data". *Chemometrica and Intelligent Laboratory Systems II*, Amsterdam: Elsevier Science Publisher B, 1 1991.
- POTUONDO, D.R. *Procesamiento de datos experimentales*. La Habana: Facultad de Física, 1988.
- RADIANOV, A. *Manual de los métodos matemáticos en la geología*. Moscú: Editorial Nedra, 1987.
- REBORIDO, F.J., PEREZ, A.R. *Estudio comparativo de los pesos volumétricos en yacimientos lateríticos cubanos*. Moa: Instituto Superior Minero Metalúrgico, [inédito].
- ROCHE, A. *Estadística en las ciencias geológicas*. La Habana: Editorial. ISPJAE, 1989.
- RODRÍGUEZ, R.H. *Premisas geológicas para la automatización integral de los trabajos de prospección de yacimientos niquelíferos de intemperismo*. Tesis presentada en opción al grado científico de Dr. en Ciencias Geológicas., 1990.
- RODRÍGUEZ, R.H., RODRÍGUEZ, A.. Distribución del níquel en los yacimientos cubanos. *Revista Tecnológica*.1987, 17(3) 19-26 p.
- ROJAS, P.L., CARBALLO, P.A.. Valoración mineralógico-económica del material de rechazo de la planta de preparación de pulpas del Yacimiento Moa. *Revista Tecnológica*, 1997,(1).
- ROSENTAL, M., STRAKS, M. *Categorías del materialismo dialéctico*. México: Grijalbo, 1985.
- SABTAN ABDULLAH. "Numerical Techniques in Reservoir Capacity Evaluation". *Quartely Journal of Engineering Geology*, 26, 1993.
- SERRANO, G.F. No confirmación de reservas de categoría B en yacimientos lateríticos. *Revista memoria del evento "Conferencia Internacional de Geología, Minería y Metalurgia"*, 1993.
- SURFER, *Surface Mapping System, versión 5.00*. Golden Sobotware, Inc., Mar, 1/1994.
- TIMOFENKO, E.P., RILOV, A.P. *Gornaia Geometria*, Moskva: Editorial Nedra, 1987.
- TRUNIN, A.P. ABSTBSATOROV, E.L. KORABLEV, O.P. *Trabajos de aerofotolevantamientos en mina a cielo abierto*, Moscú: Editorial Nedra, 1979.
- ULLOA, C.M., BELETE, O. Fundamentación económica de la determinación del nivel de pérdidas y empobrecimiento del mineral útil y su relación con la protección del medio en los yacimientos niquelíferos de Moa. *Revista CNIC*, 1990, 21(3)
- Your GPS Source*. Nautech, Seminars & Bookstore, Virginia, USA, 1994.