REPÚBLICA DE CUBA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR
INSTITUTO SUPERIOR MINERO – METALÚRGICO DE MOA
"DR. ANTONIO NUÑEZ JIMENEZ"
FACULTAD DE GEOLOGÍA – MINERÍA
DEPARTAMENTO DE MINERÍA

Procedimiento complementario para el ajuste de redes espaciales GPS con el empleo del sistema Leica Geo Office 7.0.

Tesis en opción al título de Master en Topografía Minera.

Autor*:* ***Ing. Miguel Ramón Font González***

Tutor: ***Dr.C. Jorge García Díaz***

Moa, 2012
"AÑO 54 DE LA REVOLUCIÓN"

RESUMEN

En la práctica geodésica se aprecia la necesidad de una herramienta para el ajuste de redes espaciales GPS teniendo en cuenta la existencia de mediciones redundantes. La inexistencia de procedimientos con ejemplos prácticos sobre la tarea de ajustes geodésicos en la minería, provoca una utilización deficiente del sistema de cálculo y ajuste Leica Geo Office 7.0.

La presente tesis tiene como objetivo principal elaborar un procedimiento para introducir en el proceso productivo de GEOCUBA Oriente Norte el ajuste de redes espaciales GPS con el uso del sistema Leica Geo Office 7.0. Se realizó un estudio del estado del ajuste de redes GPS internacionalmente y en Cuba mediante el análisis de 49 fuentes bibliográficas.

Durante la investigación se profundizó en el análisis teórico del ajuste de redes GPS por el método de los Mínimos Cuadrados, se hace referencia al procedimiento básico para solucionar la tarea de ajuste, se aborda la forma de elección de las incógnitas, así como la elaboración de las ecuaciones paramétricas de enlace y las ecuaciones de corrección. Especial atención se le prestó a la elección de los pesos de las mediciones, a la formación de de las ecuaciones normales y al cálculo de las incógnitas hasta la obtención de las coordenadas ajustadas. Se profundizó en el cálculo de las elipses de error.. Se propone la realización del ajuste mediante el módulo MinCuad sobre plataforma MATLAB.

Finalmente se obtuvo como resultado una red espacial GPS ajustada de la fábrica en construcción Ferroníquel Minera S. A utilizando el sistema Leica Geo Office 7.0, el método manual y el módulo MinCuad sobre plataforma MATLAB, además se realizó la comparación de los tres métodos y por último se obtuvo como síntesis de todo el análisis el procedimiento para el ajuste de redes espaciales GPS con el empleo del sistema Leica Geo Office 7.0.

INTRODUCCIÓN

Algunos sinónimos de ajustar son: amoldarse, acomodarse a, encajar, compensar y concordar. (Bolshakov & Gaidayev 1989) exponen su criterio acerca de la necesidad del ajuste de la forma siguiente: “la existencia de magnitudes medidas excedentes y la inevitabilidad de los errores pequeños en las mediciones, los que constituyen el prerrequisito y la causa de la aparición de la tarea de la compensación.

Las técnicas de medición contemporáneas se inscriben ahora en un entorno dinámico-espacial, lo cual permite resultados muy precisos en tiempos relativamente cortos en comparación con los métodos tradicionales, en particular el Sistema de Posicionamiento Global (GPS), que en la década de los noventas ha venido a revolucionar la tecnología de medición geodésica sustituyendo ventajosamente a los métodos de posicionamiento astronómico, triangulación, trilateración, poligonometría, aplicados hasta fechas recientes para conformar la Red Geodésica Estatal.
Los modernos equipos de medición disponibles en la actualidad, tales como distanciómetros electromagnéticos, estaciones totales y el posicionamiento vía satélite han contribuido a superar en por lo menos un orden de magnitud, la precisión del Datum Norteamericano de 1927 o NAD27, la que está establecida en las Normas Técnicas para Levantamientos Geodésicos actuales.

Ante la nueva tecnología y conceptos modernos de Geodesia, la Topografía impone a la tecnología desarrollarse, y así van de las manos las dos (Belete 2008). La Geodesia y la Topografía no escapan a la necesidad de ajustar magnitudes medidas. El tratamiento de las observaciones topográficas con cálculos altimétricos o de coordenadas mediante procedimientos como las triangulaciones han sido tradicionalmente objeto de estudio. Los manuales clásicos de topografía se dedican, a describir sistemas más o menos ingeniosos, para analizar, compensar y corregir los errores en las observaciones, pero no abordan el ajuste de redes espaciales GPS por lo que ello tiene una gran actualidad.

SITUACIÓN PROBLEMICA

Con la introducción de la computación en las diferentes ramas del saber el ajuste ha evolucionado hacia formas automatizadas de cálculo. Las empresas internacionales productoras de programas para el ajuste de redes de cualquier tipo monopolizan los códigos de los mismos, por lo que los usuarios no interactúan con el programa para la selección de la mejor variante por lo que se transforman en espectadores, que hacen uso de estas herramientas de forma mecánica obteniendo resultados qué no siempre son satisfactorios, ya que se limitan a seguir instrucciones preconcebidas sin que medie proceso analítico alguno incurriendo en gastos indeseados de recursos y tiempo. En la Empresa GEOCUBA Oriente Norte fue adquirido el programa de ajuste Leica Geo Office 7.0 el cual sobre la base de lo antes planteado se explota deficientemente, es por ello que **el problema de investigación es la necesidad de elaborar un procedimiento complementario que permita perfeccionar la explotación del programa Leica Geo Office 7.0**.

OBJETO DE INVESTIGACIÓN

El procesamiento matemático de las redes geodésicas en 3D.

CAMPO DE ACCIÓN

Ajuste de las redes espaciales GPS.

OBJETIVO GENERAL

Elaborar un procedimiento complementario para el ajuste de redes espaciales GPS que perfeccione la explotación del sistema Leica Geo Office 7.0. con vistas a introducirlo en el proceso productivo de GEOCUBA Oriente Norte.

HIPÓTESIS

Si en el proceso de ajuste de redes espaciales GPS se considera la selección de los parámetros más adecuados y sus mejores valores, entonces se puede

elaborar un procedimiento complementario al sistema Leica Geo Office 7.0 que permita lograr la explotación eficaz de esta herramienta y con ello alcanzar una mayor prontitud, precisión y coherencia en el análisis matemático de los resultados obtenidos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Analizar el estado actual de la temática a nivel internacional y en cuba
2. Examinar teóricamente el estado y la situación actual del ajuste de redes GPS.
3. Caracterizar la aplicación del método de los Mínimos Cuadrados para la realización del ajuste de redes tridimensionales GPS.
4. Determinar los parámetros más adecuados del ajuste, sus mejores valores y detallar teóricamente el algoritmo para la solución del procedimiento desarrollado.
5. Validar el procedimiento complementario desarrollado.

MÉTODOS A EMPLEAR EN LA INVESTIGACIÓN

En la investigación se utilizaron métodos teóricos:

Histórico-lógico: Se utilizará para la revisión y análisis de los documentos y definir los principales antecedentes y fundamentos de los métodos de ajustes de las redes geodésicas.

Análisis y síntesis: Para revelar la actualidad del problema que se investiga, analizar los datos existentes e informaciones relacionadas con el ajuste de las redes geodésicas

Hipotético-deductivo: Se empleará para proponer la hipótesis inicial a partir de la experiencia acumulada en el tema, así como para deducir los resultados esperados y verificar su nivel de cumplimiento. Al final de la investigación la hipótesis debe demostrarse o refutarse.

APORTES DE LA INVESTIGACIÓN

Procedimiento complementario para el ajuste de redes espaciales GPS con el uso del sistema Leica Geo Office 7.0 con vistas a introducirlo en el proceso productivo de GEOCUBA Oriente Norte.

ACTUALIDAD DEL TEMA:

El ajuste de las redes espaciales GPS es un tema de mucha actualidad ya que esta moderna tecnología irrumpe con mucha fuerza en la práctica geodésica y cartográfica de nuestros días. En Cuba la utilización de la técnica GPS es incipiente, sólo unas pocas empresas las poseen por lo que es muy importante prepararse de antemano para su uso generalizado.

El uso del GPS en la economía cada día es más frecuente y masivo. Por la propia naturaleza de la tecnología surgen mediciones redundantes, por lo que es sumamente actual el ajuste correcto de estas mediciones. En Cuba, cuando se trata de ajustar redes tridimencionsles desafortunadamente se cuentan con pocas experiencias.

LÍMITES DE LA INVESTIGACION:

La introducción en el proceso productivo de GEOCUBA del procedimiento de ajuste de redes espaciales GPS en la minería con el empleo del sistema Leica Geo Office 7.0.

BASES TEÓRICAS:

1. Teoría de la elaboración matemática de mediciones geodésicas.

BASES PRÁCTICAS:

1. Ajuste de redes geodésicas en el polígono geodinámico de Santiago de Cuba. 1982 – 1995.
2. Ajuste de red espacial en proyecto Ferroníquel Minera S.A.
3. Ajuste de red espacial en el proyecto Prospección petrolera en Matanzas.

METODOLOGÍA EMPLEADA EN LA INVESTIGACIÓN

1. Revisión bibliográfica
2. Búsqueda en sitios especializados de Internet
3. Estudio de la bibliografía existente en distintos soportes (revistas, artículos, libros de textos etc.)
4. Profundización en el estudio del funcionamiento del sistema Leica Geo Office 7.0
5. Búsqueda y selección de una red espacial para realizar el ajuste y modelación con los parámetros determinados.
6. Análisis de la red y su ajuste. Determinación de los parámetros del ajuste y modelación de la red con los parámetros determinados.
7. Obtención de un procedimiento para el ajuste de las redes espaciales con el empleo del sistema Leica Geo Office 7.0.

COMPOSICIÓN DEL TRABAJO.

El trabajo consta de una introducción, 3 capítulos, conclusiones, recomendaciones y 1 anexo.

Capítulo I se hace un análisis de las investigaciones realizadas acerca de este tema, se analizan los antecedentes y su actualidad, además de hacer referencia a algunos fundamentos teóricos para la mejor comprensión de la investigación.

Capitulo II. En este capítulo se realiza un análisis teórico del estado y situación actual del ajuste de redes GPS. Se caracteriza la aplicación del método de los Mínimos Cuadrados para la realización del ajuste de redes tridimensionales y se detalla teóricamente el algoritmo para la solución de la tarea de ajuste.

Capítulo III. En el capítulo se argumentan y plantean las bases metodológicas del nuevo procedimiento de cálculo para el ajuste racional de las redes GPS. Se describe el procedimiento y se dan las indicaciones para la aplicación del mismo. Se realiza el estudio del caso de aplicación del nuevo procedimiento de cálculo para el ajuste en la red tridimensional de la Fábrica en construcción Ferroníquel Minera S.A.

CAPÍTULO I. ESTADO ACTUAL DEL PROBLEMA. FUNDAMENTOS TEÓRICOS.

I.1 Introducción

El incremento de los niveles de producción conlleva a la búsqueda de nuevos equipos y programas de trabajo encaminados al perfeccionamiento de los cálculos del ajuste así como la reducción del tiempo empleado y el aumento de la calidad de los resultados. Entre los principales objetivos de las empresas Socialistas se encuentran el lograr una correcta armonía entre la producción, la calidad y los recursos que se emplean para obtener la misma, con un alto grado de eficacia. El Perfeccionamiento Empresarial exige a las organizaciones, cambios de modelos en función de lograr un alto grado de eficiencia.

El incremento de la calidad y la productividad de las diversas herramientas utilizadas para realizar los cálculos se ven afectadas por la guerra económica que lleva a cabo Estados Unidos contra nuestro país y por la política de las empresas internacionales productoras, que para burlar el bloqueo imponen mayores precios y fechas de caducidad de sus productos cada vez menores lo que obliga a adquirir con mas frecuencia las licencias de autorización para su uso.

El Grupo Empresarial GEOCUBA como práctica común ha adquirido programas para el ajuste de redes y de este modo conferirle mayor calidad a los cálculos que realizan sus especialistas, pero no ha sido suficiente ya que es de vital importancia además, la correcta explotación de estos medios de trabajo, lo cual no es siempre posible puesto que los programas profesionales tales como el GEOGPS, GEOLAB, SKI, etc, cumplen sus funciones a cabalidad, procesando la información y obteniendo los resultados en un tiempo relativamente corto, todo esto con gran fiabilidad. Sin embargo estos no aportan nada de forma objetiva para nuestro conocimiento, pues constituyen cajas negras de muy difícil acceso, a no ser los resultados obtenidos que

después se pueden valorar, comparar, analizar para posteriormente dar algún criterio.

I.2 Análisis bibliográfico

Durante el desarrollo de la investigación se consultaron un total de 49 materiales bibliográficos, de los cuales, en la investigación sólo se citan los que en mayor medida sirven de base para la realización de la misma. Esta se orientó en dos direcciones fundamentales, la información relacionada con el enfoque teórico y metodológico del estudio a realizar y los trabajos que sobre el tema desde el punto de vista técnico y práctico se han llevado a cabo, internacionalmente y en cuba, constituyendo todos, una valiosa información.

I.3 Estado actual de la problemática internacionalmente.

Rodríguez- Jordana 2002. Aborda el tema del ajuste de las observaciones por el método de los mínimos cuadrados con aplicaciones a la topografía, reconoce que la literatura sobre el tema es escasa y poco asequible. No contempla el ajuste de redes espaciales GPS.

Fosticov A. A et al 1998. Explica la forma de amarre geodésico de fotos aéreas con ayuda de los sistemas de navegación satelitales para la creación de planos catastrales, pero no aborda el tema con profundidad, solo refiere que utilizan para el ajuste de redes GPS programas provenientes de la firma ASTECH.

Geracimenko & Shestakov. **2002** Realizan un análisis acerca de la precisión de las mediciones realizadas con GPS. Plantea la no aleatoriedad de las mediciones pero no aborda el tema del ajuste.

Maksitov B. G et al. 2002 Proponen un método para la determinación de la desviación de la línea vertical con la utilización de la constelación GPS y GLONASS de forma conjunta y concluyen que los resultados obtenidos son inferiores a los 2-3” de error. No hacen referencia al ajuste de redes espaciales.

Sheratov F. B et al. 2002 Realiza el cálculo de los errores obtenidos en la posición de puntos ubicados a largas distancias entre sí utilizando receptores

GPS, concluye que para que la precisión sea representativa deben de realizarse las mediciones en periodos de tiempo que garantice el cambio de las condiciones climáticas. No hace referencias al ajuste de redes.

Gurin C. 2002 Explica la forma de determinar las ambigüedades de ciclos completos en la medición de faces relativas por medio de GLONASS/GPS. Geodesia y Cartografía. No hace mención al ajuste de redes.

Trefilova, H.B. 2002. Determina el error entre las coordenadas de los puntos de control previamente establecidos y posteriormente determinados con receptores GPS llegando a la conclusión que los errores son inferiores a 2 mm. No mencionan el tema del ajuste de redes.

No es posible en la actualidad hablar de cálculo y ajuste de mediciones topográficas y geodésicas sin mencionar varios software utilizados en el área internacional a tales efectos, entre los más utilizados se encuentran el LISCAD (1D, 2D), GeoLab (3D), LEICA Geo Office 7.0 (LGO,3D), SKI (Move 3) (3D), BERNESE (3D). Los manuales de usuarios de estos programas constituyen la principal bibliografía existente en la actualidad para el estudio de ajuste.

Manual de usuario del software LISCAD: se compone de tres módulos principales, ellos son:
1. Editor de Recursos (Creación, edición y actualización de símbolos topográficos).

2. ETI (SEE) Entorno de Topografía e Ingeniería. Dibujo primario.

3. LISCAD “Herramientas auxiliares para Dibujo del Levantamiento Topográfico“con salida para AutoCAD y MicroStation.

Este sistema además resuelve varias tareas geodésicas como son:

1. El ajuste de poligonales.
2. El ajuste de redes geodésicas.
3. La determinación de volúmenes.

El panel central de LISCAD para ejecutar la tarea de Ajuste de Poligonales (2D) es el módulo “ETI (SEE) Entorno de Topografía e Ingeniería”, el cual cuenta con el ambiente según figura 1.

Ambiente de trabajo del LISCAD.

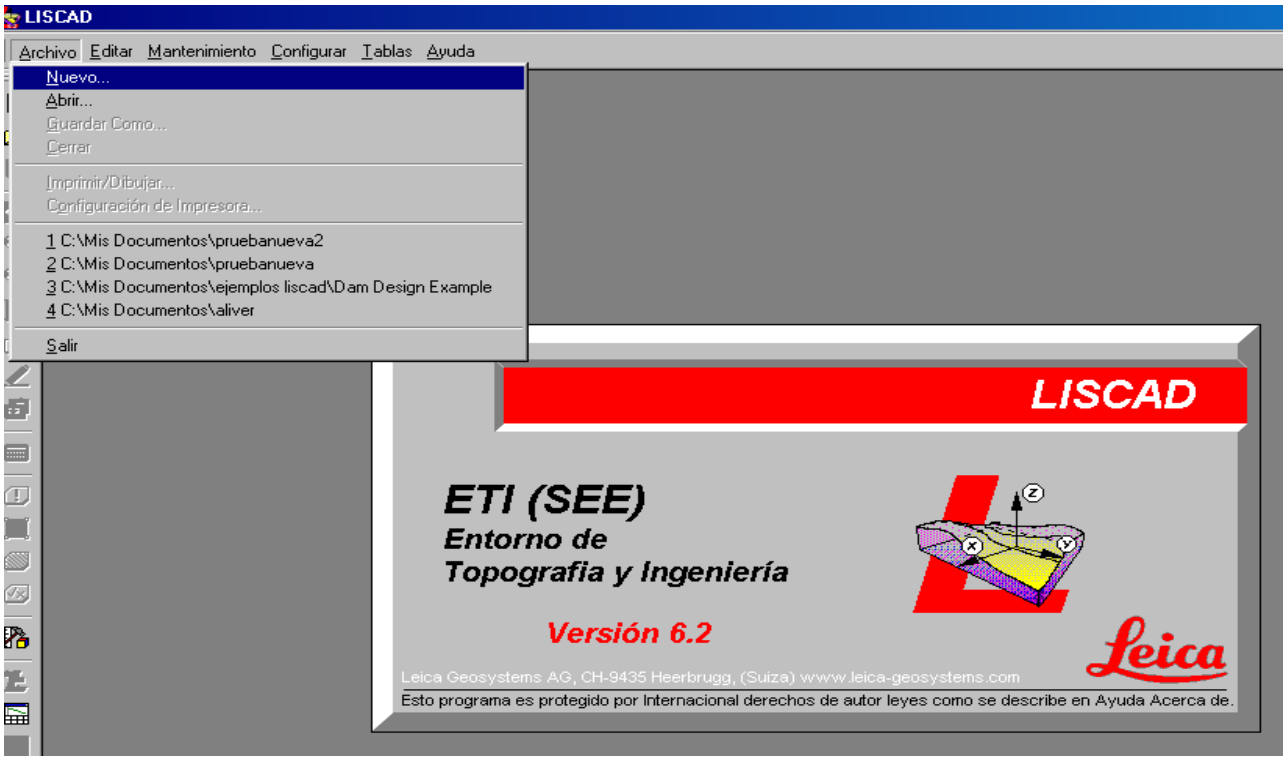


Figura 1. Ambiente de trabajo del programa LISCAD (Tomado del manual de usuario).

Luego de la preparación inicial se configura el proyecto en la opción “Configurar“del ambiente “LISCAD” donde se definen unidades de medida, colores de fondo, tabla de símbolo y sistemas de coordenadas entre otros parámetros.

Configuración del proyecto.

Figura 2. Ambiente del programa LISCAD para configurar el proyecto (Tomado del manual de usuario).

Los datos iniciales de la poligonal se introducen de la forma siguiente: las coordenadas de los puntos iniciales y finales de la poligonal se destacan en color rojo, los ángulos se introducen con el formato “ggg,mm.sssss” para lo cual previamente debe haberse configurado hasta que lugar decimal se trabajaran los segundos, las distancias se introducen en metros hasta el milímetro.

El software LISCAD tiene como ventaja que es de fácil manipulación y que posee un crack que posibilita su aplicación libremente; como desventaja tiene que solo realiza el ajuste en una y dos dimensiones (1D y 2D) por lo que no se puede utilizar para el ajuste de redes espaciales GPS.

Manual de usuario del software SKI: Este programa se puede decir que es el precursor del LeicaGeo Office, fue elaborado por la firma Leica Geosystems AG en 1998, una vista del ambiente general con la llave instalada se muestra en la figura 3. Cuando no tiene llave no se muestran las opciones “***Data***

Procesing”,”***Adjusment”y“DatumMap***”.

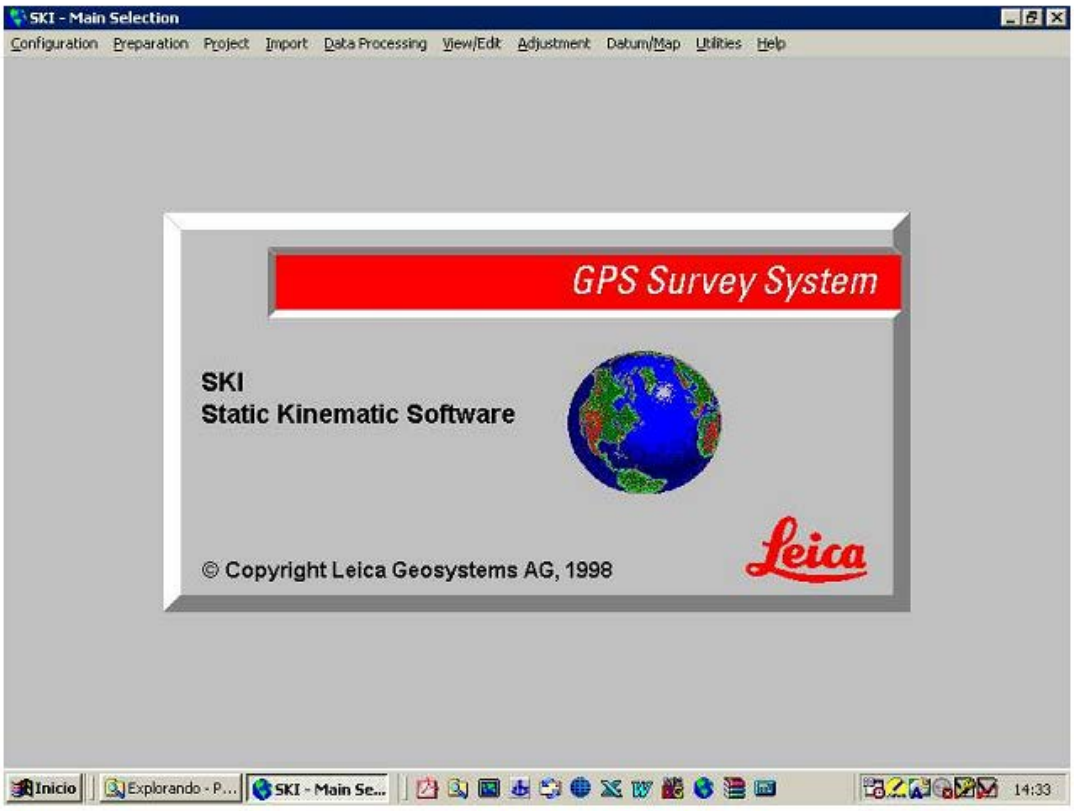


Figura 3. Ambiente de trabajo del Sofware SKI (Tomado del manual de usuario).

En el menú principal que se muestra en la barra superior se escoge la opción “Adjusment” para la realización del ajuste.

Este sistema permite una correcta planificación de los intervalos de tiempo propicios para realizar las mediciones teniendo en cuenta los satélites que participarán en la medición como se puede apreciar en la figura 4.

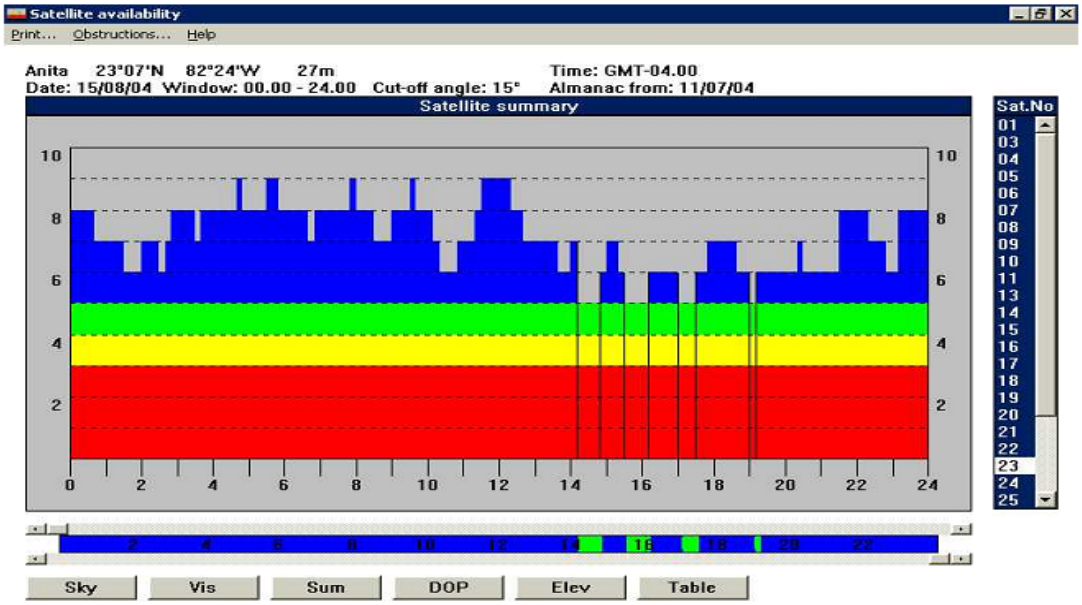


Figura 4.Disponibilidad de satélites en la estación Anita.

En la figura anterior se muestra que el mejor intervalo de medición es de 6:00 AM a las 8:00 AM pues es el momento de mejor cobertura de los satélites y del mejor GDOP (Geometric Dilution of precission-Degradación Geométrica de la Precisión)

Este sistema tiene como ventajas el ambiente sencillo y ameno, de fácil interacción con el usuario así como la posibilidad de planificar el horario de las mediciones para optimizar recursos además permite el ajuste tridimensional. Como desventajas podemos citar la necesidad de licencias (llaves) para su uso lo que limita mucho su utilización.

Manual de usuario del Software GeoLab. El nombre GeoLab proviene de las palabras inglesas" **Geo**detic **Lab**oratory". La función primaria de GeoLab es el ajuste por el método de los mínimos cuadrados de redes de observaciones (mediciones), ajuste final de coordenadas, y evaluación detallada de las mediciones y las coordenadas. GeoLab utiliza ángulos, distancias y elevaciones o alturas para el ajuste así como coordenadas GPS e incrementos de coordenadas.

El GeoLab al realizar el ajuste determina el valor de los residuales estadísticamente. Por ejemplo, si los ángulos de un triángulo fueron medidos y su suma difiere de 180 grados, GeoLab calcula las correcciones para cada

ángulo por el método de los mínimos cuadrados teniendo en cuenta la geometría de la red.

El ambiente general de trabajo de GeoLab se muestra en la figura 5.

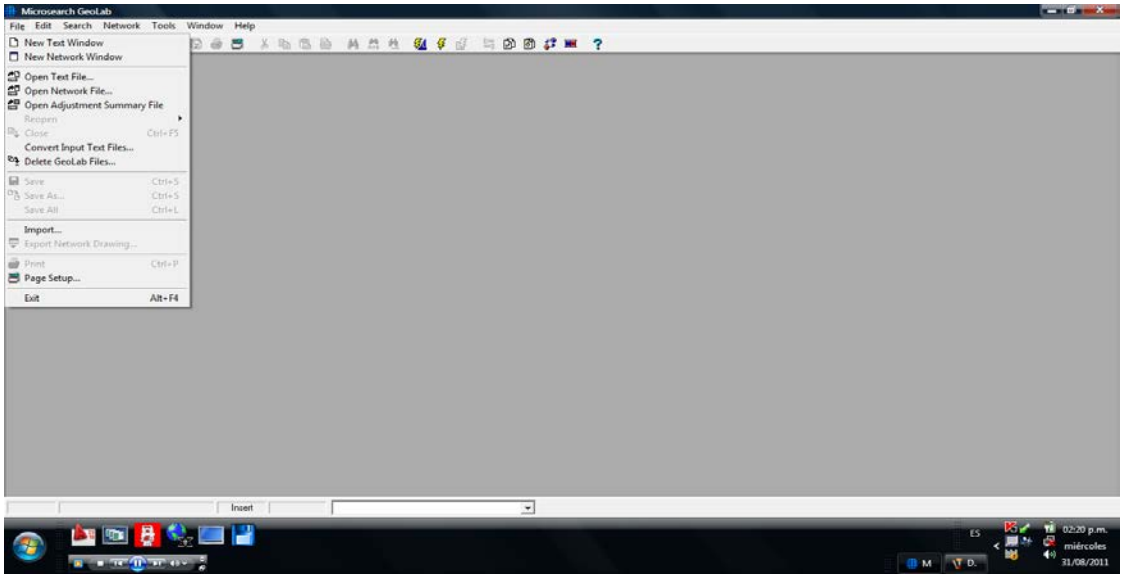


Figura 5.Ambiente general de trabajo del software GeoLab (Tomado del manual de usuario).

Bondades del software GeoLab.

- Ajuste por mínimos cuadrados de redes tridimensionales de cualquier tamaño,
- Universal, puede procesar mediciones heterogéneas,
- Preanálisis (simulación) de cualquier tipo de red,
- Número ilimitado de estaciones u observaciones para ajustar,
- Posibilita la impresión de los gráficos de la red a cualquier escala razonable,
- Soporta cualquier cantidad de proyecciones tanto para el ajuste como para cualquier tipo de simulación,
- Soporta cualquier cantidad de modelos de geoide tanto para el ajuste como para cualquier tipo de simulación,

- Creación de modelos de geoide,
- Importa datos virtualmente de cualquier formato de texto,

La principal desventaja del software GeoLab es que tiene un uso limitado a través de llaves que deben ser adquiridas a altos costos y con fechas de vencimiento que limitan aún más su uso.

Manual de usuario del Software Leica Geo Office 7.0. El software LGO es un sistema que ajusta las redes espaciales GPS (3D) por el método de los mínimos cuadrados al igual que los demás programas descritos.. El programa LGO se puede configurar como instalación completa para trabajar con proyectos GPS, TPS y de Nivel o como instalación terrestre para trabajar únicamente con proyectos TPS y de Nivel.

También es posible configurarlo para trabajar con las herramientas básicas de los instrumentos del Sistema 1200 (GPS, TPS), BUILDER, TPS 300, TPS 400, TPS 700, TPS 800 y los instrumentos TPS1100, las series TPS 1000 y los niveles DNA y SPRINTER.

El ambiente general de trabajo de este programa es el que se muestra en la figura 6.

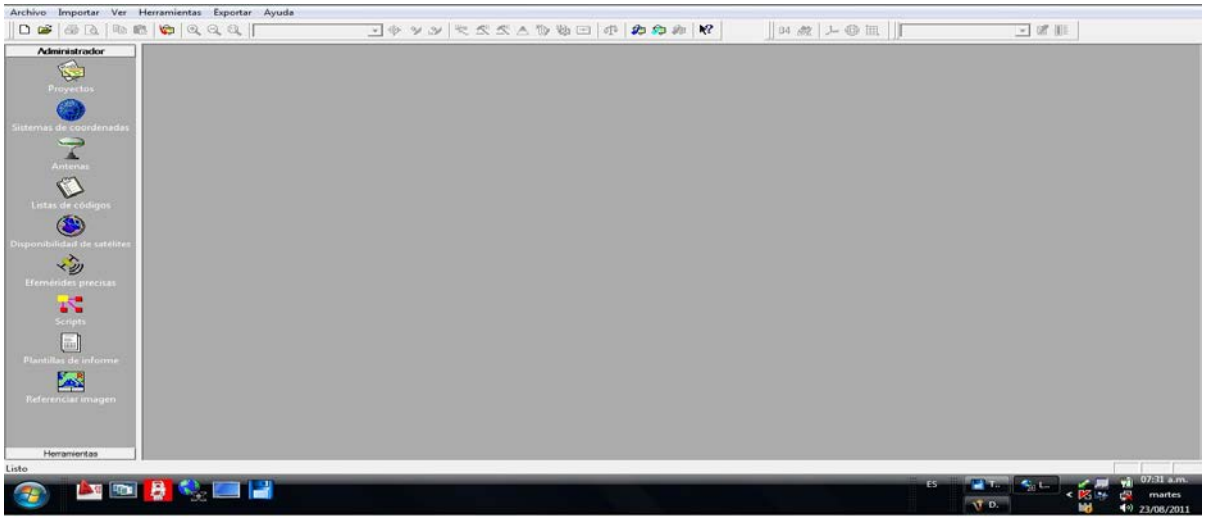


Figura 6. Ambiente general de trabajo del software Leica Geo Office 7.0

Un proyecto se forma por un conjunto de datos que están relacionados entre sí, los cuales se guardan en la base de datos del proyecto.

Un proyecto GPS puede contener coordenadas en el sistema WGS84 y en un sistema local de coordenadas. Si existe un sistema de coordenadas asociado al proyecto, que defina los parámetros para el sistema local, será posible cambiar de coordenadas WGS84 a locales y viceversa.

El ambiente de trabajo para la gestión de proyectos se muestra en la figura 7.

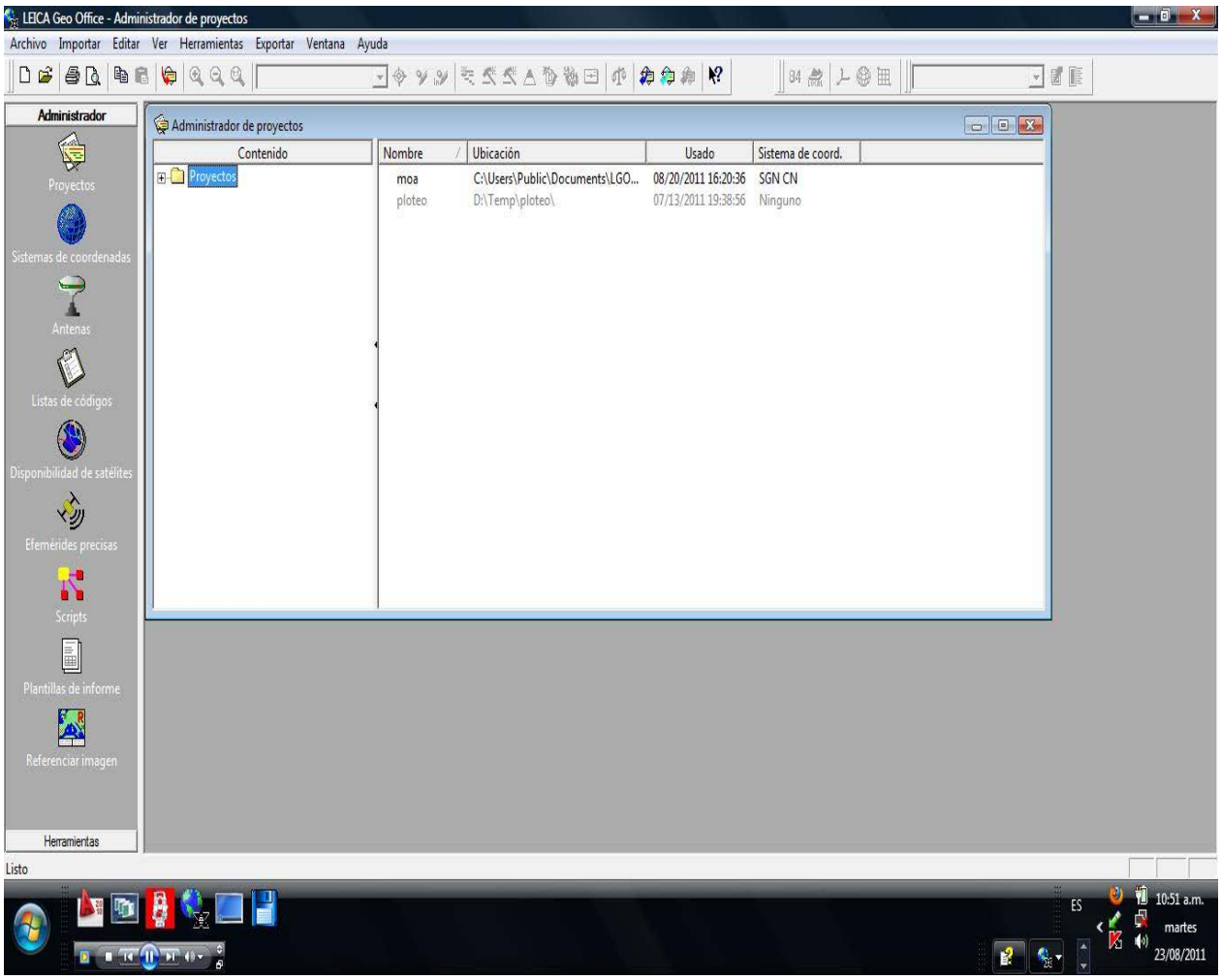


Figura 7. Ambiente de trabajo para la gestión de proyectos.

LGO permite planificar el trabajo en campo para levantamientos GPS. Ofrece información gráfica y numérica de la constelación de satélites para cualquier ubicación (sitio) en un momento determinado mediante la herramienta **Disponibilidad de satélites.** En esta vista se muestran los datos del sitio de

donde se requiere información, así como los elementos de la configuración gráfica, véase en la figura 8.

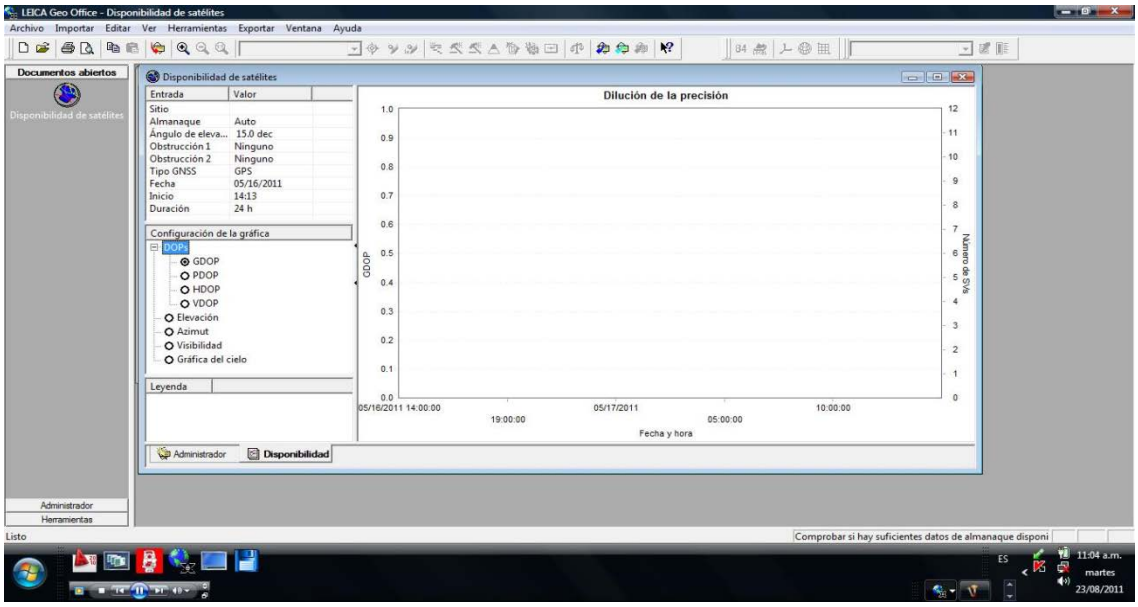


Figura 8.Disponibilidad de los satélites.

La disponibilidad de los satélites se obtiene luego de haber precisado los parámetros necesarios para que el programa pueda ubicar la información, como son: las coordenadas del sitio del cual se necesita la información, tipo de almanaque, ángulo de elevación sobre el horizonte (generalmente 15º para desechar las señales muy bajas que son las más afectadas por el efecto multicamino), las obstrucciones en caso de que existan y superen el ángulo de elevación sobre el horizonte pudiendo interferir las señales provenientes de los satélites, el tipo de constelación que utiliza que puede ser GLONASS o NAVSTAR; así como la fecha y el intervalo para el que se requiere la información.

De forma gráfica LGO muestra información acerca de la calidad geométrica de la constelación existente para el momento que se solicita a través de los elementos de dilución de la precisión GDOP, PDOP (Position Dilution of preccision), HDOP (Horizontal Dilution of preccision), VDOP (Vertical Dilution of preccision). El factor DOP indica la fortaleza geométrica de la constelación de los satélites en el momento de la medición. La ubicación de los satélites en el

espacio se muestra mediante la elevación sobre el horizonte, el acimut a partir del meridiano inicial, la visibilidad y la gráfica del cielo.

Manual de usuario del Software Bernese versión 5.0 La universidad alemana de Bern desarrolló en el año 2004 el software Bernese para el ajuste de redes en Europa. Un ejemplo es el ajuste de los datos de las ocho estaciones europeas de la red del Servicio Internacional de Geodinámica IGS (International Geodinamic Service). La ubicación de estas estaciones está representada en la figura 9.

Figura 9. Distribución de las estaciones IGS en Europa (Tomado del manual de usuario del Software Bernese versión 5.0).

Además, dos estaciones (FFMJ y ZIMJ) están equipadas con receptores GPS que captan señales de las constelaciones NAVSTAR y GLONASS.

El ambiente general de este software se muestra en la figura 10:

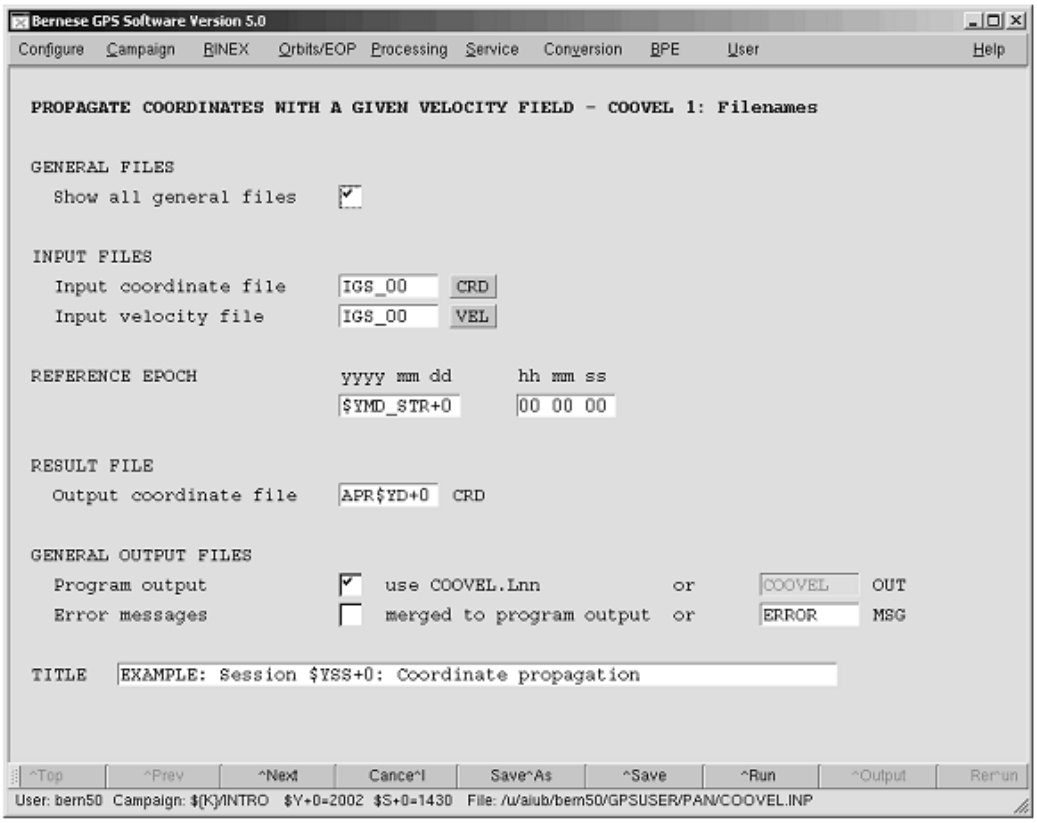


Figura 10. Ambiente general de trabajo del Software Bernese versión 5.0.

El software Bernese continuó la tradición de los predecesores en cuanto a la presición, flexibilidad, utilización de datos provenientes de las constelaciones GLONASS y NAVSTAR así como la calidad de las herramientas que utiliza.

Además de las cualidades señaladas este sistema posee otras entre las que se pueden señalar:

- Rapidez en el procesamiento con una y dos frecuencias,
- Procesamiento automático de las redes permanentes,
- Procesamiento de datos de muchos receptores,
- Combinación de diferentes tipos de receptores y antenas,
- Procesamiento combinado de mediciones GPS y GLONASS,
- Resolución de líneas bases de longitudes mayores de 2000 km,
- Empleo de modelos ionosféricos y troposféricos.

Como desventajas se puede señalar el alto costo de adquisición de las llaves o licencias para le realización del procesamiento y el ajuste de las mediciones.

De todos modos sea cual sea el método matemático o sistema utilizado para realizar el ajuste de redes; los resultados del ajuste son compatibles con el fundamento de la teoría de los errores de las mediciones tal y como lo plantean Bolchacov B et al. 1989.

I.4 Estado actual de la problemática en Cuba.

García – Díaz, 1993. Entre 1990 y 1993 se crean algunas herramientas en Cuba para realizar ajuste unidimensional (1D) de redes de nivelación utilizando el método de Popov. No se hace referencia al ajuste tridimensional.

Villafruela – Rodríguez, 1994. Se refiere la realización de ajuste conjunto de alturas, velocidades y aceleraciones en una sola dimensión. No se hace referencia al ajuste tridimensional.

García & Villafruela, 1995. También se hicieron herramientas para ajustes bidimensionales (2D) de figuras típicas geodésicas como el cuadrilátero e incluso de redes de trilateración. No se hace referencia al ajuste tridimensional.

García – Díaz, 1997a. Utilizó con éxito la herramienta TRIAN 1 del paquete ruso GEOCE, para el ajuste de las redes de triangulación en los inicios de la década del 80 en la validación de los resultados del ajuste realizado con la herramienta GeoLab. Estos ajustes fueron bidimensionales. No se menciona el ajuste tridimensional de redes GPS.

García - Díaz 1997b. En su tesis doctoral Sistema Geodésico Complejo para el Estudio de los Movimientos Recientes de la Corteza Terrestre en la Cuenca de Santiago de Cuba realiza el primer trabajo a escala productiva en Cuba realizado con GPS y que concibió el ajuste en su planificación fue el realizado por García Díaz entre 1995 y 1997 en su tesis doctoral" Sistema Geodésico Complejo para el Estudio de los Movimientos Recientes de la Corteza Terrestre en la Cuenca de Santiago de Cuba". En esta investigación se utilizaron receptores GPS de una sola frecuencia de la firma SOKKIA y el ajuste se realizó con el software GeoLab de procedencia canadiense. Como resultado de este ajuste se obtuvieron las coordenadas geodésicas ajustadas con las

elipses de error de los puntos que conforman la red espacial creada alrededor de la Ciudad de Santiago de Cuba.

Este trabajo tuvo dos resultados importantes demostrando que:

1. Por convergencia interna los receptores garantizan determinaciones de cuerdas con 3 mm de EMC de una posición y 1 mm de la media aritmética. Este procedimiento se repitió varias veces en días diferentes obteniendo los mismos resultados.

2. Los receptores "SOKKIA", permiten hacer determinaciones de cuerdas con alta fiabilidad y precisiones milimétricas comparables con las precisiones obtenidas por un distanciómetro convencional. El hecho de no necesitar visibilidad directa entre estaciones y la rapidez con que se obtiene la información espacial del punto, como parte de un proceso completamente automatizado lo perfilan como una útil herramienta para trabajos geodésicos de precisión.

Ambas aseveraciones aun hoy cuentan con vigencia ya que a causa de nuestras limitaciones económicas no siempre es posible contar con receptores GPS de doble frecuencia para determinar magnitudes de movimientos recientes de la corteza terrestre.

Menéndez- Casañas 1998. En la Tesis Ajuste de redes GPS empleando el método de Variación de Coordenadas en la opción al título de Máster en Geodesia Aplicada hace un análisis general del estado del ajuste hasta esa fecha pero no profundiza en el análisis del ajuste de redes GPS.

Febles – García 1999. En la Tesis Doctoral El modelo Matemático y los algoritmos de solución del método de variación de coordenadas obtenido a partir del método unificado de los mínimos cuadrados para su aplicación en Cuba el autor realiza un análisis teórico de la teoría del ajuste de redes espaciales GPS para el método diferencial con dos receptores uno móvil y uno fijo. En este trabajo se establece que en cada medición se obtiene para los extremos de la línea i-j un valor $\Delta x_{i,j}, \Delta y_{i,j}, \Delta z_{i,j}$. La matriz de coeficientes o matriz del sistema B tendrá tantas filas como magnitudes observadas y tantas

columnas como coordenadas X, Y, Z se requieran determinar (incógnitas). Además, expuso las características que posee la matriz B o matriz de diseño para las redes GPS.

La principal deficiencia de este trabajo es que considera cero todos los miembros libres de las ecuaciones de corrección, además no estableció la forma de calcular las incógnitas necesarias por lo que no resolvió completamente el problema del ajuste.

Rodríguez- Roche 2000. La Campaña GPS que se realizó en el año 1998 y que tuvo como objetivo fundamental la creación de una red de orden superior, mediante el empleo del Sistema de Posicionamiento Global por satélites en diferentes puntos del territorio nacional, que siendo comunes con estaciones de la Red Geodésica Nacional, permitieran obtener las coordenadas geocéntricas de los mismos según el ajuste conjunto. Dicho ajuste se realizó utilizando el software GeoLab de igual modo que en el trabajo antes mencionado. Aquí se realizó un ajuste bidimensional y no se hace referencia al ajuste tridimensional.

I.5 Conclusiones del Capítulo I

Luego del análisis de la bibliografía existente se puede concluir que existe poca literatura sobre ajuste de redes espaciales GPS en lengua castellana, la literatura consultada no profundiza en el tipo de relaciones matemáticas utilizadas por los programas especializados para el ajuste, solo hace referencia a elementos generales, considerar que los miembros libres son iguales a cero no es correcto ya que de ser así no tendría lugar el ajuste, se hace necesario elaborar un procedimiento técnico con el rigor necesario que sirva de guía a los especialistas relacionados con la tarea del ajuste geodésico de redes GPS y las licencias adquiridas por Cuba para los software que realizan la tarea de ajuste, son insuficientes en este sentido.

CAPÍTULO II EL PRINCIPIO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS EN EL AJUSTE DE REDES ESPACIALES GPS.

II.1 Introducción

La teoría de los errores de medición ofrece reglas para la elaboración matemática de mediciones múltiples de una misma magnitud. Siguiendo estas reglas, el problema de elaborar las mediciones se resolvería por completo si para ello se midieran las magnitudes necesarias (por ejemplo, en un triángulo, del cual se conoce la dimensión de uno de sus lados, bastaría con medir dos de sus ángulos). Sin embargo, en la práctica geodésica, además de las magnitudes necesarias siempre se miden magnitudes excedentes o adicionales, enlazadas por relaciones matemáticas con las magnitudes necesarias (por ejemplo, en el triángulo se miden sus tres ángulos). Las magnitudes excedentes elevan las exactitudes de las magnitudes a determinar y permiten hacer una estimación más fiable de su precisión, partiendo de las relaciones matemáticas entre las magnitudes medidas. Además, los errores de cierre obtenidos proporcionan un control fiable de las mediciones en general y realizan un desecho eventual de las mediciones defectuosas.

Lo más importante para la elaboración matemática de mediciones es que entre las magnitudes medidas existan relaciones matemáticas que deben ser satisfechas como resultado de la elaboración. En caso contrario las mediciones excedentes resultarían inútiles. De este modo, en el sentido matemático, el problema de la compensación conjunta de varias magnitudes medidas consiste en lo siguiente.

II.2 Esencia del problema de compensación conjunta de varias magnitudes medidas.

Supongamos que para resolver cierta tarea se han medido m magnitudes, cuyos valores verdaderos los designaremos por $X_1,.....,X_m$. Los resultados $x_1,.....x_m$ de las mediciones de estas magnitudes se habían obtenido con los respectivos pesos $p_1,.....p_m$. De acuerdo con la condición del problema, se sabe que las magnitudes medidas estarán enlazadas entre sí mediante las igualdades

$$\begin{aligned} \varphi_1(X_1,.....,X_m) &= 0 \\ \varphi_r(X_1,.....,X_m) &= 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

Las relaciones matemáticas entre las magnitudes medidas, teniendo en cuenta los datos iniciales, generalmente pueden ser expresadas por medio de diversas ecuaciones dependientes entre sí. De tales ecuaciones pueden formarse varios

sistemas compuestos por ecuaciones independientes. Una vez escogidos uno de estos sistemas, las ecuaciones restantes serán consecuencia de las ecuaciones del sistema escogido, y por ello no han de ser tomadas en cuenta.

En el sistema (1) se sobrentienden solamente ecuaciones independientes entre sí, cuyo número será igual al de las magnitudes excedentes medidas m. Notemos que estas ecuaciones se denominan ecuaciones condicionales. Ya que el número de magnitudes excedentes medidas es solo una parte del número total de magnitudes medidas, entonces siempre se observa

$$n \prec m$$

Consecuentemente, el sistema de ecuaciones condicionales (1) es indeterminado, es decir, contiene menos ecuaciones que incógnitas, y por eso admite un conjunto infinito de soluciones.

Una vez obtenidos los resultados de las mediciones, hay que determinar, primeramente, en que medida satisfacen las ecuaciones condicionales (1). Con los valores medidos de las magnitudes obtenemos;

$$\begin{aligned} &\varphi_1(x_1,.....,x_n) = W_1 \\ &..... \\ &\varphi_r(x_1,.....,x_n) = W_r \end{aligned} \qquad (2)$$

Por cuanto las mediciones contienen errores, los segundos miembros de las igualdades (2) darán por resultado, por lo regular, magnitudes que divergen de cero, es decir, errores de cierre $W_1,.....W_r$.

Lo primero que ha de efectuarse en el ajuste es la eliminación o desecho definitivo de las mediciones defectuosas, para lo cual se comprueba el carácter tolerable de todos los errores de cierre. Los resultados agravados por errores graves se descubren al analizar los errores de cierre inadmisibles; tales errores han de eliminarse, las respectivas magnitudes han de volverse a observar.

El principal problema que ha de resolverse en el ajuste es el de eliminar todos los errores de cierre, para lo cual, evidentemente, será necesario corregir los resultados de las mediciones. Otro problema a resolver es el de la estimación de la precisión a base de los materiales del ajuste.

Designando los resultados corregidos de las mediciones mediante

$$x_i + v_i \ (i = 1,.....,m),$$

Donde v_i son las correcciones buscadas, obtendremos

$$\begin{aligned} &\varphi_1(x_1+v_1,.....,x_n+v_m)=0 \\ &..... \\ &\varphi_r(x_1+v_1,.....,x_n+v_m)=0 \end{aligned} \qquad (3)$$

Cabe advertir que los valores x_i+v_i se llaman valores compensados de las magnitudes medidas. El sistema compuesto por las igualdades (3) contiene, al igual que el sistema (1), n incógnitas y r ecuaciones y, por cuanto $r \prec m$, representa un sistema indeterminado de ecuaciones que admite infinidad de soluciones.

Claro está que el problema de la eliminación de los errores de cierre puede resolverse de muchos modos. ¿A cuales de todos estos modos posibles se ha de dar preferencia? Una solución ideal del problema sería la obtención de correcciones v_i iguales en magnitud absoluta, y con signo contrario, a los errores de las mediciones. Sin embargo, semejante tarea no tiene solución.

De este modo las correcciones v_i deben, en primer lugar, eliminar los errores de cierre, y en segundo, han de ser en magnitud absoluta lo más cercana posible a los errores reales de las mediciones. Es fácil de comprender que, de cumplirse el segundo requisito, el primero asegurará las más de las veces, signos de las correcciones contrarios a los de los errores.

La finalidad del ajuste consiste en obtener tales correcciones v_i a los valores medidos x_i, que permita eliminar los errores de cierre W_i en las ecuaciones (2).

Una consecuencia de la eliminación de los errores de cierre ha de ser la univalencia, o sea, carácter único del valor de cada magnitud buscada, o sea, los valores que se obtengan al calcular cada magnitud buscada por diversas vías han de ser iguales entre sí. De aquí el nombre de la tarea de ajuste. Otra finalidad de los cálculos de ajuste, aparte de la eliminación de los errores de cierre lo constituye el aumento de la precisión de los valores a determinar de todas las magnitudes buscadas.

II.3 Principio de los mínimos cuadrados

Para la solución del problema planteado anteriormente, aclararemos algunas propiedades probabilísticas de los valores absolutos de los errores de

medición, los cuales pueden aprovecharse para la búsqueda del sistema de ecuaciones a obtener. Aquí consideraremos únicamente los errores aleatorios de las mediciones. Hallemos la probabilidad de cierto conjunto de errores $\Delta_{1,.....,}\Delta_m$. De acuerdo con el teorema del producto de las probabilidades, la probabilidad buscada será igual a:

$$P(\Delta_1,.....\Delta_m)=\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^m}e^{-\frac{1}{2}(\frac{\Delta_1^2}{\delta_1^2}+.....+\frac{\Delta_m^2}{\delta_n^2})}\frac{d\Delta_1}{\delta_1},.....,\frac{d\Delta_m}{\delta_n}. \qquad (4)$$

Puede preguntarse: ¿cuál de los posibles conjuntos de errores que forman el sistema dado de errores de cierre será el más probable? De la igualdad (4) se obtiene fácilmente la respuesta a dicha pregunta: al mayor valor de la magnitud $P(\Delta_1,.....\Delta_n)$ le corresponde el menor valor absoluto del exponente en el segundo miembro de la igualdad (4), es decir, le corresponde el cumplimiento de la condición.

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta_i^2}{\delta_i^2}=mín \qquad (5)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (5) obtenida, llegamos a la siguiente solución: si para la v_i se pone la condición de que

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{v_i^2}{\delta_i^2}=mín \qquad (6)$$

Entonces se puede esperar que el conjunto de valores absolutos de las correcciones v_i, en un sentido probabilístico, sea el que mejor se aproxime al conjunto de valores absolutos de los errores. Y ya que según las condiciones (3) las correcciones han de liquidar los errores de cierre, que son los errores reales de las funciones φ_i, cabe también esperar que por su signo las correcciones, en su mayoría, han de ser opuestas a los errores reales de los respectivos resultados de las mediciones.

La condición (6) puede ser expresada, más cómodamente, en la siguiente forma (multiplicando todas las magnitudes $\frac{v_i^2}{\delta_i^2}$ por μ^2)

$$\left[\frac{\mu^2}{\delta^2}v^2\right]=\left[pv^2\right]=mín \qquad (7)$$

La multiplicación de una función por una magnitud constante no altera las coordenadas del punto del mínimo. Como se sabe, las magnitudes $p_i=\frac{\mu^2}{\delta_i^2}$ se denominan pesos de las magnitudes medidas.

La condición (7) representa la expresión matemática del principio de los cuadrados mínimos.

De esta manera, de entre todo el conjunto de soluciones posibles del sistema de ecuaciones (3), nosotros hemos seleccionado una solución que satisface la condición (7), esto es, satisface el principio de los mínimos cuadrados. Este

principio da una solución unívoca de la ecuación (3) y posee una serie de ventajas:

1. La existencia en la condición del mínimo de los cuadrados de v_i pone coto a correcciones grandes, por eso, en el caso de magnitudes medidas con igual precisión, las correcciones se distribuirán más o menos uniformemente entre los resultados de las mediciones;

2. En el caso de resultados de mediciones de diferente precisión, los pesos p_i correspondientes a mediciones v_i^2 aminoran las correcciones a los resultados de mayor precisión y, por el contrario, incrementan las correcciones a los resultados menos precisos.

Ambas propiedades mencionadas concuerdan completamente con las exigencias del sentido común, lo que, indudablemente es un argumento convincente en favor del principio de los mínimos cuadrados.

Como ilustración muy sencilla de que la búsqueda de valores compensados de las incógnitas según el principio de los mínimos cuadrados conduce a los mejores resultados, puede servir la siguiente deducción de la fórmula de la medida ponderada.

Supongamos que cierta magnitud X ha sido medida n veces y se han obtenido los resultados $x_1,.....x_n$ con sus respectivos pesos $p_1,..., p_n$. Hallemos el valor mas fiable de x de acuerdo al principio de los mínimos cuadrados, es decir, condición de que $\left[pv^2\right] = mín$.

Ya que

$$v_i = x - x_{i,}$$

La condición puede formularse así:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i (x - x_i)^2 = mín$$

Según se sabe para que se cumpla esta condición es necesario que

$$\frac{df}{dx} = 0$$

O bien, que

$$\sum_{i=1}^{n} 2\, p_i (x - x_i) = 0$$

Ahora no es difícil obtener que

$$2x\sum_{i=1}^{n} p_i - 2\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = 0$$

$$x = \frac{[px]}{[p]} = \bar{x},$$

Es decir la fórmula par la media ponderada.

Como vemos, entre las ventajas del método de los mínimos cuadrados se halla el carácter general de este.

Otra importante cualidad del método de los mínimos cuadrados es que la compensación se lleva a cabo de un modo más sencillo en comparación con otros métodos de compensación.

II.4 Procedimiento básico de solución de la tarea de ajuste para el caso de los GPS.

Para describir este procedimiento se seleccionó una red de T puntos con dos puntos conocidos y T-2 puntos a determinar como se muestra en la figura 11. Hipotéticamente esta red fue medida con T receptores GPS al unísono.

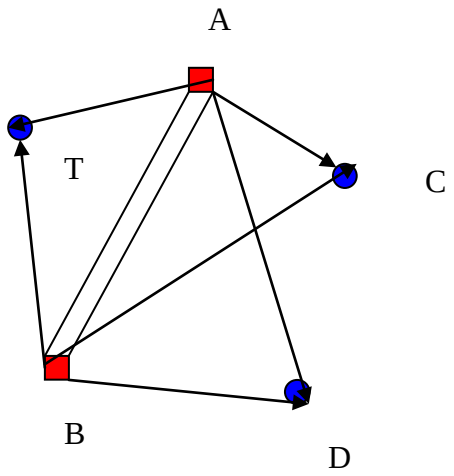


Figura. 11 Red de puntos determinados con GPS

El algoritmo a seguir para el ajuste es el siguiente:

1. Elección de incógnitas independientes,
2. Formulación de las ecuaciones iniciales de enlace,
3. Formulación de las ecuaciones paramétricas de corrección,
4. Cálculo de los valores aproximados de las incógnitas,
5. Cálculo de los miembros libres,
6. Formulación de las ecuaciones normales,
7. Solución del sistema de ecuaciones normales y obtención de las correcciones,

8. Obtención de los valores ajustados de las incógnitas seleccionadas y las elipses de errores para los puntos incógnitas,
9. Evaluación de errores y test estadístico.

Este algoritmo funciona mediante iteraciones y concluye cuando la diferencia entre dos iteraciones arroja diferencias entre los valores ajustados menores que las previamente establecidas como permisibles.

II.4.1 Elección de incógnitas independientes, elementos conocidos y medidos.

Según se muestra en la figura 15 las incógnitas son las coordenadas ajustadas de los puntos C; D;…….; T es decir;

$$\bar{X}_C;\bar{Y}_C;\bar{Z}_C \qquad \bar{X}_D;\bar{Y}_D;\bar{Z}_D \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \bar{X}_T;\bar{Y}_T;\bar{Z}_T \tag{8}$$

Para el cálculo de los valores ajustados de las coordenadas de los puntos C; D;…..;T contamos con las coordenadas conocidas de los puntos A y B es decir;

$$X_A;Y_A;Z_A\ ,\ X_B;Y_B;Z_B \tag{9}$$

y además con los valores medidos siguientes;

$$\begin{aligned}&\Delta X_{AC};\Delta X_{BC};\ldots.;\Delta X_{AT};\ \Delta Y_{AC};\Delta Y_{BC};\ldots.;\Delta Y_{AT};\ \Delta Z_{AC};\Delta Z_{BC};\ldots.;\ \Delta Z_{AT}\\&\Delta X_{AD};\Delta X_{BD};\ldots.;\Delta X_{BT};\ \Delta Y_{AD};\Delta Y_{BD};\ldots.;\Delta Y_{BT};\ \Delta Z_{AD};\Delta Z_{BD};\ldots.;\ \Delta Z_{BT}\end{aligned} \tag{10}$$

II.4.2 Ecuaciones paramétricas de enlace.

Las ecuaciones iniciales de enlace como su nombre lo indica enlazan los valores ajustados de las coordenadas de los puntos C; D;…..; T con los incrementos de coordenadas ajustados que sirven para su determinación. En el caso que nos ocupa toman la forma siguiente;

$$\bar{X}_C=\Delta\bar{X}_{AC}+X_A\ \bar{Y}_C=\Delta\bar{Y}_{AC}+Y_A\ \bar{Z}_C=\Delta\bar{Z}_{AC}+Z_A$$

$$\bar{X}_C=\Delta\bar{X}_{BC}+X_B\ \bar{Y}_C=\Delta\bar{Y}_{BC}+Y_B\ \bar{Z}_C=\Delta\bar{Z}_{BC}+Z_B$$

$$\bar{X}_D = \Delta\bar{X}_{AD} + X_A \quad \bar{Y}_D = \Delta\bar{Y}_{AD} + Y_A \quad \bar{Z}_D = \Delta\bar{Z}_{AD} + Z_A$$

$$\bar{X}_D = \Delta\bar{X}_{BD} + X_B \quad \bar{Y}_D = \Delta\bar{Y}_{BD} + Y_B \quad \bar{Z}_D = \Delta\bar{Z}_{BD} + Z_B \qquad (11)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\bar{X}_T = \Delta\bar{X}_{AT} + X_A \quad \bar{Y}_T = \Delta\bar{Y}_{AT} + Y_A \quad \bar{Z}_T = \Delta\bar{Z}_{AT} + Z_A$$

$$\bar{X}_T = \Delta\bar{X}_{BT} + X_B \quad \bar{Y}_T = \Delta\bar{Y}_{BT} + Y_B \quad \bar{Z}_T = \Delta\bar{Z}_{BT} + Z_B$$

II.4.3 Ecuaciones de corrección, valores aproximados de las incógnitas, miembros libres y ecuaciones de corrección.

Cálculo de los valores aproximados de las incógnitas.

Los valores aproximados de las coordenadas de los puntos C; D;……; T se tomaron iguales a las coordenadas determinadas desde el punto A, es decir;

$$\begin{aligned} &\overset{0}{X}_C = X_{AC};\ \overset{0}{X}_D = X_{AD};\ldots\ldots\ldots\ldots;\overset{0}{X}_T = X_{AT} \\ &\overset{0}{Y}_C = Y_{AC};\overset{0}{Y}_D = Y_{AD};\ldots\ldots\ldots\ldots;\overset{0}{X}_T = X_{AT} \\ &\overset{0}{Z}_C = Z_{AC};\quad \overset{0}{Z}_D = Z_{AD};\ldots\ldots\ldots\ldots;\overset{0}{X}_T = X_{AT} \end{aligned} \qquad (12)$$

Cálculo de los miembros libres.

La forma en que se calculó las coordenadas aproximadas de los puntos C; D;….;T determinaron que los miembros libres $W_{xAC} = W_{yAC} = W_{zAC} = W_{xAD} = W_{yAD} = W_{zAD} \ldots\ldots\ldots W_{xAT} = W_{yAT} = W_{ZAT} = 0$. Los restantes miembros libres diferentes de cero ($L \neq 0$) quedan de la forma siguiente;

$$\begin{aligned} &W_{xBC} = \overset{0}{X}_C - X_{BC};W_{xBD} = \overset{0}{X}_D - X_{BD};\ldots\ldots;W_{xBT} = \overset{0}{X}_B - X_{BT}; \\ &W_{yBC} = \overset{0}{Y}_C - Y_{BC};W_{yBD} = \overset{0}{Y}_D - Y_{BD};\ldots\ldots\ldots;W_{yBT} = \overset{0}{Y}_B - Y_{BT}; \\ &W_{zBC} = \overset{0}{Z}_C - Z_{BC};W_{zBD} = \overset{0}{Z}_D - Z_{BD};\ldots\ldots\ldots;W_{zBT} = \overset{0}{Z}_B - Z_{BT}; \end{aligned} \qquad (13)$$

Cálculos de las ecuaciones de corrección.

Las ecuaciones de corrección de modo general se escriben de la forma siguiente:

$$V = a_{i1}\delta x_{AC} + a_{i2}\delta_{yAC} + \ldots.. + a_{im}\delta_{z\,BT} \quad (i=1,\ldots.., n) \quad (14)$$

Según Menéndez 1998 en una libre si intervienen p puntos y se han observados q líneas bases entre los puntos, se tendrá un sistema de 3q ecuaciones con 3p incógnitas. Para el caso de la figura 15 se obtienen 12 ecuaciones con 6 incógnitas y por tanto 6 mediciones en exceso ya que la red no es libre (con constreñimientos), tiene los puntos A y B como iniciales. Para el caso de la figura 15 solamente se escriben los términos desiguales de cero (6 grados de libertad).

Para el punto C calculado desde A

$$V_{xAC} = \delta x_{AC} + L_{xAC}\; V_{y\,AC} = \delta y_{AC} + L_{yAC}\; V_{z\,AC} = \delta z_{AC} + L_{zAC}$$

Para el punto C calculado desde B

$$V_{x\,BC} = \delta x_{BC} + L_{xBC}\; V_{yB_C} = \delta y_{BC} + L_{yBC}\; V_{zBC} = \delta z_{BC} + L_{zBC}$$

(15)

Para el punto D calculado desde A

$$V_{xA_D} = \delta x_{AD} + L_{xAD}\; V_{yA_D} = \delta y_{AD} + L_{yAD}\; V_{z\,AD} = \delta z_{AD} + L_{ZAd}$$

Para el punto D desde B

$$V_{xB_D} = \delta x_{BD} + L_{xBD}\; V_{yB_D} = \delta y_{BD} + L_{yBD}\; V_{z\,BD} = \delta z_{BD} + L_{ZBd}$$

.....

Para el punto T desde A

$$V_{xAT} = \delta x_{AT} + L_{xAT}\; V_{yA_T} = \delta y_{AT} + L_{yAT}\; V_{z\,AT} = \delta z_{AT} + L_{ZAT} \quad (16)$$

La matriz (B) de diseño de las ecuaciones de corrección se muestra en la tabla N° 1.

Tabla N° 1 Coeficiente de las ecuaciones de corrección, miembros libres y peso.

Correc	a	b	c	d	e	f	…	k	l	m		
ciones	δXc	δYc	δZc	δXd	δYd	δZd	…	δXt	δYt	δZt	W	P=C/Cov
VxAC	a_{11}	b_{12}	c_{13}	d_{14}	e_{15}	f_{16}	…	k_{1n-2}	l_{1n-1}	m_{1n}	0	C/Cov_x AC
VyAC	a_{21}	b_{22}	c_{23}	d_{24}	e_{25}	f_{26}	…	k_{2n-2}	l_{2n-1}	m_{2n}	0	C/Cov_y AC
VzAC	a_{31}	b_{32}	c_{33}	d_{34}	e_{35}	f_{36}	…	k_{3n-2}	l_{3n-}	m_{3n}	0	C/Cov_z AC

									l_{1}			
VxBC	a_{41}	b_{42}	c_{43}	d_{44}	e_{45}	f_{46}	…	k_{4n-2}	l_{4n-1}	m_{4n}	WxBC	C/Cov_x BC
VyBC	a_{51}	b_{52}	c_{53}	d_{54}	e_{55}	f_{56}	…	k_{5n-2}	l_{5n-1}	m_{5n}	WyBC	C/Cov_y BC
VzBC	a_{61}	b_{62}	c_{63}	d_{64}	e_{65}	f_{66}	…	k_{6n-2}	l_{6n-1}	m_{6n}	WzBC	C/Cov_z BC
VxAD	a_{71}	b_{72}	c_{73}	d_{74}	e_{75}	f_{76}	…	k_{7n-2}	l_{7n-1}	m_{7n}	0	C/Cov_x AD
VyAD	a_{81}	b_{82}	c_{83}	d_{84}	e_{85}	f_{86}	…	k_{8n-2}	l_{8n-1}	m_{8n}	0	C/Cov_y AD
VzAD	a_{91}	b_{92}	c_{93}	d_{94}	e_{95}	f_{96}	…	k_{9n-2}	l_{9n-1}	m_{9n}	0	C/Cov_z AD
VxBD	a_{101}	b_{102}	c_{103}	d_{104}	e_{105}	f_{106}	…	k_{10n-2}	l_{10n-1}	m_{10n}	WxBD	C/Cov_x AD
VyBD	a_{111}	b_{112}	c_{113}	d_{114}	e_{115}	f_{116}	…	k_{11n-2}	l_{11n-1}	m_{11n}	WyBD	C/Cov_y AD
VzBD	a_{121}	b_{122}	c_{123}	d_{124}	e_{125}	f_{126}	…	k_{12n-2}	l_{12n-1}	m_{11n}	WzBD	C/Cov_z AD
……..	…..	…..	…..	…..	…..	…..	…	…..	…..	…..	…..	…..
VxAT	a_{m-51}	b_{m-52}	c_{m-53}	d_{m-54}	e_{m-55}	f_{m-56}	…	k_{m-5n-2}	l_{m-5n-1}	m_{m-5n}	0	C/Cov_x AT
VyAT	a_{m-41}	b_{m-42}	c_{m-43}	d_{m-44}	e_{m-45}	f_{m-46}	…	k_{m-4n-2}	l_{m-4n-1}	m_{m-4n}	0	C/Cov_y AT
VzAT	a_{m-31}	b_{m-32}	c_{m-33}	d_{m-34}	e_{m-35}	f_{m-36}	…	k_{m-3n-2}	l_{m-3n-1}	m_{m-3n}	0	C/Cov_z AT
VxBT	a_{m-21}	b_{m-22}	c_{m-23}	d_{m-24}	e_{m-25}	f_{m-26}	…	k_{m-2n-2}	l_{m-2n-1}	m_{m-2n}	WxBT	C/Cov_x BT
VyBT	a_{m-11}	b_{m-12}	c_{m-13}	d_{m-14}	e_{m-15}	f_{m-16}	…	$k_{m-11n-2}$	l_{m-1n-1}	m_{m-1n}	WyBT	C/Cov_y BT
VzBT	c_{m1}	b_{m2}	c_{m3}	d_{m4}	e_{m5}	f_{m6}	…	k_{mn-2}	l_{mn-1}	m_{mn}	WzBT	C/Cov_z BT

Las características de esta matriz enunciadas son las siguientes (Febles-García 1998):

- Es una matriz rectangular con un número de filas (m) igual al de incrementos ($\Delta x;\Delta y;\Delta z$) observados y un número de columnas (t) igual al de coordenadas a determinar, siendo m>t,
- Cada fila estará compuesta solamente por los valores -1,0,1.

II.4.4 Cálculo de los pesos de las mediciones.

Los pesos de las mediciones se calculan como el inverso de las magnitudes de la varianza-covarianza entre las magnitudes medidas $\Delta x;\Delta y;\Delta z$ y se calculan por la formula (Febles-García 1999):

$$P_{ij} = 1/ V_{ij} \qquad (17)$$

Donde V_{jj} son las varianzas cuadráticas de $\Delta x; \Delta y; \Delta z$, es decir, para la figura 15 la varianza de la medición ΔxAC se calcula de la forma siguiente:

$$V_{xxAC} = Qxx_{AC} \quad (18)$$

Quiere decir que el valor de la varianza en una línea base cualquiera con las magnitudes medidas de Δx es igual al primer coeficiente cuadrático de la diagonal de la matriz de varianza-covarianza.

Tabla 2 Tabla de varianza covarianza de la línea base AC (Elementos V_{ij})

S_{AC}	**Dx_{AC}**	**dY_{AC}**	**dZ_{AC}**
dX_{AC}	Q_{xxAC}	Q_{yyAC}	Q_{yzAC}
dY_{AC}		Q_{xyAC}	Q_{xzAC}
dZ_{AC}			Q_{zzAC}

Tabla 3 Matriz de pesos para las mediciones.

S_{AC}	**Dx_{AC}**	**dY_{AC}**	**dZ_{AC}**
dX_{AC}	$p_{xxAC} = 1/V_{xxAC}$	$p_{xyAC} = 1/V_{xyAC}$	$p_{xzAC} = 1/V_{zxAC}$
dY_{AC}		$p_{yyAC} = 1/V_{yyAC}$	$p_{yzC} = 1/V_{yzAC}$
dZ_{AC}			$p_{zzAC} = 1/V_{zzAC}$

Las varianzas se obtienen del procesamiento de líneas bases GPS con el sistema Geo Office 7.0.

II.4.5 Formulación de las ecuaciones normales.

$$\begin{aligned}
&[aap]\delta x_C + [abp]\delta y_C + [acp]\delta z_C + ... + [akp]\delta x_T + [alp]\delta y_T + [amp]\delta z_T + [aWp] = 0 \\
&[abp]\delta x_C + [bbp]\delta y_C + [bcp]\delta z_C + ... + [bkp]\delta x_T + [blp]\delta y_T + [bmp]\delta z_T + [bWp] = 0 \\
&[acp]\delta x_C + [cbp]\delta y_C + [ccp]\delta z_C + ... + [ckp]\delta x_T + [clp]\delta y_T + [cmp]\delta_T + [cWp] = 0 \\
&[adp]\delta x_C + [dbp]\delta y_C + [dcp]\delta z_C + ... + [dkp]\delta xc_T + [dlp]\delta y_T + [dmp]\delta z_T + [dWp] = 0 \\
&[aep]\delta x_C + [ebp]\delta y_C + [ecp]\delta z_C + ... + [ekp]\delta x_T + [elp]\delta y_T + [emp]\delta_T + [eWp] = 0 \\
&[afp]\delta x_C + [fbp]\delta y_C + [fcp]\delta z_C + ... + [fkp]\delta x_T + [flp]\delta y_T + [fmp]\delta z_T + [fWp] = 0 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&[akp]\delta x_C + [kbp]\delta y_C + [kcp]\delta z_C + ... + [kkp]\delta x_T + [lkp]\delta y_T + [kmp]\delta z_T + [kWp] = 0 \\
&[alp]\delta x_C + [lbp]\delta y_C + [lcp]\delta z_C + ... + [lkp]\delta x_T + [llp]\delta y_T + [lmp]\delta z_T + [lWp] = 0 \\
&[amp]\delta x_C + [mbp]\delta y_C + [mcp]\delta z_C + ... + [mkp]\delta x_T + [mlp]\delta y_T + [mmp]\delta z_T + [nWp] = 0
\end{aligned} \quad (19)$$

Para la formulación de este sistema de ecuaciones se utilizó la escritura creada por Gauss.

Los coeficientes de las ecuaciones normales se calculan de la siguiente forma

$$
\begin{aligned}
[aap] &= a_1 a_1 p_1 + a_2 a_2 p_2 + \ldots + a_n a_n p_n \\
[bbp] &= b_1 b_1 p_1 + b_2 b_2 p_2 + \ldots + b_n b_n p_n \\
[ccp] &= c_1 c_1 p_1 + c_2 c_2 p_2 + \ldots + c_n c_n p_n \\
[ddp] &= d_1 d_1 p_1 + d_2 d_2 p_2 + \ldots + d_n d_n p_n \\
[eep] &= e_1 e_1 p_1 + e_2 e_2 p_2 + \ldots + e_n e_n p_n \\
[ffp] &= f_1 f_1 p_1 + f_2 f_2 p_2 + \ldots + f_n f_n p_n \\
[alp] &= a_1 l_1 p_1 + a_2 l_2 p_2 + \ldots + a_n l_n p_n \\
[blp] &= b_1 l_1 p_1 + b_2 l_2 p_2 + \ldots + b_n l_n p_n \\
[clp] &= c_1 l_1 p_1 + c_2 l_2 p_2 + \ldots + c_{12} l_n p_n \\
[dlp] &= d_1 l_1 p_1 + d_2 l_2 p_2 + \ldots + d_n l_n p_n \\
[elp] &= e_1 l_1 p_1 + e_2 l_2 p_2 + \ldots + e_n l_n p_n \\
[flp] &= f_1 l_1 p_1 + f_2 l_2 p_2 + \ldots + f_n l_n p_n \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
[kkp] &= k_1 k_1 p_1 + k_2 k_2 p_2 + \ldots + k_n k_n p_n \\
[llp] &= l_1 l_1 p_1 + l_2 l_2 p_2 + \ldots + l_n l_n p_n \\
[mmp] &= m_1 m_1 p_1 + m_2 m_2 p_2 + \ldots + m_n m_n p_n \\
[kLp] &= k_1 L_1 p_1 + k_2 L_2 p_2 + \ldots + k_n L_n p_n \\
[Wlp] &= W_1 l_1 p_1 + W_2 l_2 p_2 + \ldots + W_n l_n p_n \\
[mWp] &= m_1 W_1 p_1 + m_2 W_2 p_2 + \ldots + m_n W_n p_n
\end{aligned}
\qquad (20)
$$

Los restantes coeficientes son iguales a cero, esto se deduce de la matriz A

II.4.6 Cálculo de las incógnitas.

$$
\delta x_C = -\frac{[aWp]}{[aap]} \qquad \delta y_C = -\frac{[bWp]}{[bbp]} \qquad \delta z_C = -\frac{[cWp]}{[ccp]}
$$

$$
\delta x_D = -\frac{[dWp]}{[ddp]} \qquad \delta y_D = -\frac{[eWp]}{[eep]} \qquad \delta y_D = -\frac{[fWp]}{[ffp]} \qquad (21)
$$

.....

$$
\delta x_T = -\frac{[kWp]}{[kkp]} \qquad \delta y_T = -\frac{[LWp]}{[LLp]} \qquad dz_T = -\frac{[mWp]}{[mmp]}
$$

II.4.7 Determinación de las coordenadas ajustadas de los vértices de la red.

$$\begin{aligned} \bar{X}_C &= \overset{0}{X}_C + V_{AC} \\ \bar{X}_C &= \overset{0}{X}_C + V_{BC} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \bar{X}_T &= \overset{0}{X}_T + V_{AT} \\ \bar{X}_T &= \Delta\overset{0}{X}_T + V_{BT} \end{aligned} \qquad (22)$$

II.4.8 Forma matricial de los cálculos para el ajuste.

Con el desarrollo vertiginoso de los medios de cómputo la tarea de ajuste se resuelve por vía matricial mucho más rápido que de forma manual. De este modo la formula para cálculos de las ecuaciones de corrección se escribe de la siguiente forma:

$$V = B\Delta x + W \qquad (23)$$

$$V = \begin{vmatrix} V_{xAC} \\ V_{yAC} \\ \cdots \\ V_{zBT} \end{vmatrix}; \quad B = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & a_{mn} \end{vmatrix}; \Delta x = \begin{vmatrix} \delta_{xC} \\ \delta_{yC} \\ \cdots \\ \delta_{zT} \end{vmatrix} \; W = \begin{vmatrix} W_{AxC} \\ W_{yAC} \\ \cdots \\ W_{zBT} \end{vmatrix}$$

(mx1) (mxn) (nx1) (mx1)

El sistema de ecuaciones normales que se obtiene es el siguiente:

$$R\Delta x + b = 0, \qquad (24)$$

$$R = A^T pA, \quad (nxn) \qquad (25)$$

$$b = A^T pL, \quad (nx1) \qquad (26)$$

$$\Delta x = -R^{-1}b \quad (nx1) \qquad (27)$$

El valor de Δx representa la solución del sistema de ecuaciones normales.

Las coordenadas ajustadas se obtienen según la formula siguiente

$$\bar{X}_i = \overset{0}{X}_i + V_i ; (i = A, B.....T) \qquad (28)$$

Donde $\bar{X}$ es la matriz de las coordenadas ajustadas;

$\overset{0}{X}$ es la matriz de los valores aproximados de coordenadas medidas;
V es la matriz de las correcciones.

II.4.9 Evaluación de la precisión de las incógnitas evaluadas.

SegúnBolchacov y Markuze1984, en el método de los mínimos cuadrados se demuestra que, los pesos inversos de las incógnitas ajustadas son iguales a los coeficientes pesados,

$$1 \diagup p_{xj} = Q_{jj} \qquad (29)$$

Los coeficientes pesados son los elementos diagonales de la matriz,

$$Q = \begin{vmatrix} Q_{11} & Q_{12} & ..... & Q_{1n} \\ Q_{21} & Q_{22} & ..... & Q2_n \\ ..... & ..... & ..... & ..... \\ Q_{k1} & Q_{k2} & ..... & Q_{nn} \end{vmatrix} \qquad (30)$$

Los coeficientes pesados Q se obtienen como resultado de invertir la matriz R, es decir

$$Q = R^{-1} \qquad (31)$$

Evaluación del error medio cuadrático (EMC) de la Unidad de Peso.

Segú**n** Bolchacov y Gaydaev1989, la fórmula de Bessel resuelve la tarea planteada

$$\mu = \sqrt{\frac{[pV^2]}{m-n}} \qquad (32)$$

Para el caso de la figura 15,m=12 (4 líneas x 3 observables) y n=6 (2 puntos incógnitas x 3 coordenadas incógnitas)

Evaluación del error medio cuadrático (EMC) de la determinación de las incógnitas.

El (EMC) de una incógnita ajustada se calcula por la fórmula (Bolchacov & Gaydaev 1989):

$$M_{xj} = \mu\sqrt{Q_{jj}} \tag{33}$$

Determinación del coeficiente de correlación.

$$r_{ij} = \frac{Q_{ij}}{\sqrt{Q_{ii}Q_{jj}}} \tag{34}$$

Este coeficiente caracteriza la correlación entre dos mediciones cualquieras y toma valores ente -1 y 1.

II.4.10 Elipses de error.

Figura teórica, construida a partir de los elementos de la matriz de covarianza, que describe una región de incertidumbre para los parámetros estimados.
La figura de una elipse se define por el semi-eje mayor (a) y el semi-eje menor (b). La orientación de una elipse estándar absoluta se define por el ángulo (Phi) que se forma entre el semi-eje mayor y el eje Y-Norte del sistema de coordenadas.
Las elipses de error pueden ser absolutas y relativas (Menéndez-Cazañas 1998).

Absolutas cuando se refiere ala exactitud de las coordenadas horizontales en un punto i. Ver figura 12.
Los valores de los semiejes a y b se deriva de la matriz varianza-covarianza luego del ajuste.
Los elementos de la elipse se obtienen por las siguientes expresiones:

$$K = \sqrt{\left[Q_{xx} - Q_{yy}\right] + Q^2{}_{xy}}$$

$$a = \sqrt{1/2\left[Q^2{}_{yy} + Q^2{}_{xx} + K\right]}$$

$$b = \sqrt{1/2\left[Q^2{}_{yy} + Q^2{}_{xx} - K\right]} \tag{35}$$

$$Tg2T = \frac{2Q_{XY}}{Q^2{}_{XX} - Q^2{}_{YY}}$$

La elipse absoluta puede ser:

1. estándar
2. relativa

La elipse absoluta estándar es la que los semiejes a y b se multiplican por un factor de expansión igual a 1 y confianza de 68,4 %

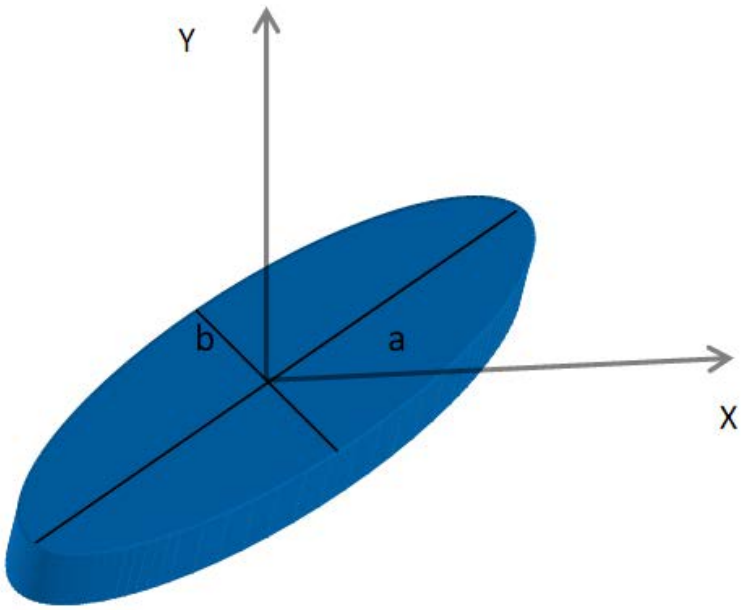


Figura 12 Elipse de error estándar

La elipse absoluta de confianza es la que los semiejes a y b se multiplican por un factor de expansión igual a 2.45 y confianza de 98.6 %

La elipse relativa es la que se refiere a la exactitud de de las coordenadas horizontales de un punto con relación a otro y se calcula por las mismas fórmulas que la elipse de errores absolutos.

II.5 Comparación entre las fórmulas utilizadas por Leica para el ajuste y el utilizado manualmente.

Es muy importante para el desarrollo posterior del ajuste de redes GPS tener en cuenta las semejanzas y diferencias de las formulas utilizadas.

Tabla Nº 4 Tabla comparativa de los algoritmos utilizados.

Especificación	Fórmulas utilizadas por Leica Geo Office 7.0	Fórmulas manuales (Tradicionales)
Ecuaciones de corrección	b + e = Ax + a b = (m) vector de las observaciones; e = (m) vector de las correcciones; A = (m x n) matriz de diseño; x = (n) vector de las incógnitas;	$V = B\Delta x + W$ V= (mx1) vector de las correcciones; B = (m x n) matriz de diseño; Δx = (nx1) vector de las incógnitas; W= (mx1) vector de los miembros libres.
Principio o criterio básico	$e^T Pe$ = Min	$V^T PV$ = Min
Elementos de las Ecuaciones normales	N = (A^t P A), (n x n) matriz de la normal	$R = A^T pA, \quad (nxn)$ $b = B^T pW, \quad (nx1)$
Ecuaciones normales	$Nx=A^T P(b-a)$	$R\Delta x + b = 0,$
Solución de las ecuaciones normales	$x = N^{-1} A^t P(b - a)$ s^2= varianza a-posteriori de launidad ponderada.	$\Delta x = -R^{-1} b \quad (nx1)$
Varianza estimada	$s^2= e^t Pe/(m - n)$	$\mu^2 = V^T P V /(m-n)$
Matriz Varianza covarianza	$\Sigma_X = \mu^2 N^{-1}$	Se puede utilizar como variante alternativa los pesos calculados a partir del inverso de la distancia
Solución para el vector de las incógnitas	$x = x_0 + \Delta x$	$\bar{X} = \Delta X + V$
Parámetros estimados de la matriz cofactor	N^{-1}	$Q = R^{-1}$

Modelo estocástico	$\Sigma_b = \delta^2 Q = \delta^2 P^{-1}$ Σ_b = (m x m) matriz de varianza-covarianza; δ^2 varianza a-priori de la unidad ponderada; Q = (m x m) matriz del coeficiente ponderado; P = (m x m) matriz ponderada.	$Chi^2 = \frac{V^T PV(a\ posteriori)}{V^T PV(a\ priori)}(m-n)$

En la literatura consultada la matriz de diseño se denomina A o B indistintamente.

II.6 Ajuste de las redes espaciales GPS sobre plataforma MATLAB.

Utilizando el algoritmo descrito en II.3 sobre la plataforma MATLAB se elaboró una aplicación que permite el ajuste automatizado de cualquier red espacial GPS. Esta aplicación se nombra MinQuad, aunque no esta concluida permite realizar el ajuste de la red, la evaluación de las incógnitas ajustadas y el calculo de las elipses de error. Cuando este concluida permitirá realizar las evaluaciones estadísticas necesarias para la validación del ajuste**.**

La vista general del código fuente de MinQuad se muestra en la Figura 18.

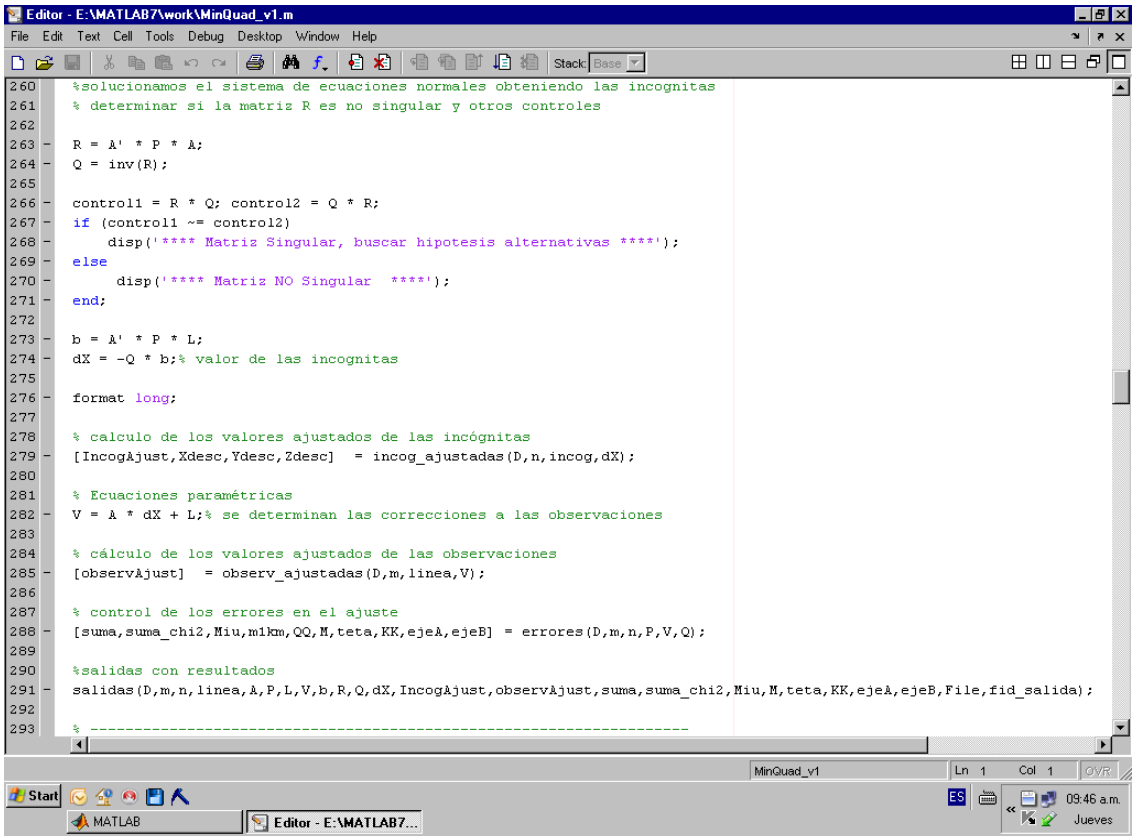


Figura 13 Vista general de la aplicación MinQuad.

Conclusiones del capitulo II.

Luego del análisis teórico realizado se puede concluir que se ha obtenido un algoritmo que permite ajustar redes espaciales GPS desechando los módulos de los sistemas profesionales, es posible elaborar un sistema profesional automatizado que permita realizar el ajuste redes espaciales GPS y se ha determinado las opciones en las cuales se debe centrar el procedimiento.

CAPÍTULO III RESULTADOS DEL AJUSTE DE LA RED ESPACIAL GPS DE LA FÁBRICA EN CONSTRUCCION FERRONIQUEL MINERA S.A (ESTUDIO DE CASO)

III.1 Resultado del ajuste de la red espacial GPS de la fábrica en construcción Ferroníquel Minera S.A utilizando el sistema Leica Geo Office 7.0.

III.1.1 Introducción.

Según queda establecido en Menéndez 1998 el ajuste de una red se subdivide en dos pasos separados o fases:

1. Ajuste de la red libre.
2. Ajuste por constreñimiento.

Según la misma fuente una red libre puede definirse como una red en la que el esquema de la geometría sólo es determinado por las observaciones. La posición, escala y orientación de la red son fijadas por un número mínimo de constreñimientos extras en la solución de ajuste. En ajuste de la red libre el énfasis se pone en la calidad de las observaciones, en lugar del cálculo de las coordenadas. Las otras estaciones elegidas para determinar la precisión, escalas y orientación cambiarán las coordenadas, a priori de la comprobación estadística conque se lleva a cabo en diseño(a priori) y ajuste (a posteriori).

El ajuste con constreñimiento se divide en: constreñimiento absoluto y pesado. La diferencia entre estos dos tipos está en el cálculo de las coordenadas. En un ajuste por constreñimiento absoluto las coordenadas de las estaciones conocidas mantienen su valor original, es decir, ellas no reciben ninguna corrección. Sin embargo, en el ajuste pesado por constreñimiento, las estaciones conocidas reciben una corrección.

En el caso de la red que nos ocupa el ajuste realizado fue un ajuste libre ya que todos los puntos (4) recibieron corrección.

III.1.2 Descripción de la red.

La red de puntos que se muestra en la figura 11. Está compuesta por cuatro puntos FNC -2.1, FNC-5, FNC-3, FNC-1. Estos puntos son de centración forzada establecidos para el monitoreo del área de la construcción de la planta. Están ubicados en sitios protegidos fuera del área de construcción para garantizar su permanencia y estabilidad en el tiempo. Hay visibilidad entre puntos. Para el cálculo de las coordenadas de los puntos las referencias fueron el FNC-1 y el FNC-2.1.

La red presenta los siguientes datos iniciales que se muestran el Figura 14**.**

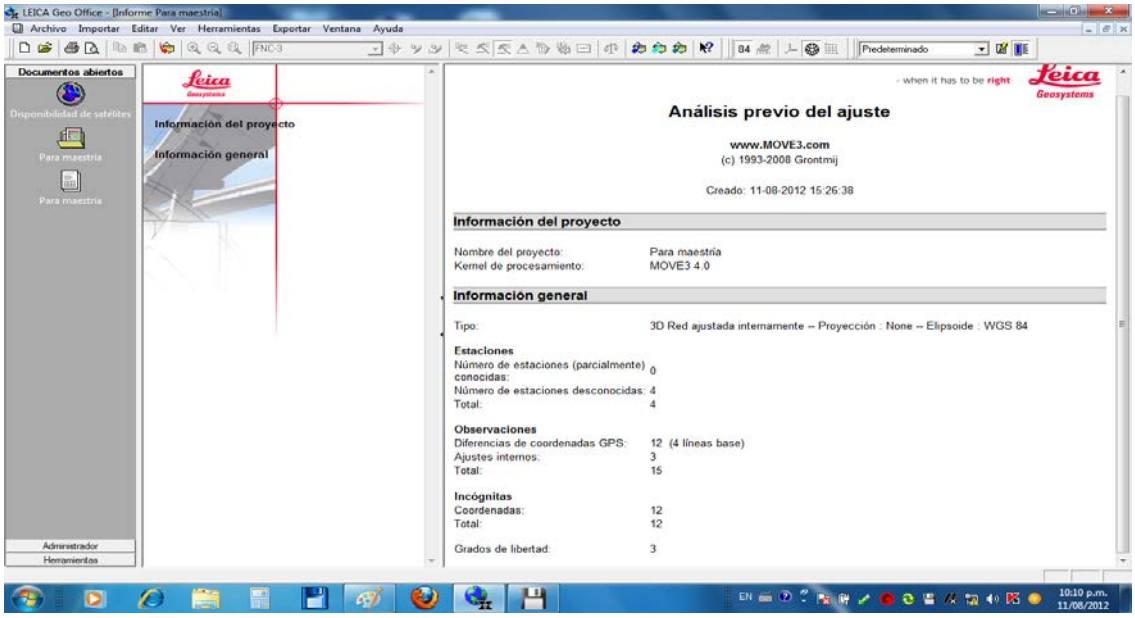


Figura14 Análisis previo de la red.

III.1.3 Ajuste de la red.

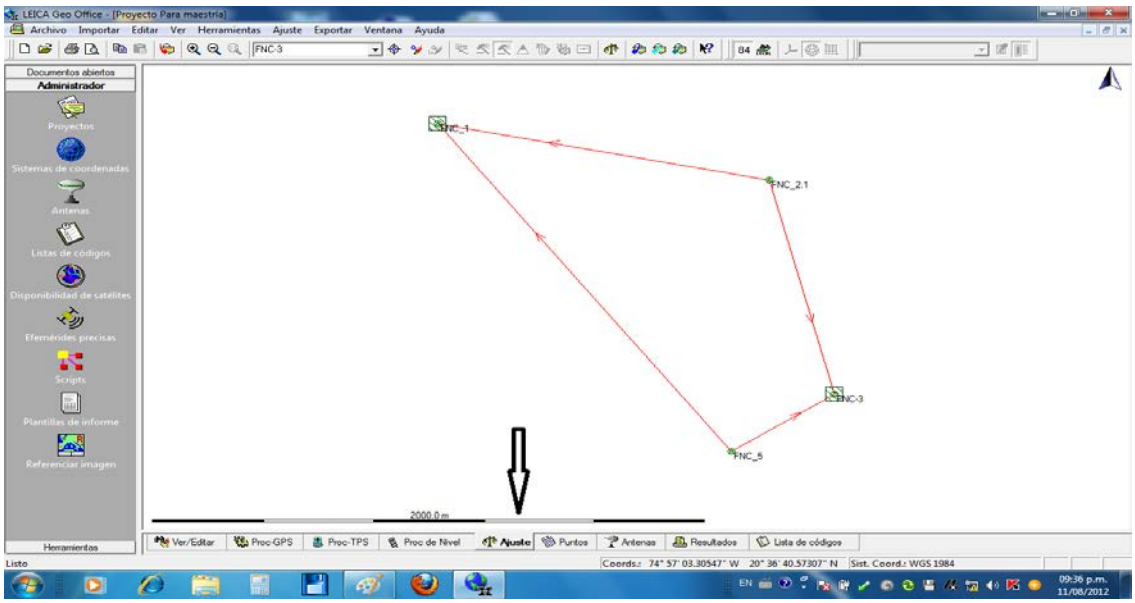


Figura 15 Red espacial GPS.

Luego de realizado el ajuste de la red se obtienen las coordenadas ajustadas de los puntos según la Figura 15.

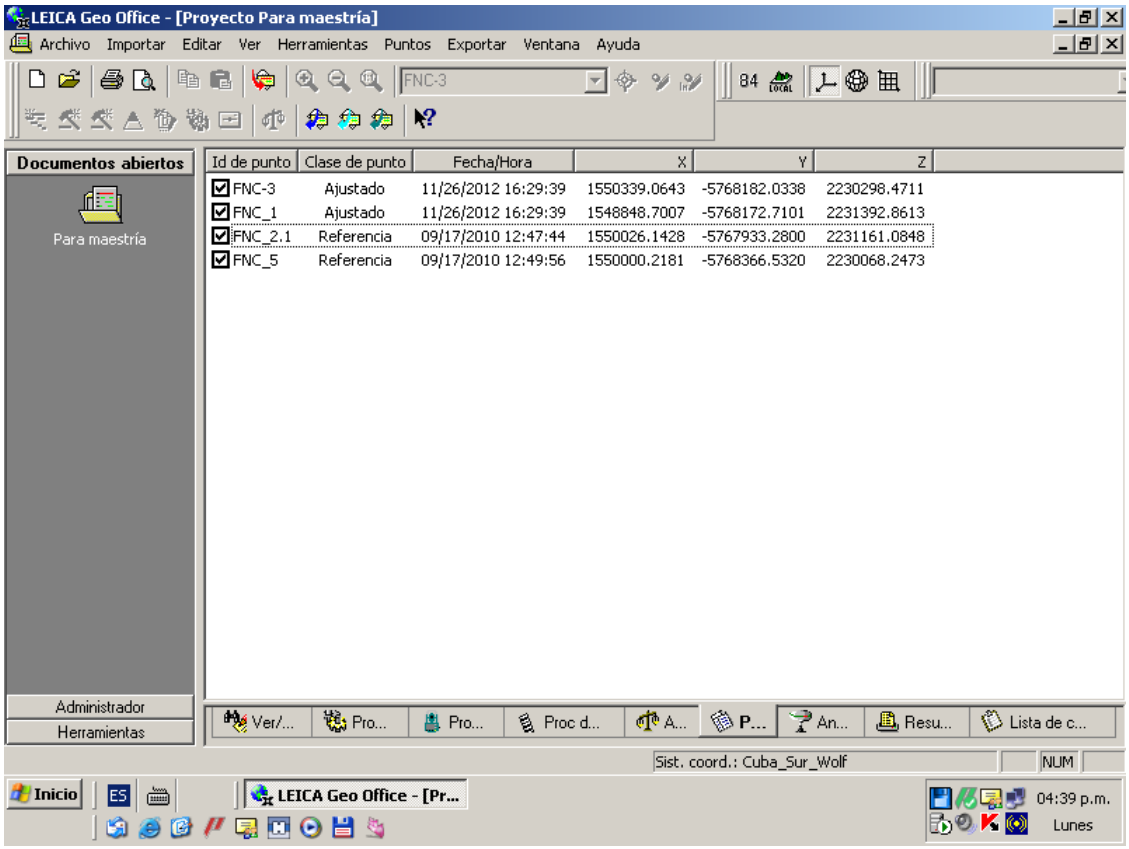


Figura 16 Coordenadas X,Y, Z ajustadas.

Los **resultados del ajuste** están compuesto por:

1. Las coordenadas ajustadas.
2. Observaciones y residuales.
3. Residuales del vector de líneas bases.
4. Elipses de error absoluto (2D-95% 1D-68.3%).
5. Elipses de error relativo (2D-95%).

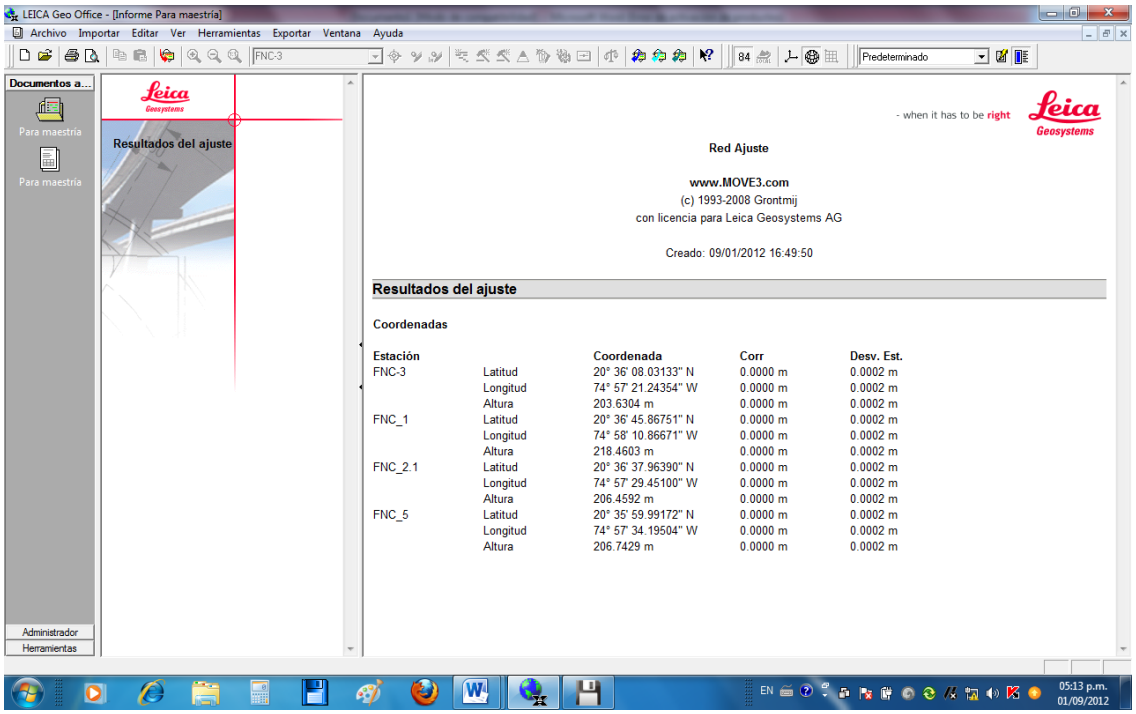


Figura 17 Coordenadas B,L, h ajustadas.

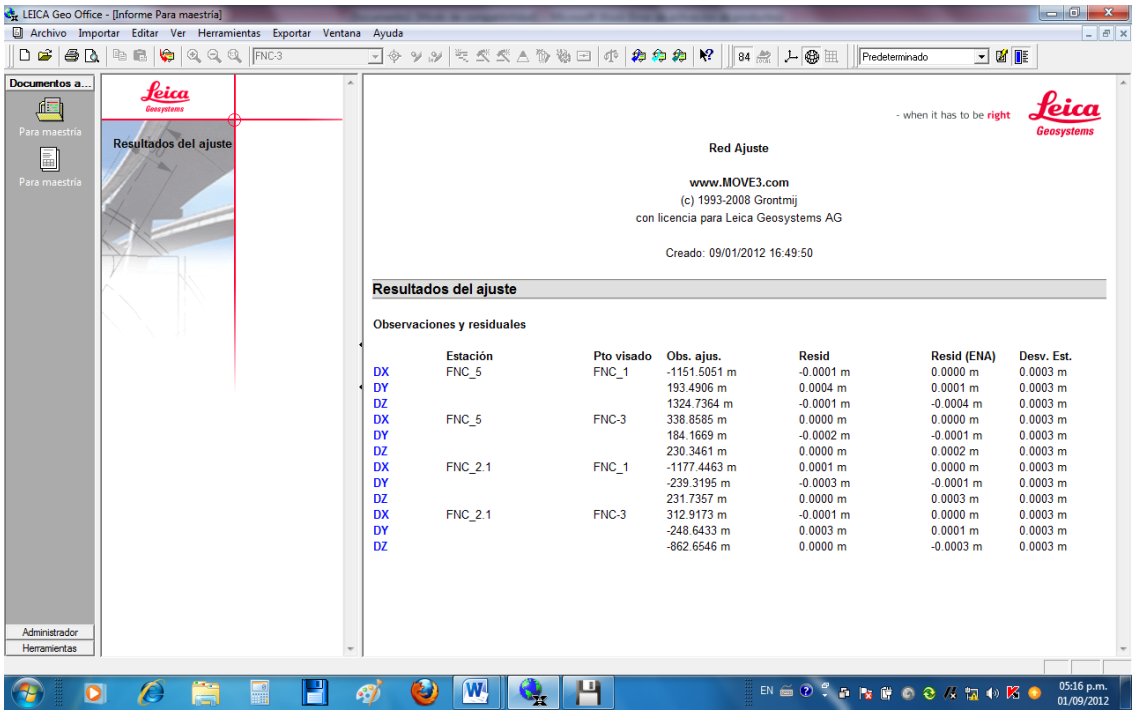


Figura 18 Observaciones y residuales.

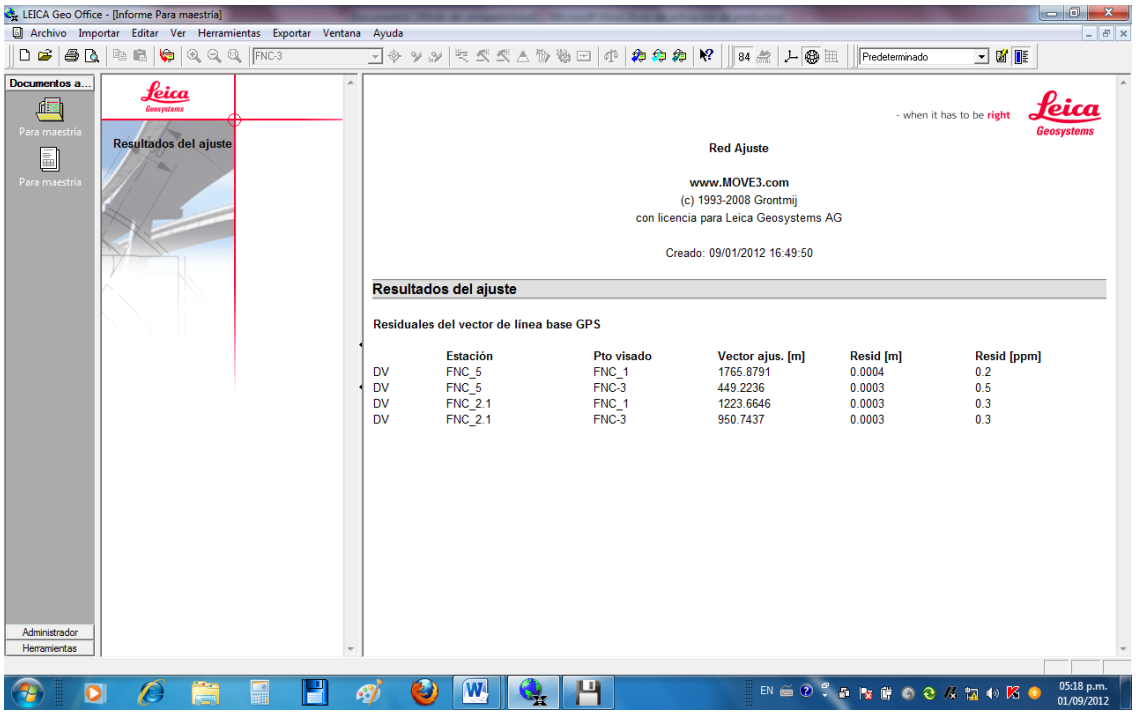


Figura 19 Residuales del vector de línea base.

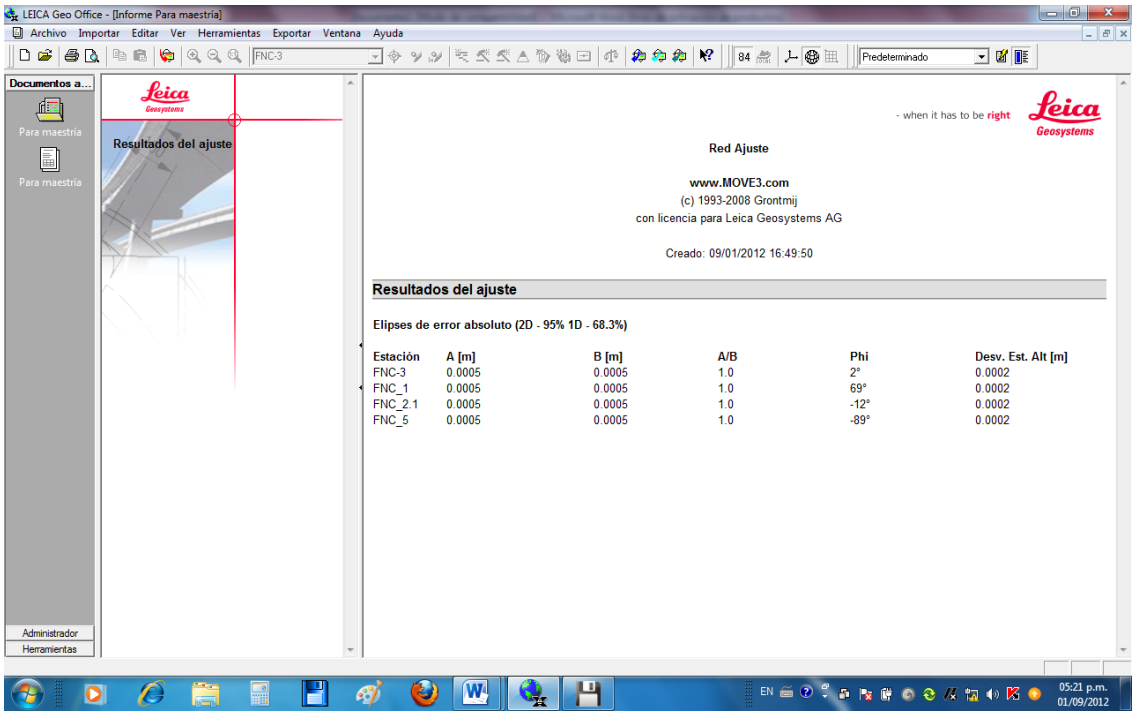


Figura 20 Elipses de error absoluto.

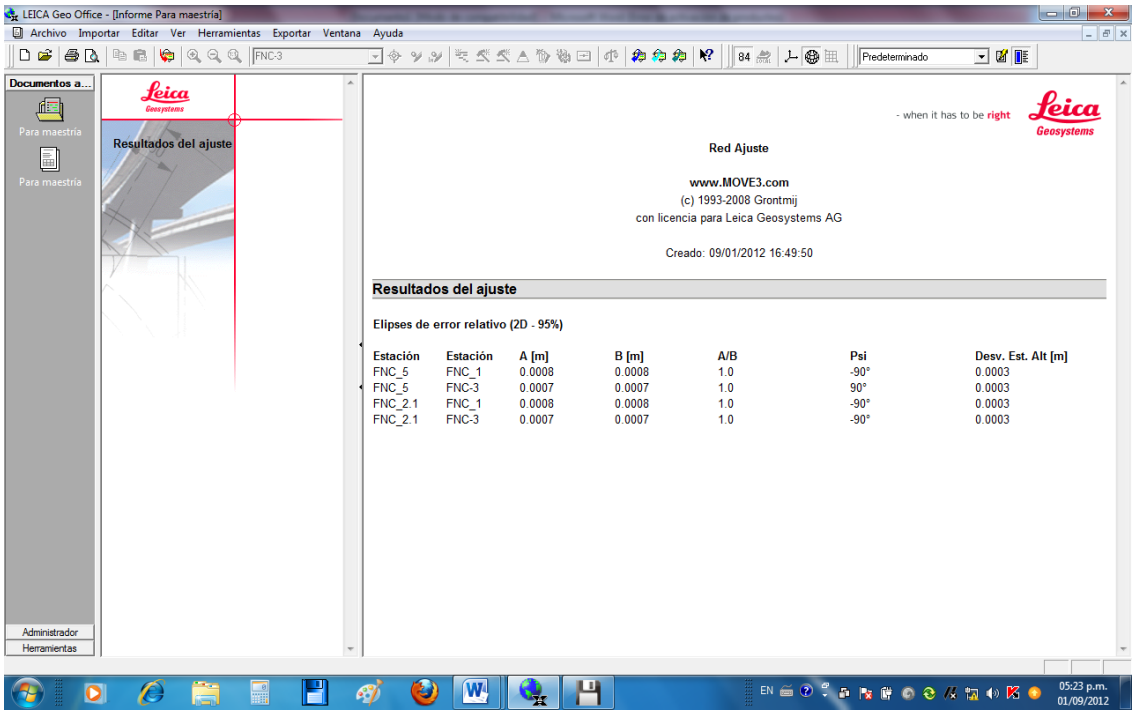


Figura 21 Elipses de error relativo.

Las **prueba y errores** contiene la información siguiente:

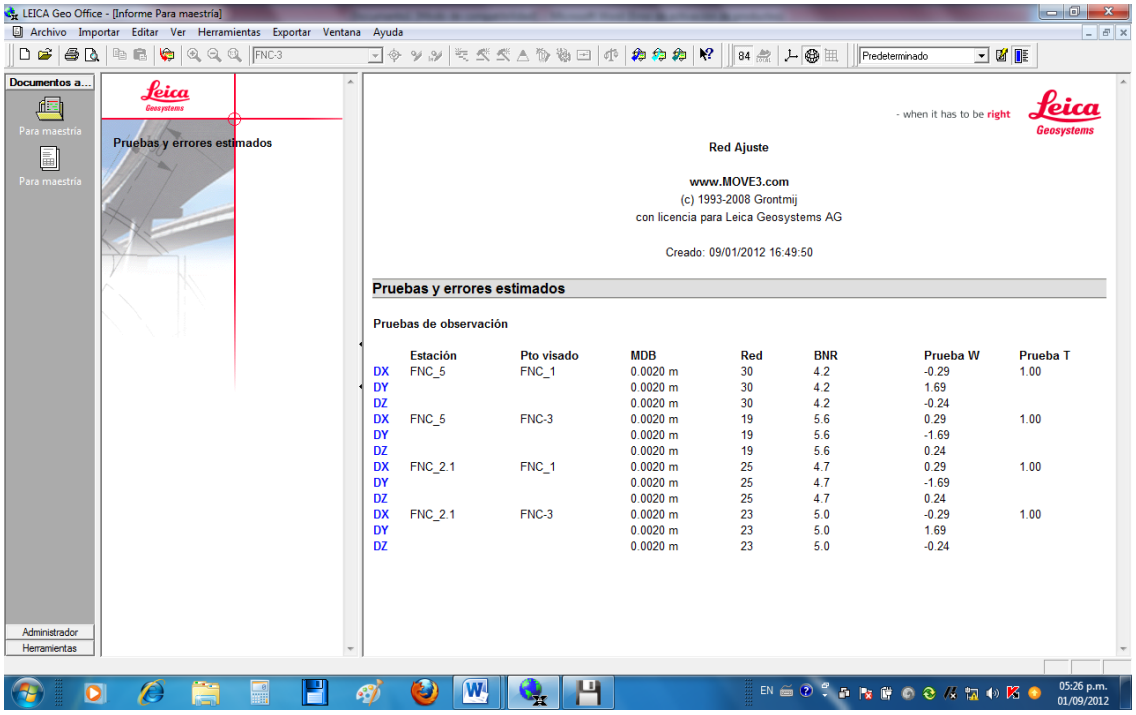


Figura 22 Pruebas y observaciones.

La prueba W muestra el factor de cobertura bajo el cual se encuentra cada resultado, significativamente los resultados que mayor factor de cobertura

muestran son los que mayores diferencias presentaron luego de las mediciones. Esta es una prueba de una sola dimensión.

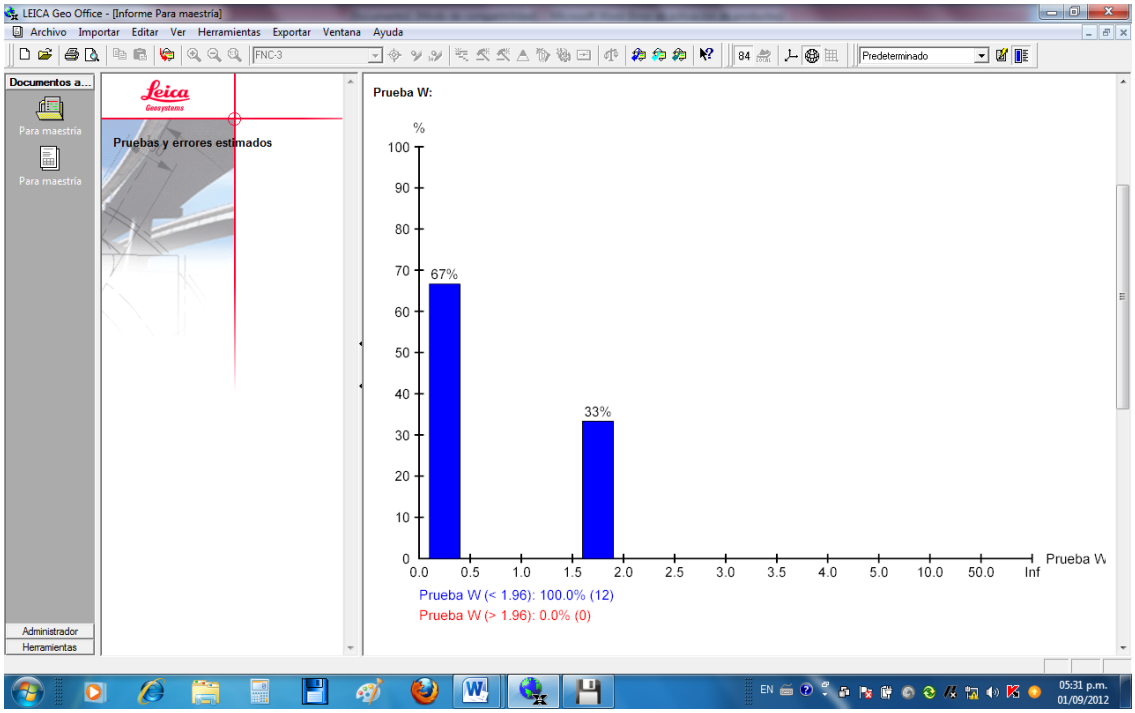


Figura 23 Prueba W (de una sola dimensión).

La Figura 23 muestra que de las 12 mediciones 8 se encuentran en el intervalo de confianza entre 0.0 y 0.5 y 4 entre 1.5 y 2.0.

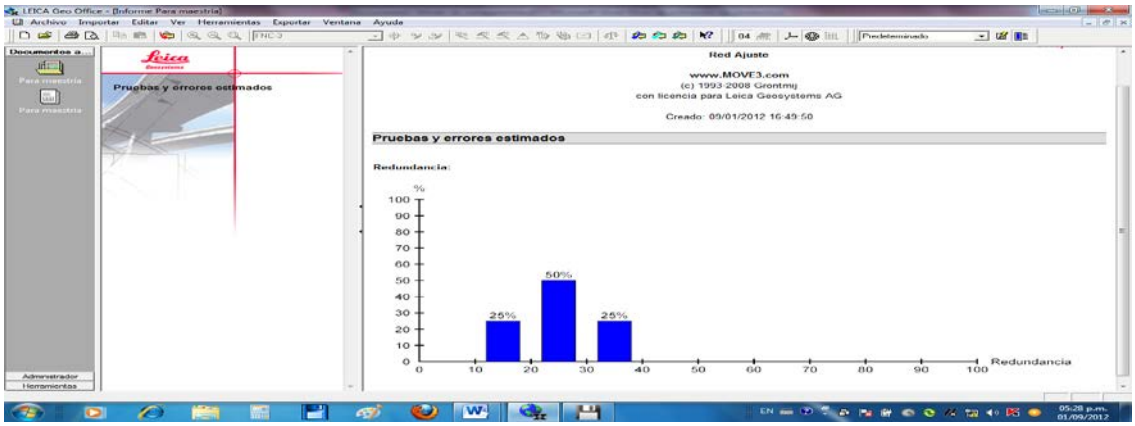


Figura 24 Redundancia de las mediciones.

Después del informe de la red se visualizan los cierres.

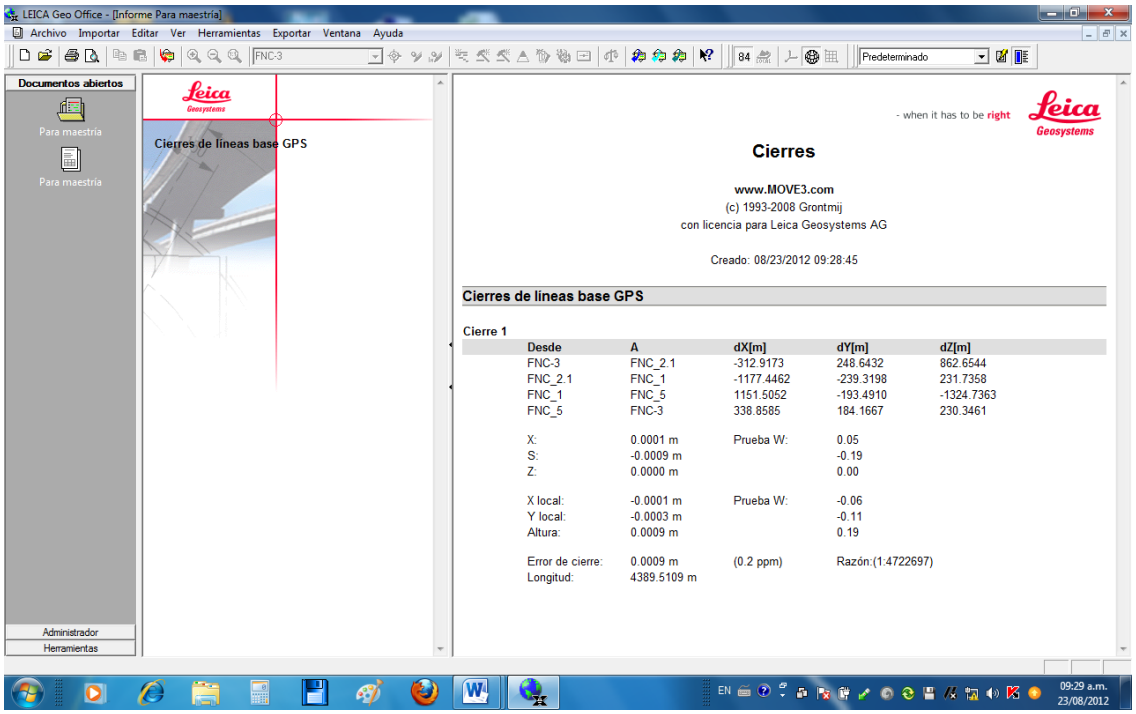


Figura 25 Errores de cierres.

Como la figura 15 es cerrada, el programa calcula los siguientes errores de cierres para el caso de los GPS:

1. Cierres de líneas bases.
2. Cierres de diferencias de alturas.

Los errores de cierre se muestran en la Figura 25.

III.2 Resultado del ajuste de la red espacial GPS de la fábrica en construcción Ferroníquel Minera S.A manualmente.

El ajuste manual esta compuesto de dos partes:

1. Ajuste manual.

2. Ajuste manual por la vía matricial.

El ajuste manual se realizo calculando los pesos en base al inverso de la distancia, mientras que el cálculo automatizado utilizando el sistema Leica Geo Office 7.0 y el MATLAB se realizo utilizando los pesos calculados a partir de los elementos de la matriz de varianza-covarianza de las mediciones

III.2.1 Ajuste manual.

Todos los cálculos se realizaron en metros

Elementos Conocidos.

Tabla N° 6 Elementos conocidos de la red

	X, (m)	Y, (m)	Z, (m)
FNC 2.1	1550026.143	-5767933.28	2231161.085
FNC 5	1550000.218	-5768366.532	2230068.247

Identificación de las incógnitas.

$$\bar{X}_C ; \bar{Y}_C ; \bar{Z}_C$$

$$\bar{X}_D ; \bar{Y}_D ; \bar{Z}_D$$

Calculo aproximado de las incógnitas.

$$\overset{0}{X}_C = X_{AC} = 1548848.6966\,m;\ \overset{0}{Y}_C = Y_{AC} = -5768172.5999\,m;\ \overset{0}{Z}_C = Z_{AC} = 2231392.8205\,m$$

$$\overset{0}{X}_D = X_{AD} = 1550339.0602\,m;\ \overset{0}{Y}_D = Y_{AD} = -5768181.9232\,m;\ \overset{0}{Z}_D = Z_{AD} = 2230298.4303\,m$$

Calculo de los miembros libres.

Tabla N° 7 Cálculo de los miembros libres

Hasta	X, (m)	Y, (m)	Z, (m)	Wx, (m)	Wy, (m)	Wz, (m)
FNC 1(C)	1548848.7129	-5768173.0410	2231392.9836	-0.0163	0.4411	-0.1631
FNC 1(C)	**1548848.6966**	**-5768172.5999**	**2231392.8205**	**0.0000**	0.0000	0.0000
FNC 3(D)	1550339.0766	-5768182.3653	2230298.5934	-0.0164	0.4421	-0.1631
FNC 3(D)	**1550339.0602**	**-5768181.9232**	**2230298.4303**	**0.0000**	0.0000	0.0000

El cálculo de los miembros libres se calcula restando del valor aproximado de las incógnitas los valores medidos de los puntos C y D.

Cálculo de los coeficientes de las ecuaciones de corrección.

Tabla N° 8 Coeficientes de las ecuaciones de corrección.

n=6	a	b	c	d	e	f	W	P=C\L	L, (m)
m=12	dxc	dyc	dzc	dxd	dyd	dzc		C=1775.8	
dxcAC	1	0	0	0	0	0	0	1.4431	1223.7
dycAC	0	1	0	0	0	0	0	1.4431	1223.7
dzcAC	0	0	1	0	0	0	0	1.4431	1223.7

dxcBC	1	0	0	0	0	0	-0.0163	1.0000	1765.8
dycBC	0	1	0	0	0	0	0.4411	1.0000	1765.8
dzcBC	0	0	1	0	0	0	-0.1631	1.0000	1765.8
dxAD	0	0	0	1	0	0	0	1.8573	950.7
dyAD	0	0	0	0	1	0	0	1.8573	950.7
dzdAD	0	0	0	0	0	1	0	1.8573	950.7
dxdBD	0	0	0	1	0	0	-0.0164	3.9301	449.3
dydBD	0	0	0	0	1	0	0.4421	3.9301	449.3
dzdBD	0	0	0	0	0	1	-0.1631	3.9301	449.3

Formulación de las ecuaciones normales

$$2.44306\delta x_C + 0\delta y_C + 0\delta z_C + 0\delta x_D + 0\delta y_D + 0\delta z_D - 0.01630 = 0$$
$$0\delta x_C + 2.44306\,\delta y_C + 0\delta z_C + 0\delta x_D + 0\delta y_D + 0\delta z_D + 0.44110 = 0$$
$$0\delta x_C + 0\delta y_C + 2.44306\,\delta z_C + 0\delta x_T + 0\delta y_T + 0\delta_T - 0.16310 = 0$$
$$0\delta x_C + 0\delta y_C + 0\delta z_C + 5.78737\delta xc_D + 0\delta y_D + 0\delta z_D - 0.06445 = 0$$
$$0\delta x_C + 0\delta y_C + 0\delta z_C + 0\delta x_D + 5.78737\delta y_D + 0\delta_D + 1.73748 = 0$$
$$0\delta x_C + 0\delta y_C + 0\delta z_C + 0\delta x_D + 0\delta y_D + 5.78737\delta z_T - 0.64099 = 0$$

Cálculo de los coeficientes de las ecuaciones normales.

Tabla N° 9 Coeficientes de las ecuaciones normales.

Coeficientes	Valores, m	Coeficientes	Valores, m
(aap)	2.44306	(aWp)	-0.01630
(bbp)	2.44306	(bWp)	0.44110
(ccp)	2.44306	(cWp)	-0.16310
(ddp)	5.78737	(dWp)	-0.06445
(eep)	5.78737	(eWp)	1.73748
(ffp)	5.78737	(fWp)	-0.64099

Cálculo de las incógnitas.

$$\delta x_C = -\frac{[aWp]}{[aap]} = 0.0067 \qquad \delta y_C = -\frac{[bWp]}{[bbp]} = -0.1806 \qquad \delta z_C = -\frac{[cWp]}{[ccp]} = 0.0667$$

$$\delta x_D = -\frac{[dWp]}{[ddp]} = 0.0111 \qquad \delta y_D = -\frac{[elp]}{[eep]} = -0.3002 \qquad \delta y_D = -\frac{[flp]}{[ffp]} = 0.1106$$

Determinación de las coordenadas ajustadas de los vértices de la red.

Los valores ajustados de las coordenadas de los vértices de la red son los que se muestran en la tabla N° 8.

Tabla N° 10 Valores ajustados de las incógnitas.

Punto	Valores Aprox. (X^0,m)	Incógnitas,(δ_c)	Mbros libres,(W_C)	Corrección,(V_C)	Valor ajustado
FNC -1	1548848.7129	0.00667	-0.0163	-0.00963	***1548848.703***
	1548848.6966	0.00667	0.0000	0.00667	***1548848.703***
	Valores Aprox. (Y^0,m)				
	-5768173.0410	-0.18055	0.4411	0.26055	***-5768172.780***
	-5768172.5999	-0.18055	0.0000	-0.18055	***-5768172.780***
	Valores Aprox. (Z^0,m)				
	2231392.9836	0.06676	-0.1631	-0.09634	***2231392.887***
	2231392.8205	0.06676	0.0000	0.06676	***2231392.887***
Punto	Valores Aprox. (X^0,m)	Incógnitas(δ_c)	Mbros libres,(W_D)	corrección,(V_C)	Valor ajustado
FNC -3	1550339.0766	0.01114	-0.0164	-0.00526	***1550339.071***
	1550339.0602	0.01114	0.0000	0.01114	***1550339.071***
	Valores Aprox. (Y^0,m)				
	-5768182.3653	-0.30022	0.4421	0.14188	***-5768182.223***
	-5768181.9232	-0.30022	0.0000	-0.30022	***-5768182.223***
	Valores Aprox. (Z^0,m)				
	2230298.5934	0.11076	-0.1631	-0.05234	***2230298.541***
	2230298.4303	0.11076	0.0000	0.11076	***2230298.541***

Los valores en negritas e inclinadas representan los valores ajustados de las incógnitas.

III.2.2 Resultado del ajuste manual por la vía matricial

Tabla Nº 11 Matriz (B) de diseño

	B					
	a dxc	b dyc	c dzc	d dxd	e dyd	f dzc
dxAC	1	0	0	0	0	0
dyAC	0	1	0	0	0	0
dzAC	0	0	1	0	0	0
dxBC	1	0	0	0	0	0
dyBC	0	1	0	0	0	0
dzBC	0	0	1	0	0	0
dxAD	0	0	0	1	0	0

dyAD	0	0	0	0	1	0
dzAD	0	0	0	0	0	1
dxBD	0	0	0	1	0	0
dyBD	0	0	0	0	1	0
dzBD	0	0	0	0	0	1

La matriz Bobtenida es una matriz de sexto orden con m=12 mediciones y n=6 incógnitas (mxn).

Tabla Nº 12 Matriz Transpuesta de B (B^T).

B^T

1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1

Tabla Nº 13 Matriz de los pesos (P).

P

	dxAC	dyAC	dzAC	dxBC	dyBC	dzBC	dxAD	dyAD	dzAD	dxBD	dyBD	dzBD
dxAC	1.443	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
dyAC	0	1.443	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
dzAC	0	0	1.443	0	0	0	0	0	0	0	0	0
dxBC	0	0	0	1.000	0	0	0	0	0	0	0	0
dyBC	0	0	0	0	1.000	0	0	0	0	0	0	0
dzBC	0	0	0	0	0	1.000	0	0	0	0	0	0
dxAD	0	0	0	0	0	0	1.857	0	0	0	0	0
dyAD	0	0	0	0	0	0	0	1.857	0	0	0	0
dzAD	0	0	0	0	0	0	0	0	1.857	0	0	0
dxBD	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.930	0	0
dyBD	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.930	0
dzBD	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.930

La matriz de los pesos es una matriz diagonal ya que los únicos valores diferentes de cero son los de la diagonal principal.

Tabla Nº 14 Multiplicación de B^T*P

B^T*P

1.443	0	0	1.000	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1.443	0	0	1.000	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1.4431	0	0	1.000	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1.8573	0	0	3.9301	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1.8573	0	0	3.9301	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1.8573	0	0	3.9301

Utilizando la propiedad de las multiplicación de las matrices se obtiene la matriz B^T*P.

Tabla Nº 15 Determinación de los coeficientes de las ecuaciones normales

$R=B^T*P*B$

2.443055	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	2.443055	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	2.443055	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	5.787370	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	5.787370	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	5.787370

Según el teorema de la matriz inversa para que la matriz R sea posible invertirla es necesario y suficiente que el discriminante sea diferente de cero ($d \neq 0$), es decir, que sea regular, en este caso d=2826.46 por lo que R^{-1} existe.

Tabla Nº 16 Matriz inversaR^{-1}.

R^{-1}

0.40932	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.40932	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.40932	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.17279	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.17279	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.17279

Determinación de los miembros libres W, m (matriz columna).

0;0;0; -0.0163; 0.4411; -0.1631;0;0;0; -0.0164; 0.4421; -0.1631

Multiplicación de las matrices A^T*P*B, m (matriz columna).

$b=B^T*P*W$

-0.0163,0.4411,-0.1631,-0.06445,1.737484,-0.64099

Determinación de las incógnitas (matriz columna).

$$\delta x = -R^{-1} * b$$

$\delta x_C = 0.0067 \delta y_C = -0.1806 \delta z_C = 0.0668$
$\delta x_D = 0.0111 \delta y_D = -0.3002 \delta z_D = 0.1106$

Cálculo de los coeficientes pesados, m (matriz columna).

$Qxx_C = 0.40932 Qyy_C = 0.40932 Qzz_C = 0.40932$
$Qxx_D = 0.17279 Qyy_D = 0.17279 Qzz_D = 0.17279$

Evaluación del error medio cuadrático de la unidad de peso, m.

$\mu = \pm 0.3150$

Evaluación del EMC de las incógnitas, m.

Mxc= ± 0.2015
Myc= ± 0.2015
Mzc= ± 0.2015
Mxd= ± 0.1309
Myd= ± 0.1309
Mzd= ± 0.1309

El coeficiente de correlación r es igual a cero.

Elipses de error absoluto, m.

Cálculo de los elementos de las elipses de error¨

$K_C = 0$, $a_C = 0.289$, $b_C = 0.289$; $K_D = 0$, $a_D = 0.173$, $b_D = 0.173$

En este caso la elipse de error toma la forma de circunferencia ya que ambos semiejes son iguales a causa de que las varianzas $x_C y_C$ para el punto C y $y_D x_D$ para el punto D son iguales a cero.
El ángulo de orientación (2T = 0) es igual a cero.

Las elipses de error relativos son iguales a cero por la razón antes expuesta.

III.3 Resultado del ajuste de la red espacial GPS de la fábrica en construcción Ferroníquel Minera S.A con ayuda del programa MATLAB.

Luego del ajuste realizado se obtienen los resultados que se muestran en la Figura 26.

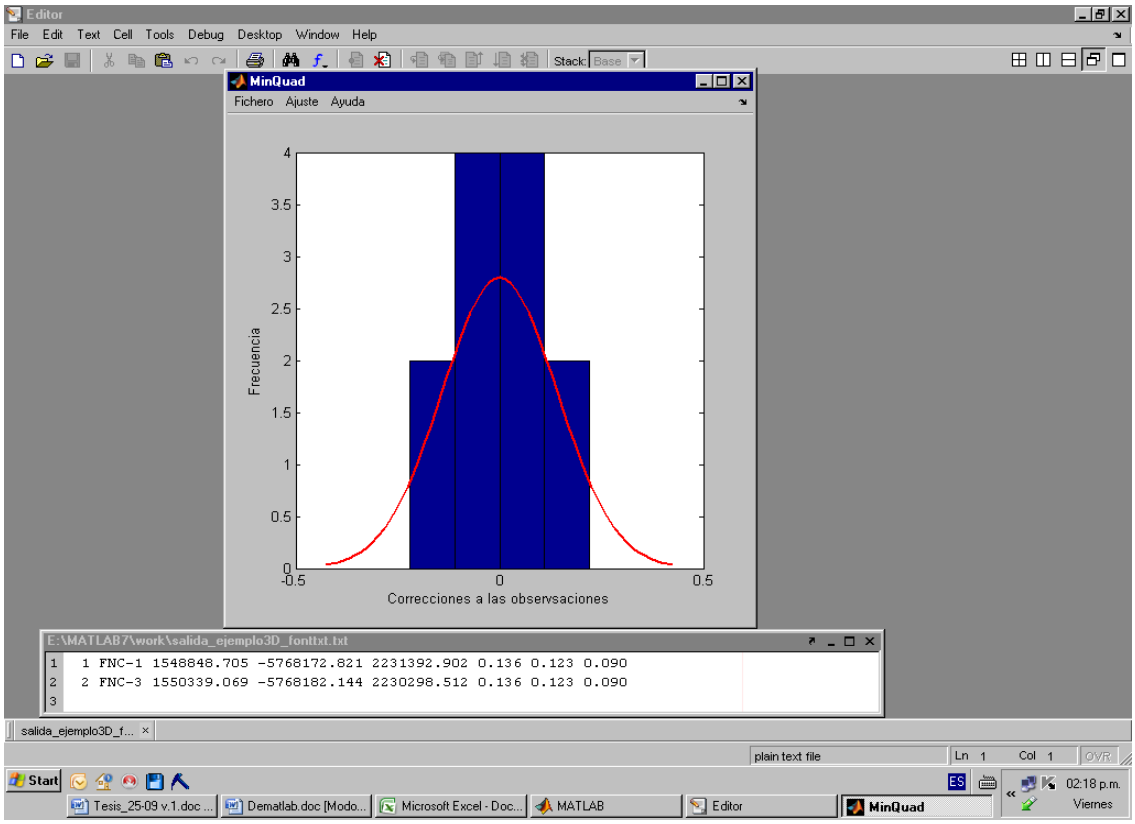


Figura 26 Resultados obtenidos por MinQuad (Coordenadas ajustadas y gráfico de las correcciones versus frecuencia).

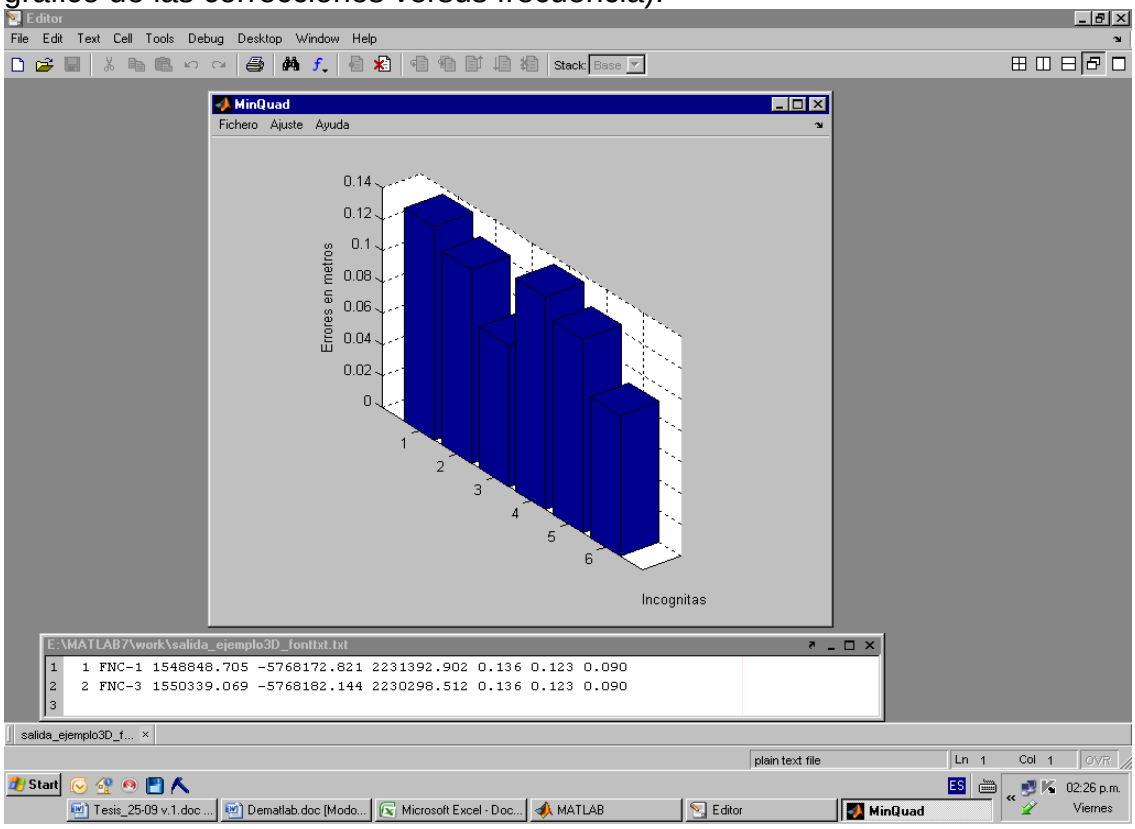


Figura 27 Resultados obtenidos por MinQuad (Coordenadas ajustadas y gráfico de los errores de las incógnitas).

III.4 Comparación de los tres métodos de ajuste de coordenadas

Tabla Nº 17 Resultados de la comparación de los tres métodos de ajuste.

Magnitudes Ajustadas	Resultados del ajuste manual, m	Resultados del ajuste según Leica, m	Resultados del ajuste según MinQuat, m	Diferencia, m		
	1	2	3	4=1-2	5=1-3	6=2-3
XC	1548848,703	1548848,701	1548848,7	0,0026	0,0033	0,0007
YC	-5768172,78	-5768172,71	-5768172,797	-0,0705	0,0165	0,0870
ZC	2231392,887	2231392,861	2231392,916	0,0260	-0,0287	-0,0547
XD	1550339,071	1550339,064	1550339,064	0,0070	0,0073	0,0003
YD	-5768182,223	-5768182,034	-5768182,12	-0,1896	-0,1034	0,0862
ZD	2230298,541	2230298,471	2230298,526	0,0701	0,0151	-0,0550

Todavía las diferencias obtenidas no satisfacen las expectativas, por lo que se debe seguir investigando para mejorarlas, aunque al reducir estas coordenadas al plano estas diferencias no sobrepasan los 2 cm en B, L y los 9 cm en H.

III.5 Procedimiento para el ajuste de redes espaciales GPS con el empleo del sistema Leica Geo Office 7.0.

En el Anexo N° 1 se presenta el procedimiento que cumplimenta el objetivo general de la tesis para la utilización más racional del sistema Leica Geo Office 7.0.

Los parámetros sobre los cuales se basa el procedimiento son: los parámetros generales, y los parámetros terrestres.

Los parámetros generales

1. Estaciones conocidas.
2. Criterios de prueba.
3. Sistemas de coordenadas.
4. Control.
5. Desviación estándar.
6. Centrado/Altura.

Los parámetros terrestres

1. Desplazamiento de acimut
2. Corrección del factor de escala
3. Coeficiente de refracción vertical

La utilización del procedimiento mejora la calidad del cálculo del ajuste reflejado en la disminución del tamaño de los semiejes de las elipses de error de los puntos, así como en la orientación de las mismas.

Tabla N 18. Variación de los parámetros de las elipses

Puntos de la red	Parámetros que varían	Semieje A, (mm)	Semieje B, (mm)	μ
Punto 1	***Parám. Pred. Sólo para observaciones GPS***	***20***	***2***	***-62º***
Punto 3		***20***	***20***	***-62º***
Punto 1	Parám. Pred. Para todas las mediciones	30	30	14º
Punto 3		30	30	14º
Punto 1	Corrección del factor de escala (50 ppm)	10	10	-3º
Punto 3		10	10	5º
Punto 1	***Corrección del factor de escala (0 ppm)***	***10***	***10***	***90º***
Punto 3		***10***	***10***	***0***

El la tabla Nº 18 en letras negritas inclinadas se muestra el mejor parámetro escogido según las investigaciones realizadas para la confección del procedimiento para los casos de los parámetros predeterminados solo para observaciones GPS y corrección del factor de escala, para el resto de los parámetros las variaciones aquí no se muestran por falta de espacio.

Conclusiones de capítulo III.

Las conclusiones de este capitulo son las siguientes: se realizó el ajuste de la misma red por métodos manuales utilizando como pesos el inverso de las longitudes de las líneas bases, se demostró que el ajuste realizado tomando como pesos el valor inverso de las longitudes de las líneas bases aunque brinda resultados inferiores en presición no debe ser rechazado totalmente por la rapidez y facilidad de su ejecución, se realizó el ajuste de forma automatizada utilizando una herramienta elaborada durante la investigación para la confección de esta tesis, se descubrieron la mayor parte de los¨secretos¨ que acompañan a los sistemas de ajustes profesionales.

Conclusiones generales

1. La realización del ajuste de forma mecánica disminuye la presición de los resultados obtenidos
2. El procedimiento de cálculo para el ajuste hace más racional el proceso y garantiza la obtención de mejores resultados.
3. Se realizó un examen teórico del estado actual del estado del ajuste de redes GPS
4. Se ajustó una red real utilizando el sistema Leica Geo Office que constituye un ejemplo práctico para el uso racional de ésta herramienta.
5. Se validó el procedimiento complementario desarrollado para el ajuste de redes GPS

Recomendaciones

1. Profundizar en el estudio del modo Diseño-simulación basada en observaciones hipotéticas del sistema Leica Geo Office.
2. Concluir el módulo MinCuad para ajustar sin necesidad de utilizar los programas profesionales de factura extranjera.
3. Continuar profundizando en el tema del ajuste con el Leica Geoffice, específicamente en la utilización de la matriz de covarianza.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

1. ACOSTA - GUTIERREZ, R. P.; & RUEDA - PEREZ, J. S. 2002. Procedimiento para la calibración de Receptores GPS, Holguín, Cuba. (Inédito). 15p.
2. ACOSTA - GUTIERREZ, R. P. 2002. Modelo del Geoide Cuba 2000. Informática 2002 (SimpLac 2002), ISBN: 959-237-079-6, 18-23 de febrero de 2002, Ciudad de la Habana, Cuba. 11 p.
3. ACOSTA - GUTIERREZ, R. P 2002a. Nivelación GPS en las condiciones de la República de Cuba. Informática 2002 (SimpLac 2002), ISBN: 959-237-079-6, 18-23 de febrero de 2002, Ciudad de la Habana, Cuba, 2002. 7p.
4. ACOSTA - GUTIERREZ, R. P. 2006. Proyecto de desarrollo tecnológico. Perfeccionamiento, modernización y desarrollo de la infraestructura geodésica en la región niquelífera de Holguín. La Habana. Cuba.
5. ALBEAR, F. 1954. Enlaces geodésicos internacionales de Cuba. En: Hidalgo, C.C y S. Ricardo 2007. Servicios Diferenciales GPS en Cuba. Estado actual y perspectivas. V Congreso Geomática 2007. La Habana. 16p.
6. Astronomical Institute. 2010. Manual de usuario Bernese GPS Software.Versión 5.0. Universidad de Bern. Alemania.
7. BAKLANOBA, V. V. 1980. Geodesia. En ruso. Ed. Niedra. Moscú. 277p.
8. BANYAI, L. (2006). Application of Full Roving GPS Observation Strategy for Monitoring Local Movements, 3rd IAG / 12th FIG Symposium, Baden, May 22- 24, 2006. 10p.
9. BOLCHAKOV, B. D; MARKUZE, I.I 1984. Practico sobre la teoría de elaboración matemática de las mediciones Geodésicas. Editorial Niedra, Moscú. 352p.
10. BELETE, O. Topografía 2008,(Inédito) ISMM de Moa. 587p.

11. BOLCHAKOV B. et al. 1989 Ajuste de las construcciones Geodésicas. Editorial Nedra, Moscú. 412p.
12. BOLCHAKOV, B. D; & GAYDAEV P.A. 1989. Teoría de la elaboración matemática de mediciones geodésicas. Editorial Mir, Moscú. 397p.
13. DALDA – MOURÓN, M. A. et al. 2003. IV Curso GPS para Geodesia y Cartografía. Cartagena de Indias. Colombia. 408p.
14. DELGADO - TRAPERO, E. 2009. El GPS en la construcción. Ediciones Ceac.251p.
15. FOSTIKOV, A. A. et al. 1998. Amarre de fotos aéreas con ayuda de los sistemas de navegación satelitales para la creación de planos catastrales. Revista Geodesia y Cartografía (en ruso) Moscú YDK 528.77:528.44: 49-52.
16. FEBLES - GARCIA, E. 1999. El modelo Matemático y los algoritmos de solución del método de variación de coordenadas obtenido a partir del método unificado de los mínimos cuadrados para su aplicación en Cuba. Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría. Facultad de Ingeniería Civil. Departamento de Ingeniería Vial.
17. FRIEBERGER, J. 2008. Calibración de antenas GPS en diferentes estaciones. Universidad Federal Panamá. Panamá. Revista Cartografía. Disponible en: http://www.cartografia.cl/index.php?option=com_content&task=view&id=219&Itemid=48.
18. GARCIA - DIAZ, J. 1997. Estudio del uso del GPS en el TOM. Ponencia en XII Forum de Ciencia y Técnica. GEOCUBA. 15 p.
19. GARCIA - DIAZ, J. et al. 2005. Nivelación espacial GPS en Polígonos Geodinámicos. ¿Un deseo, o una realidad? Revista Maping. 9p.
20. GARCIA - DIAZ, J. (1997). Sistema geodésico complejo para el estudio de los movimientos recientes de la corteza terrestre en la

cuenca de Santiago de Cuba. Tesis Doctoral. INSTITUTO TÉCNICO MILITAR “José Martí” .1997. 88p.

21. GARCÍA, R. et al. 2007: Aplicaciones del GPS en teledetección. Departamento de Proyectos e Ingeniería Rural. Universidad Pública de Navarra. España. Revista Menditopografía. Disponible en: www.menditopografia.com.
22. GERACIMENKO, M. D.; SHESTAKOV H.B. 2002. ¿Que desagradable sorpresa se puede esperar de las mediciones no aleatorias?. Geodesia y Cartografía 62:10-13.
23. GURIN, C. 2002. Determinación de las ambigüedades de ciclos completos en las mediciones de faces relativas por medio de GLONASS/GPS. Geodesia y Cartografía. 62: 5-8.
24. Leica Geosystems, 2009. Sistema de ayuda de Leica Geo Office v 7.0. Suiza
25. Leica Geosystems, 2005. Sistema de ayuda de Leica Geo Office v 6.0.Suiza
26. Leica Geosystems, 2005. Sistema de ayuda de Leica Geo Office LISCAD. ETI (SEE). Entorno de Topografía y Ingeniería. v 6.2.Suiza
27. LOPÉZ, C. et al. 2007: Especificaciones de las clases de presición posicional de los trabajos topográficos en Francia. Universidad Pública de Jaéns. España. Revista El Geomensor. Disponible en: WWW. ELGEOMENSOR. CL
28. MARTINEZ-ÁLVARES, H. 1995. Informe sobre el estado actual del Sistema Geodésico Nacional de la República de Cuba. La Habana. 22p.
29. MAKCITOS, B. et al. 2002. Determinación de la desviación de la línea vertical con la utilización de GPS/GLONASS. Geodesia y Cartografía. 62:11-18.
30. MENDÉZ – CASAÑAS, E. 1998. Tesis de Diploma en Opción al Titulo de Master en Geodesia Aplicada. Enrique Febles García (Tutor). Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría. Facultad de Ingeniería Civil. Departamento de Ingeniería Vial.
31. MUELLER, I. & I.; BEUTLER, G. 1992. The International GPS Service for Geodynamics - Development and Current

Structure, in Proceedings 6th International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Vol. 2, pp. 823– 835, Ohio State University, Columbus, Ohio, USA.

32. Microsearch Corporatión 2001. Field Manual. GeoLab. Estados Unidos.
33. SHERAPOV, F. et al. Sobre el problema de la evaluación de la precisión de las mediciones GPS en grandes distancias. Geodesia y Cartografía. 62:5-8.
34. ORTÍZ-MARÍN, R. et al. 2008. Método para optimizar las mediciones topográficas con aparatos GPS. Interciencia. 32 (9): 1-10.
35. PELLINEN, L. P.1978. Geodesia Superior (Geodesia Teórica). Editorial Niedra, Moscú. 630p.
36. PEÑAFIEL, J.; & ZAYAS, J. 2001. Fundamentos del Sistema GPS y Aplicaciones en la topografía. Delegación Territorial de Madrid-Castilla-La Mancha. 135p.
37. PEREZ, O. J. et al. 2001. Velocidad relativa entre las placas del Caribe y Suramérica a partir de las observaciones dentro del Sistema de Posicionamiento Global (GPS) en el norte de Venezuela. Revista de Ciencia y Tecnología de América, 26 (002): 69-74.
38. RODRÍGUEZ - JORDANA, J. 2002. Ajuste de las observaciones. El método de los mínimos cuadrados con aplicaciones a la topografía. Universidad Politécnica de Cataluña S, L.
39. RICARDO DESDIN, S. E. 2009. Caracterización de los Movimientos Horizontales Recientes de la Corteza Terrestre en la Región Mayarí, Nicaro y Moa con el empleo de tecnologías de avanzada (GPS).Tesis Doctoral. INSTITUTO TÉCNICO MILITAR “José Martí” .98p.
40. RODRIGUEZ- ROCHE, E.; OLIVERA, R. & García – Díaz, P.L. 2008: Perfeccionamiento de la red geodésica nacional de la República de Cuba mediante el empleo del Sistema Global de Posicionamiento (GPS). En: VI Congreso Internacional de Geomática. La Habana. Cuba.
41. RODRIGUEZ- ROCHE, E.; OLIVERA, R. & García – Díaz, P. 2008: Posicionamiento geodésico en los puntos del sistema de líneas base

para la delimitación de la plataforma extendida de la República de Cuba . En: VI Congreso Internacional de Geomática. La Habana. Cuba.

42. RODRÍGUEZ-ROCHE, E. & DIAZ, P.L. 2005: El sistema global de posicionamiento (GPS) y su empleo en la modernización de las redes geodésicas. En: 4ta FIG Regional Conference. Havana. Cuba. 26-29 septiembre.
43. RODRÍGUEZ-ROCHE, E. & DIAZ, P.L. 2005: Creación de la red geodésica planimétrica de Cuba. En: 4ta FIG Regional Conference. Havana. Cuba. 26-29 septiembre.
44. RODRÍGUEZ- ROCHE, E. 2004: Empleo del GPS en la actualización de mapas topográficos. En: IV Taller de Agrimensura. La Habana. Cuba
45. RODRÍGUEZ- ROCHE, E. 2003: Actualización Cartográfica de los mapas a medianas y pequeñas escalas usando la tecnología GPS. En: III Seminario Nacional de Geomática. Santiago de Cuba. Cuba.
46. RODRÍGUEZ- ROCHE, E. 2003: Levantamiento topográficos digitales a escala 1:1 000 empleando la tecnología GPS En: III Seminario Nacional de Geomática. Santiago de Cuba. Cuba.
47. RODRÍGUEZ- ROCHE, E. 2003: Creación de la Red GPS de referencia de la Isla de la Juventud En: III Seminario Nacional de Geomática. Santiago de Cuba. Cuba.
48. RODRÍGUEZ- ROCHE, E. 2000: Creación de la red fundamental de la república de Cuba y su impacto en la red planimétrica de referencia de 1er. Orden. En: II Seminario Nacional de Geomática. Ciudad de la Habana. Cuba.
49. RODRÍGUEZ- ROCHE, E. & OLIVERA, R. 2000: El GPS y la adopción del WGS 84 en la aeronáutica civil. En: II Seminario Nacional de Geomática. Ciudad de la Habana. Cuba.

GEOCUBA ORIENTE NORTE	MAESTRIA DE TOPOGRAFIA MINERA **Procedimiento para el ajuste de redes espaciales GPS en la minería con el empleo del sistema Leica Geo Office 7.0**	CODIGO Páginas 28 FECHA: 17-11-2012 REV: 0

Copia Controlada No. ___1____

1. OBJETIVOS Y ALCANCE

Este procedimiento establece el orden para el ajuste racional de redes espaciales GPS (en lo adelante redes) en la minería con el empleo del sistema Leica Geo Office 7.0.

El objeto de este procedimiento no abarca el modo Diseño-simulación basada en observaciones hipotéticas.

Se aplica en las Empresas que ajusten redes espaciales GPS con el empleo del sistema Leica Geo Office 7.0

2. REFERENCIAS

1. **MET 35-24:2004.** Metodología para el posicionamiento GPS.
2. **MAN 30-06:2009.**Manual para ajuste de redes geodésicas de una y dos dimensiones sobre plataforma LISCAD.
3. **Desdín R.S., 2009.** Caracterización de los movimientos horizontales recientes de la corteza terrestre en la región Mayarí, Nicaro y Moa con el empleo de tecnologías de avanzadas (GPS).
4. **García D.J., 1997.** Sistema geodésico complejo para el estudio de los Movimientos Recientes de la Corteza Terrestre en la cuenca de Santiago de Cuba.

Aprobado por: Jefe de Proceso Firma: Proceso: Estratégico

5. **Rodríguez- Roche.E., 2006**. Metodología para el pos proceso de las mediciones GPScon el sistema GPS Leica SR20 para la actualización topográfica a escala 1:25000.
6. **LeicaGeosystems, 2009.** Sistema de ayuda de Leica Geo Office v 7.0.
7. **Octavio R, 1980.** La teoría de la proyección conforme de Lambert y su aplicación en Cuba. Pueblo y Educación.

3. TERMINOS Y DEFINICIONES

3.1 **Precisión**: La precisión de una red se puede definir como la influencia de las variables estocásticas de la red sobre las coordenadas.

3.2 **Ajuste:** Proceso matemático mediante el cual se eliminan los errores de cierres y se obtienen valores únicos de las magnitudes medidas.

3.3 **Red espacial GPS**: Conjunto de puntos con coordenadas X,Y, Z entrelazados entre sí en forma de triángulos.

3.4**Línea Base**: Cuerda que une dos puntos medidos.

4. RESPONSABILIDADES

4.1 **Jefe del Proceso**: Es responsable de aprobar e implantar este procedimiento en la Empresa y hacerlo cumplir en las entidades involucradas.

4.2 **Director de la entidad**: Es responsable de aplicar este procedimiento en su unidad, efectuar el análisis de los resultados y proponer las acciones correctivas efectivas para solucionar las No Conformidades, realizando su control y cumplimiento con efectividad, así como de enviar el acta correspondiente de la no conformidad a la Dirección de Ingeniería.

4.3 **Tecnólogo**: Es el responsable del seguimiento y control del cumplimiento de lo dispuesto en este procedimiento, efectuar el

análisis de las causas de las No Conformidades y proponer las Acciones Correctivas efectivas para solucionar las mismas, así como de su control y cumplimiento con efectividad.

4.4 **Jefe de Equipo / Jefe de Brigada / Jefe de Proyecto**: Son responsables de cumplir con lo establecido en este procedimiento.

5. DESARROLLO.

5.1. GENERALIDADES.

La Geodesia y la Topografía no escapan a la necesidad de ajustar magnitudes medidas. El tratamiento de las observaciones topográficas con cálculos altimétricos o de coordenadas mediante procedimientos como las triangulaciones o los itinerarios ha sido tradicionalmente objeto de estudio. Los manuales clásicos de topografía están dedicados, en gran parte, a describir sistemas más o menos ingeniosos, para analizar, compensar y corregir los errores en las observaciones.

Este procedimiento establece la secuencia más lógica para el ajuste de redes utilizando el sistema Leica Geo Office 7.0.

5.2 ALGORITMO BASICO PARA AJUSTE DE REDES EN TRES DIMENSIONES (3D).

Como se detalla en [1] el esquema tecnológico utilizado para el ajuste de redes es como sigue:

1. Importar los datos en el sistema Leica Geo Office,
2. Realizar un ajuste libre de la red (sin constreñimientos o valores fijos),
3. Detección de errores groseros,
4. Omisión y/o eliminación de observaciones,
5. Ajuste definitivo de la red por constreñimiento mínimo, verificar si el ajuste pasa las pruebas estadísticas W y T.
6. Salvar el informe del ajuste realizado y exportar los datos en el formato deseado.

   Las fórmulas (1) a la (13) son suficientes para completar la tarea de ajuste. Si este ha sido exitoso se obtienen los valores de las incógnitas

con sus elipses de error y los errores medios cuadráticos correspondientes.

La matriz de pesos se calcula a partir del inverso de los elementos de la matriz de covarianza para cada cuerda observada, la cual se obtiene del procesamiento de línea base en la herramienta ‘Leica Geo Office’.

$$\underset{m\,x\,n}{A}\ \underset{n\,x\,1}{\Delta X} + \underset{m\,x\,1}{L} = \underset{m\,x\,1}{V} \quad \textbf{(1)}$$

$$\underset{nxn}{R} = \underset{nxm}{A^t}\ \underset{mxm}{P}\ \underset{mxn}{A} \quad \textbf{(2)}$$

$$\underset{nx1}{b} = \underset{nxm}{A^t}\ \underset{mxm}{P}\ \underset{mx1}{L} \quad \textbf{(3)}$$

$$\underset{n\,x\,n}{R}\ \underset{n\,x\,1}{\Delta X} + \underset{n\,x\,1}{b} = \underset{n\,x\,1}{0} \quad \textbf{(4)}$$

$$\underset{nx1}{\Delta X} = -\underset{nxn}{R^{-1}}\ \underset{nx1}{b} \quad \textbf{(5)}$$

$$Q_{ii} = \underset{nxn}{R^{-1}} \quad \textbf{(6)}$$

$$\underset{nx1}{X^{ajus}} = \underset{nx1}{X^{aprox}} + \underset{nx1}{\Delta X} \quad \textbf{(7)}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum PV^2}{m-n}} \quad \textbf{(8)}$$

$$m = \mu\sqrt{Q_{ii}} \quad \textbf{(9)}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\,Q_{xy}}{Q_{xx} - Q_{yy}} \quad \textbf{(10)}$$

$$K = \sqrt{[(Q]_{xx} - Q_{yy})^2 + Q_{xx}{}^2} \quad \textbf{(11)}$$

$$A = \mu\sqrt{(½\,[\,[(Q]\,\downarrow xx + Q_{\downarrow}yy + K]) \quad \textbf{(12)}$$

$$B = \mu\sqrt{(½\,[\,[(Q]\,\downarrow xx + Q_{\downarrow}yy - K]) \quad \textbf{(13)}$$

Donde:

m – Cantidad de observaciones realizadas en la red,

n – Cantidad de incógnitas en la red,

(1)- Ecuaciones paramétricas, los valores de V pueden calcularse al resolver (5),

(4)- Ecuaciones normales,

(5)- Solución de las ecuaciones normales,

(6)- Matriz cofactor, sus elementos se utilizan para el cálculo de elipses de error,

(7)- Valores ajustados de las incógnitas (suma de valores aproximados y correcciones),

(8)- Error de la Unidad de Peso de las observaciones,

(9)- Error medio cuadrático de las incógnitas,

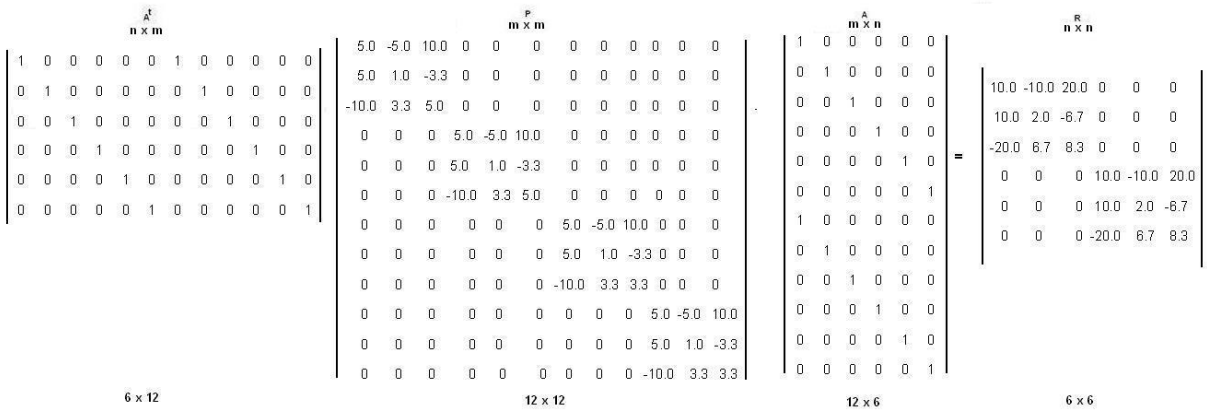
θ – Angulo de inclinación de la elipse de error,

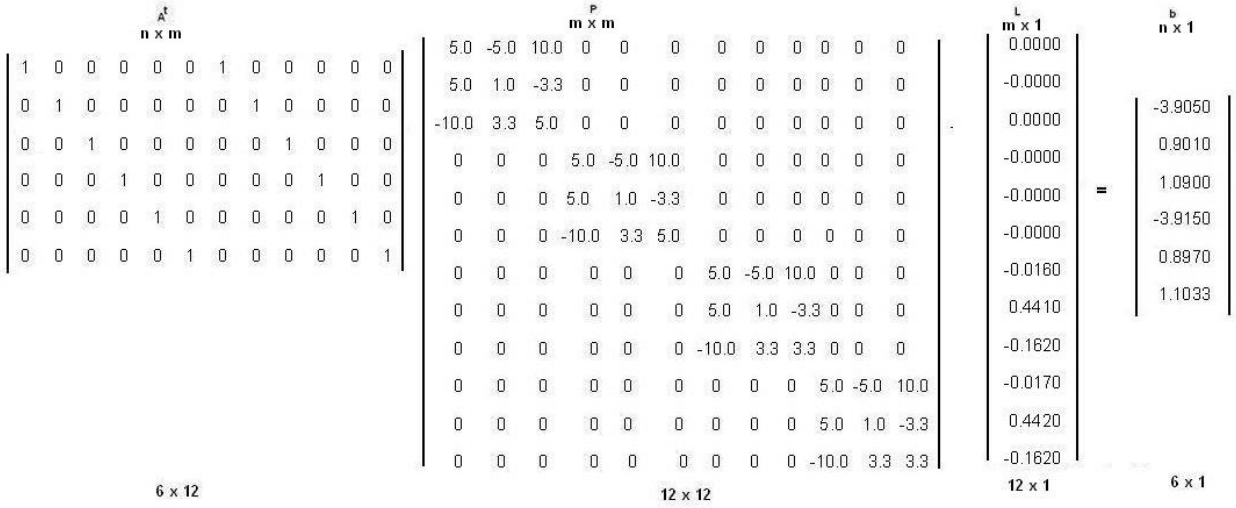
A −Semieje mayor de la elipse de error,

B −Semieje menor de la elipse de error.

En (1) L es el vector de términos libres el cual es una función de las diferencias entre los valores aproximados de las observaciones y los valores observados realmente. En algunas fuentes bibliográficas esta diferencia se realiza en sentido contrario, en tales casos es necesario cambiar el signo de L.

A continuación se muestra sobre la base del ejemplo mencionado la forma que estas matrices adquieren en los cálculos.

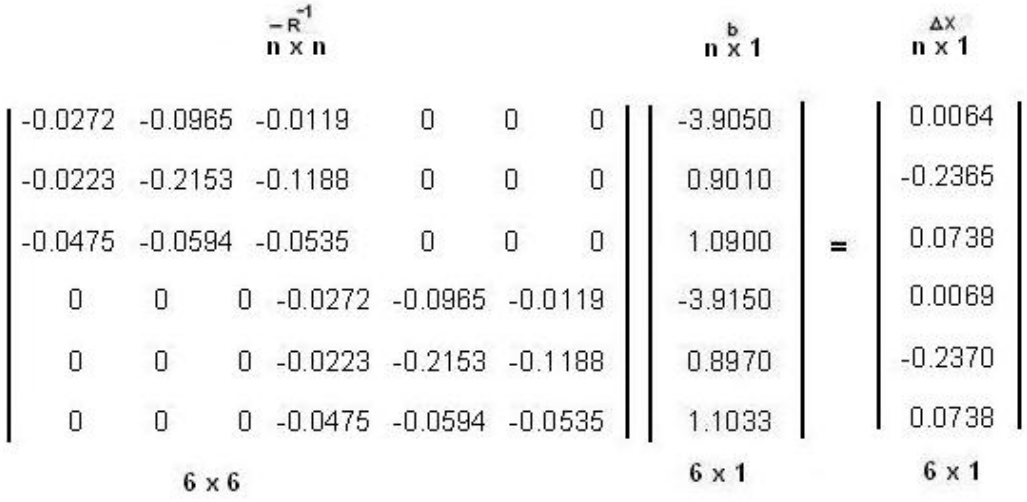




La matriz de covarianza se obtiene de la siguiente forma para cada tripleta de coordenadas de un punto.

$$\begin{vmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xz} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{yz} \\ Q_{zx} & Q_{zy} & Q_{zz} \end{vmatrix},$$

Mo*



5.3 AJUSTE DE LAS MEDICIONES

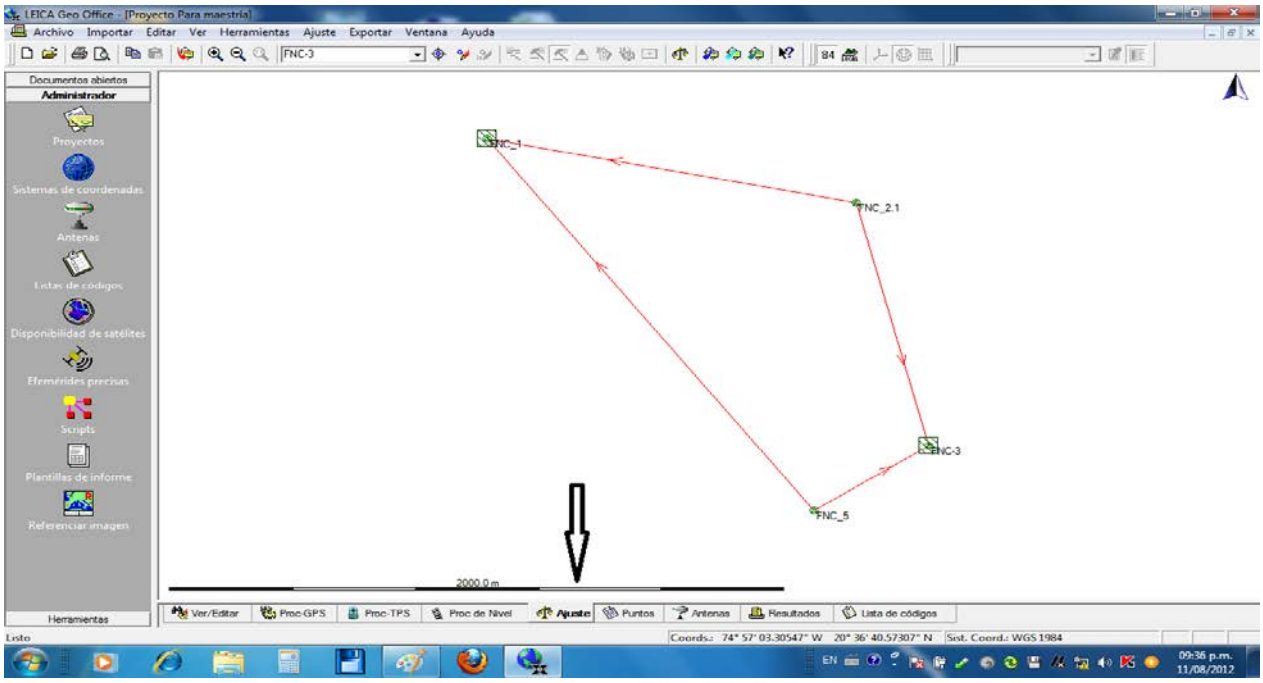


Figura 1 Red espacial GPS.

El ajuste comienza al activar la pestaña ***Ajuste*** de inmediato se muestra la figura de la red con la dirección de las líneas bases medidas.

5.3.1 CONFIGURACIÓN.

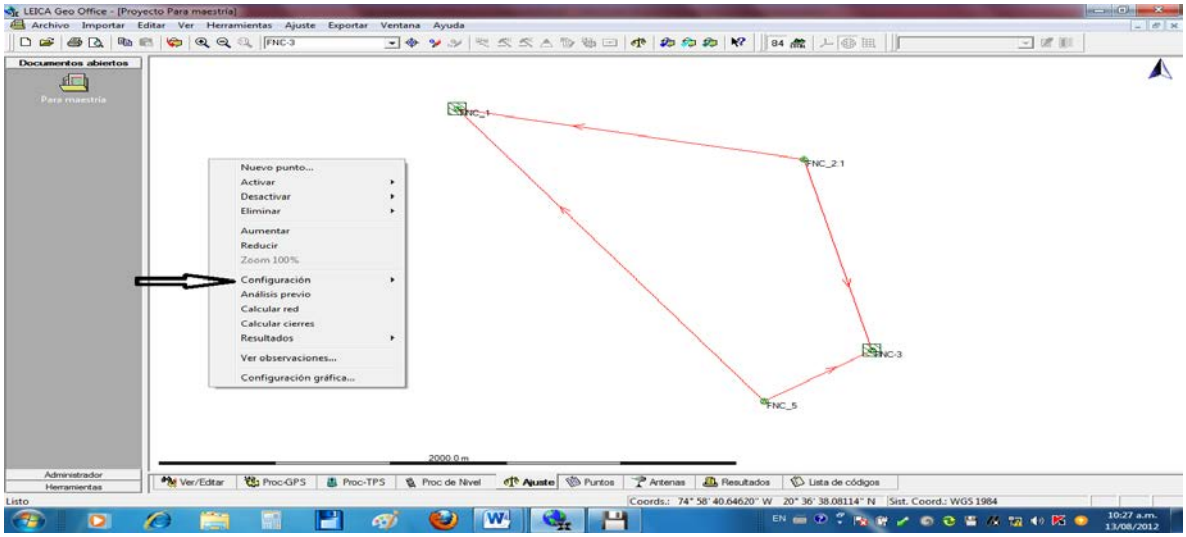


Figura 2 Ambiente para la configuración.

Luego a través de clik derecho aparece el menú conceptual del que se selecciona ***Configurar.*** La configuración se compone de tres subprocesos:

1. Parámetros generales
2. Parámetros terrestres
3. Creación de datos

5.3.1.1 PARÁMETROS GENERALES

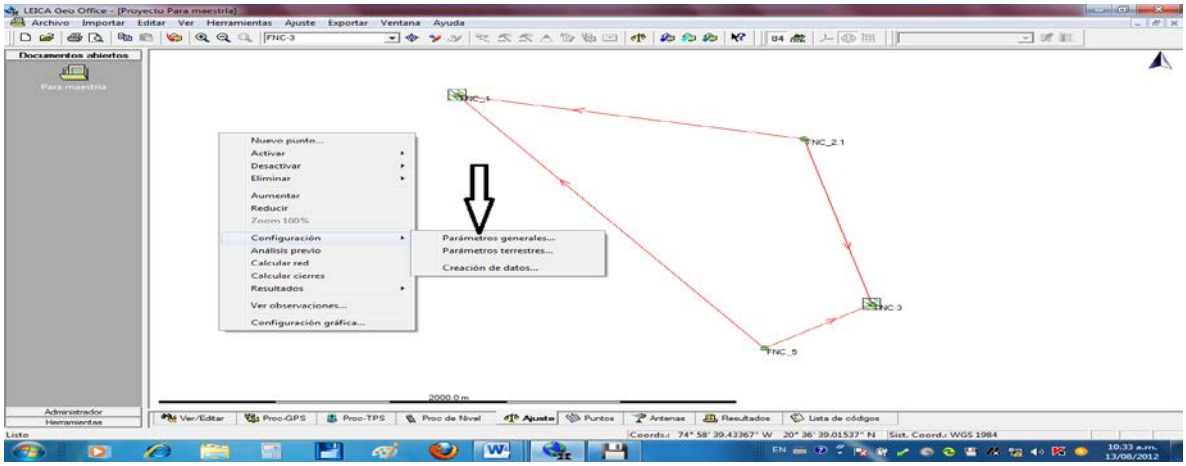
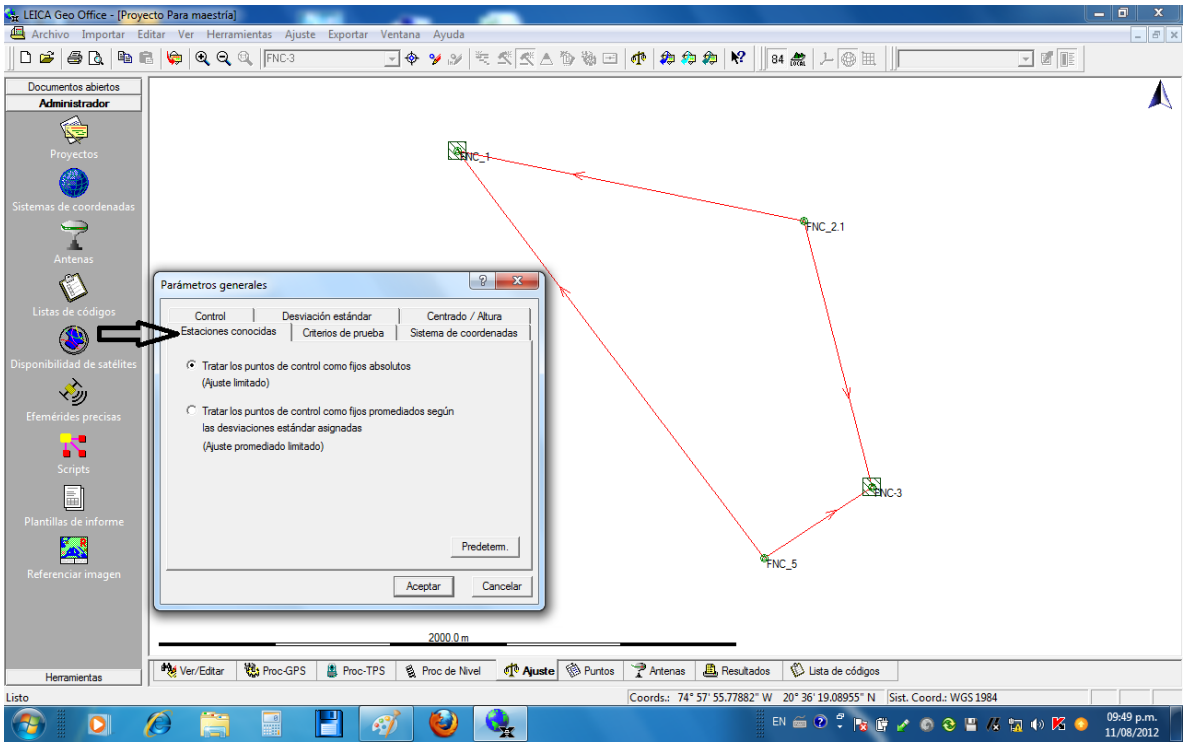


Figura 3 Ambiente para la elección de los parámetros generales.

Los parámetros generales son 6 y se accede a ellos ejecutando la opción ***Parámetros generales:***

1. Estaciones conocidas.
2. Criterios de prueba.
3. Sistemas de coordenadas.
4. Control.
5. Desviación estándar.
6. Centrado/Altura.

5.3.1.1.1 ESTACIONES CONOCIDAS.



Fugura 4 Ambiente para la elección de las estaciones conocidas.

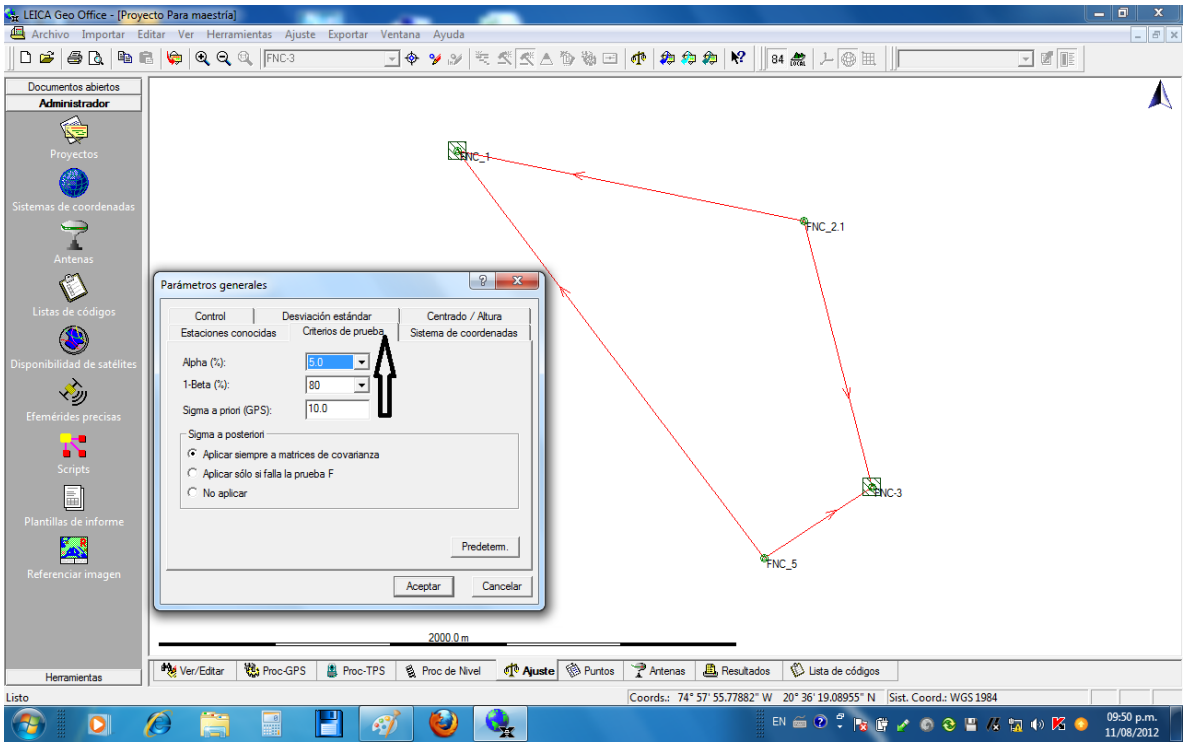
En la opción Estaciones conocidas permite seleccionar el tipo de ajuste que se debe realizar. Este sistema ofrece dos opciones:

1. Tratar los puntos de control como fijos absolutos
2. Tratar los puntos de control como fijos promediados según las desviaciones estándar asignadas

La primera opción permite realizar el ajuste con constreñimientos, es decir, los puntos de control no reciben corrección, las correcciones solamente las reciben los puntos a determinar.

La segunda opción permite realizar el ajuste sin constreñimientos, es decir, los puntos de control reciben corrección.

5.3.1.1.2 CRITERIOS DE PRUEBAS.



Fugura 5 Ambiente para la elección de los criterios de prueba.

En **Criterios de Pruebas** se seleccionan los parametros que utiliza el programa para el cálculo de los valores criticos de la prueba W.

Como valores en **Criterios de Pruebas** en Alpha se debe seleccionar 5.0% ya que esto representa la posibilidad de que solo una de las mediciones realizadas esté por encima del valor critico de Wcrit. El valor critico de Wcrit es 1.96 para Alpha 5.0%.

Tabla Nº 1 Nivel de significancia de Alpha y valor crítico de la prueba W

Nivel de significancia de Alpha (%)	0.1	1.0	5.0
Valor crítico de la prueba W	3.29	2.58	1.96

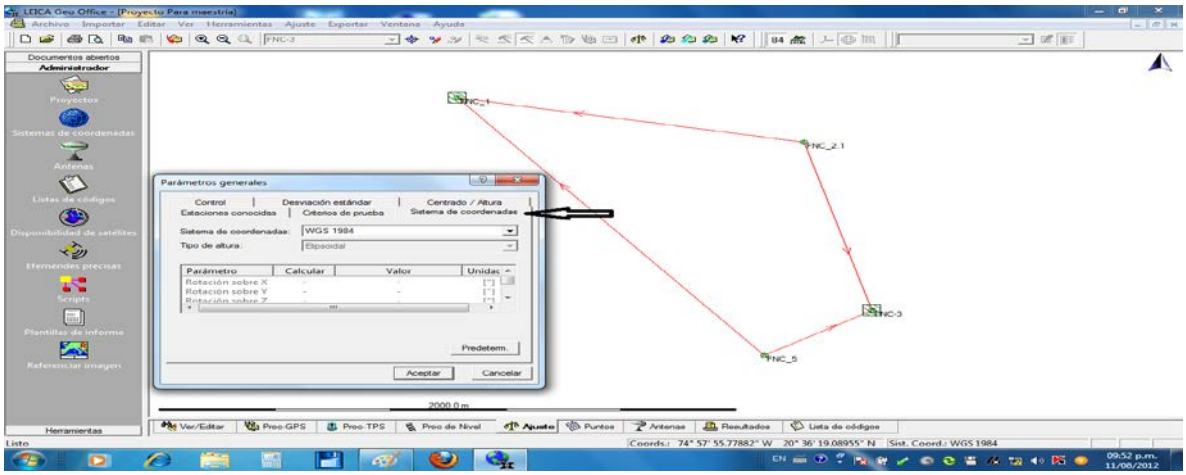
Otro enfoque al problema consiste en detectar un valor que exceda los límites promedio con la misma probabilidad tanto en la prueba F como en la prueba W. Para este fin, generalmente se fija el valor de la potencia α de ambas pruebas en 80%.

La prueba W es de una sola dimensión y tiene su principal aplicación cuando hay una medición errónea a causa de errores en la ubicación de la antena.

Sigma a priori Este valor se emplea para compensar las observaciones GPS demasiado optimistas. A menudo, las observaciones GPS obtenidas de los programas de post-proceso son bastante optimistas en cuanto a la información de precisión. Lo anterior no reviste mayor importancia cuando se ajustan únicamente observaciones GPS, pero adquiere relevancia cuando se combinan observaciones GPS con observaciones terrestres. Es aconsejable mantenerlo en 10.0.

Sigma a posteriori Valor global que se emplea para ajustar la incertidumbre del valor sigma a priori. Es decir que afectará la precisión estimada de las coordenadas ajustadas. En caso necesario, usted puede aplicar el valor de sigma a posteriori si la prueba F falla para las coordenadas ajustadas. La prueba F es una prueba que se aplica a los valores sigma a priori y sigma a posteriori. Si resultan estadísticamente diferentes, quiere decir que los valores estocásticos adjudicados a las observaciones fueron incorrectos (asumiendo que los límites promedio fueron suprimidos). Aplicando el valor de sigma a posteriori se compensa este problema. Se recomienda seleccionar la opción **Aplicar siempre a matrices de covarianza.**

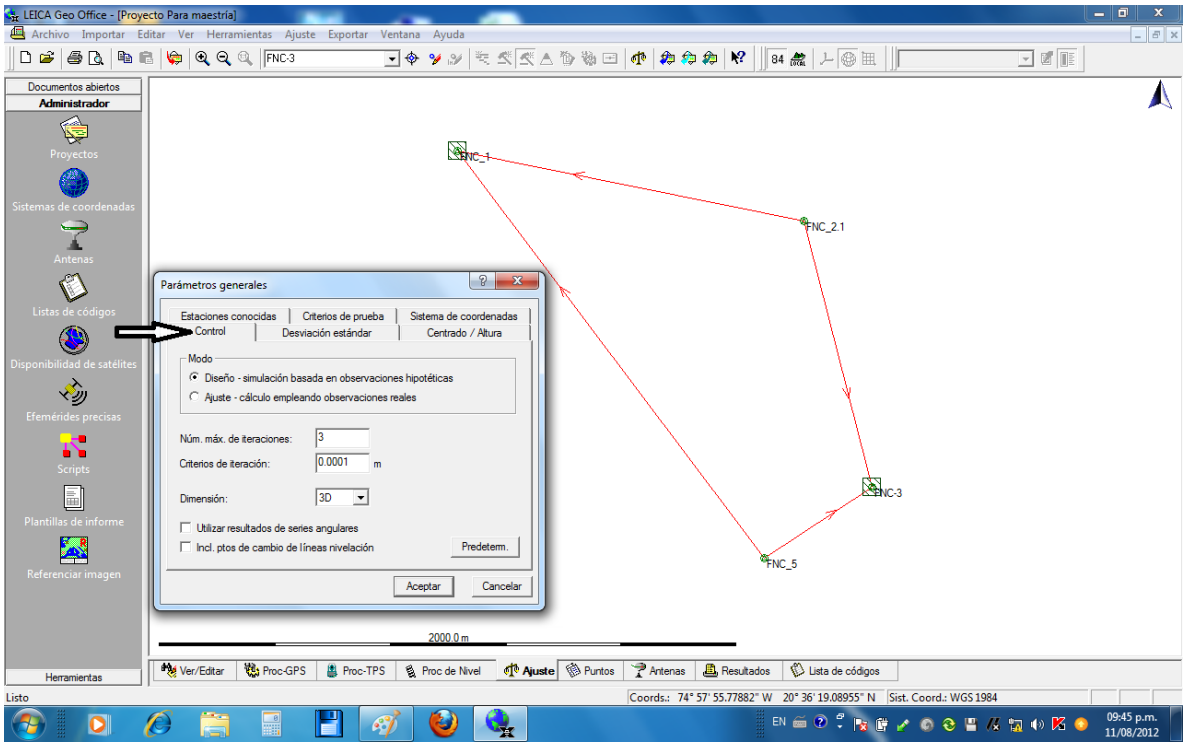
5.3.1.1.3 SISTEMAS DE COORDENADAS.



Fugura 6 Ambiente para la elección de las coordenadas conocidas.

El sistema de coordenada utilizado es el WGS 84 y la altura elipsoidal, las demás aplicaciones deben permanecer desactivadas.

5.3.1.1.4 CONTROL



Fugura 7 Ambiente para la elección de los parámetros de control

El número máximo de iteraciones no deben ser más de 3 ya que el modelo matemático es lineal y de fácil resolución.

Los criterios de iteración no deben ser mayores de 0.0001 m.

La dimensión si debe de ser siempre 3D para garantizar que el ajuste se realice en tres dimensiones.

5.3.1.1.5 DESVIACION ESTANDAR

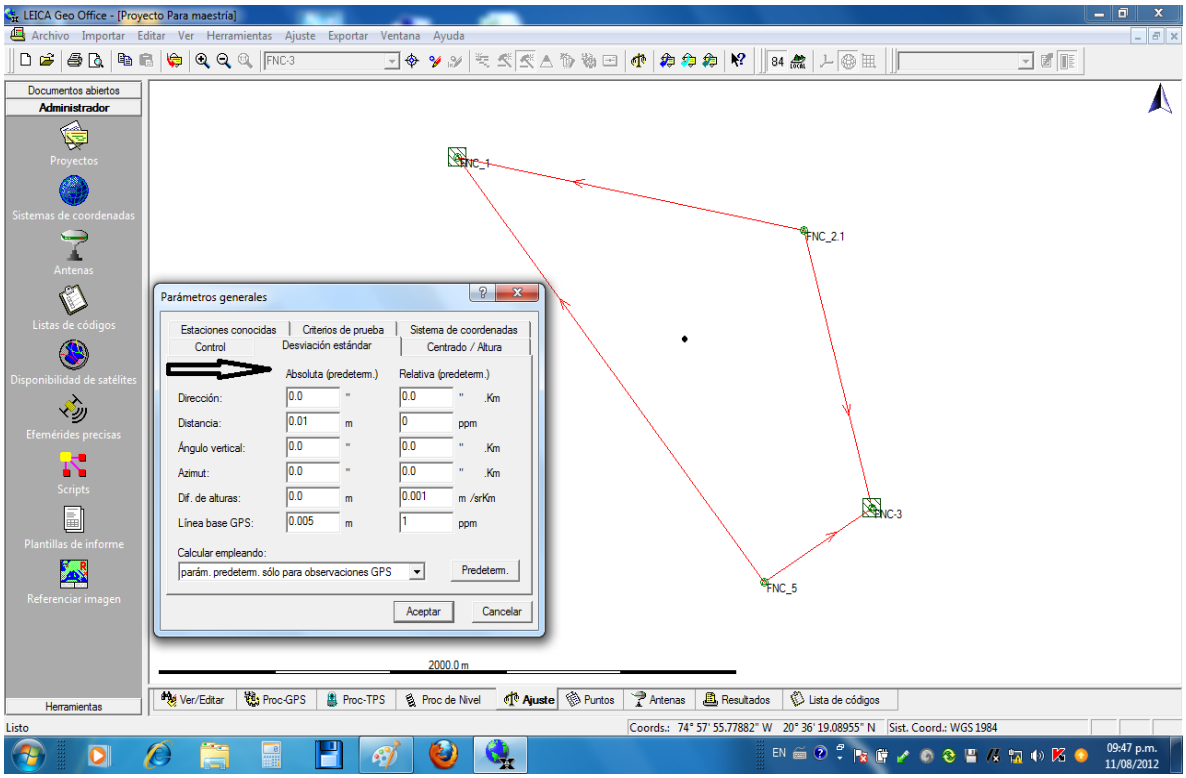
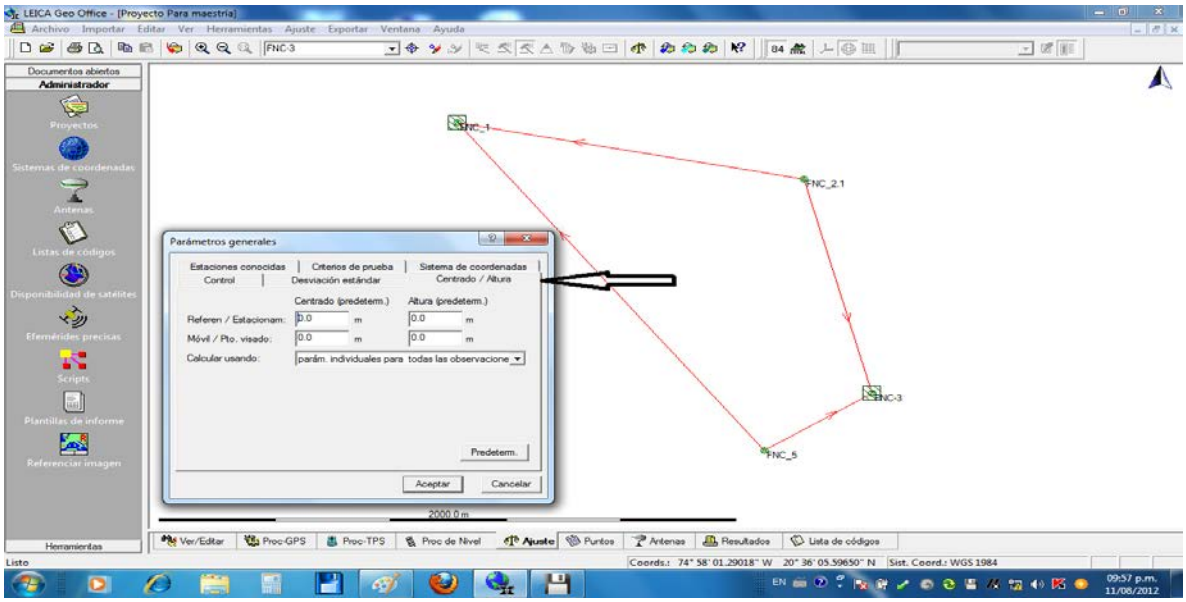


Figura 8 Ambiente para la elección de las desviaciones estándar.

En la desviación estándar todas las opciones deben ser iguales a cero menos la línea base cuyo valor será el que se determine procedente según el tipo de medición de que se trate, aunque de forma general cuando se ajusta mediciones provenientes de receptores SR 20 no deben ser menores que 5 mm la desviación absoluta y de un 1ppm la relativa.

En la opción **Calcular** se debe de escoger **parámetros predeterminados solo para observaciones GPS.**

5.3.1.1.6 CENTRADO/ALTURA



Fugura 9 Ambiente para la elección de los elementos de centrado y altura.

La página de Centrado / Altura le permite definir la precisión predeterminada aplicada a cualquier Estacionamiento u Observación nuevos, creados en forma manual, o que se aplicará como predeterminada a todas las observaciones durante el cálculo del Ajuste.

La precisión del **Centrado** y **Altura** de los dos puntos finales (Referencia/Estacionamiento y del Móvil/Punto visado) se puede agregar en la definición de la **Desviación estándar** de una medición.

El error de Centrado define la predicción del error que se pudo cometer en el momento de centrar el instrumento/punto visado. El error de **Altura** define la predicción del error que se pudo cometer en el momento de medir la altura del instrumento/punto visado.

Estos valores se pueden asignar a las observaciones o estacionamientos y formar parte de la red al establecer los parámetros correctos de creación de datos en **Observaciones** o **Estacionamientos**.

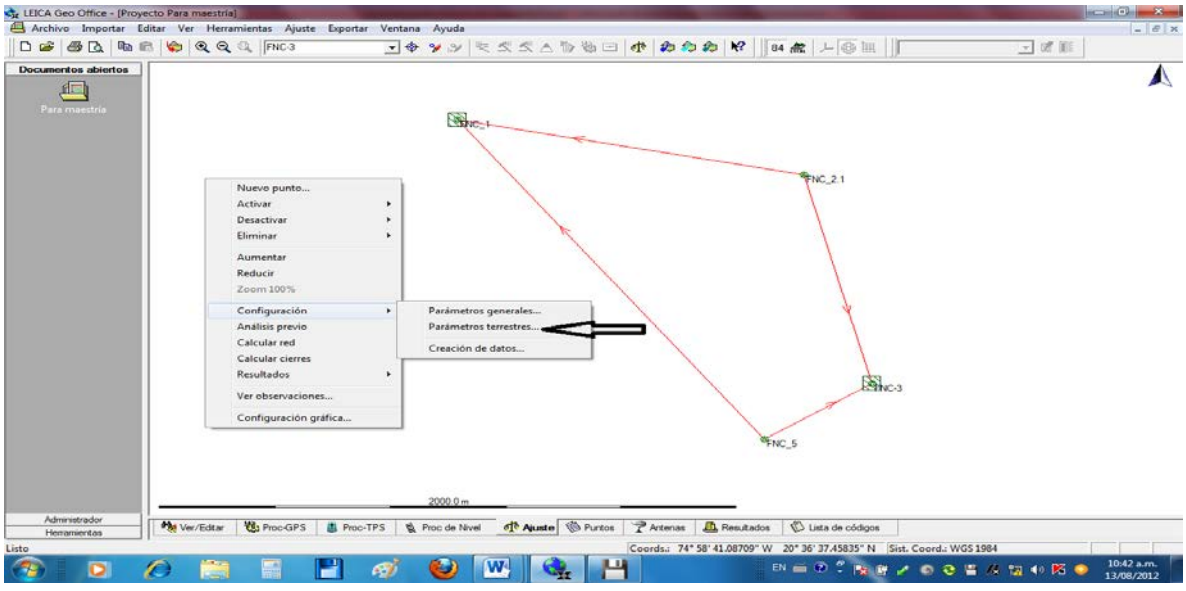
En la opción **Calcular** se presentan tres variantes**:**

1. **ignorar errores de centrado y altura** - todos los errores de centrado y altura tomarán el valor de cero (es decir, no existirá error alguno de centrado o altura). Este es el caso cuando se mide desde pilares de centración forzada.
2. **parámetros individuales para todas las observaciones** - utiliza el error de centrado y altura que se aplicó al crear las observaciones.

   Cuando se mide con las antenas sobre trípode y se centra sobre el punto con plomada óptica el error de centrado se puede tomar igual 1 mm y si se centra con plomada física entonces el error es de 3 mm

3. **parámetros predeterminados para todas las observaciones** - utiliza el error de centrado y altura tal como se definió anteriormente.

5.3 PARÁMETROS TERRESTRES

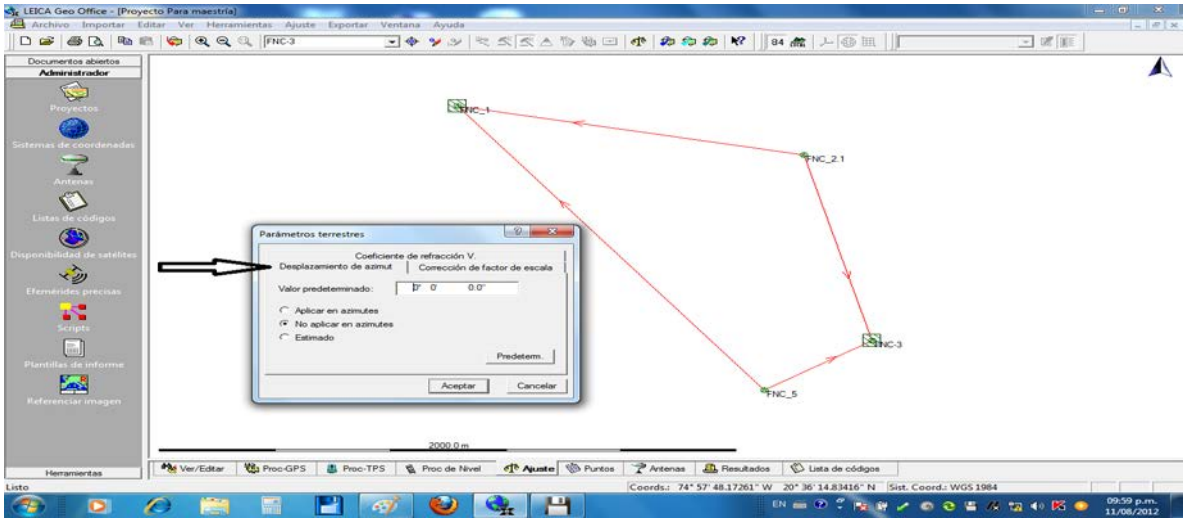


Fugura 10 Ambiente para la elección de los parámetros terrestres.

Los parámetros terrestres son tres:

4. Desplazamiento de acimut
5. Corrección del factor de escala
6. Coeficiente de refracción vertical

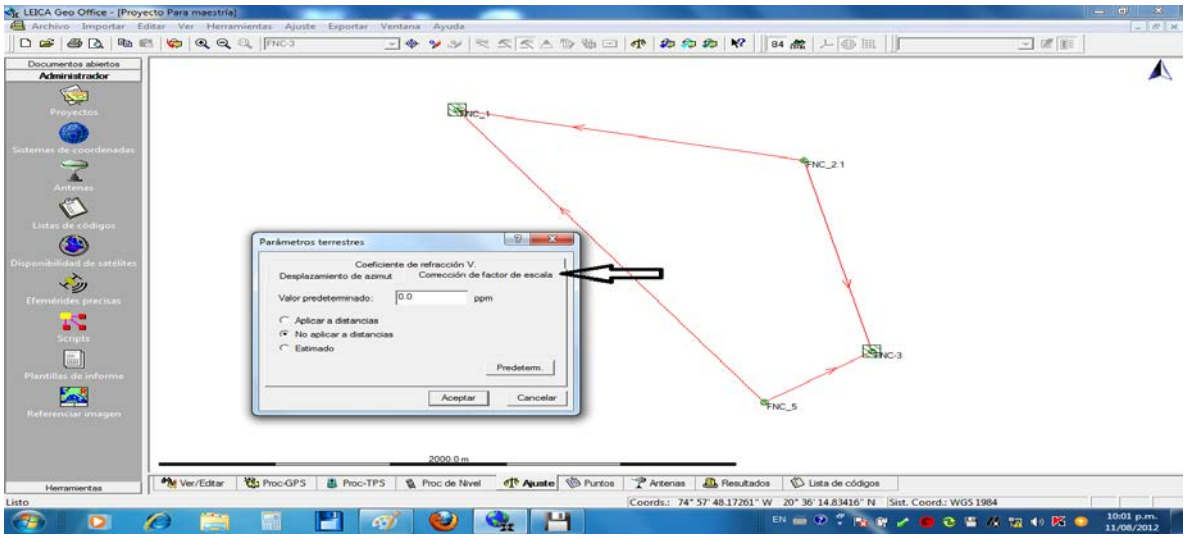
5.2.3.2.1DESPLAZAMIENTO DE ACIMUT



Fugura 11 Ambiente para la elección de los desplazamientos de acimut.

No se utiliza en el ajuste GPS por lo que los valores predeterminados deben ser iguales a cero.

5.3.1.2 CORRECCION DE FACTOR DE ESCALA



Fugura 12 Ambiente para la elección de los elementos de factores de escala.

Esta Página de propiedades le permite definir el factor de escala, el cual será aplicado a las mediciones de distancia y es un factor adicional empleado para corregir, por ejemplo, las condiciones atmosféricas.

En la opción **Valor predeterminado** se presentan cuatro opciones:

1. Ingrese un valor en ppm (partes por millón).
2. Seleccione **Aplicar a distancias** si desea aplicar el valor predeterminado antes descrito a todas las distancias.
3. Seleccione **No aplicar a las distancias** si desea aplicar el factor de escala a las distancias en forma individual antes de introducir los datos en el Ajuste.
4. Puede seleccionar **Estimado** si desea estimar el factor de escala.

Esta opción se emplea principalmente cuando existen muchas mediciones de distancia y se pueda obtener una buena estimación.

Para poder calcular el factor de escala es necesario conocer las latitudes extremas de la línea para poder utilizar la media, sin embargo no se utiliza para el ajuste en redes tridimensionales; se debe de calcular cuando se trabaja en el plano.

5.3.1.3 COEFICIENTE DE REFRACCION VERTICAL

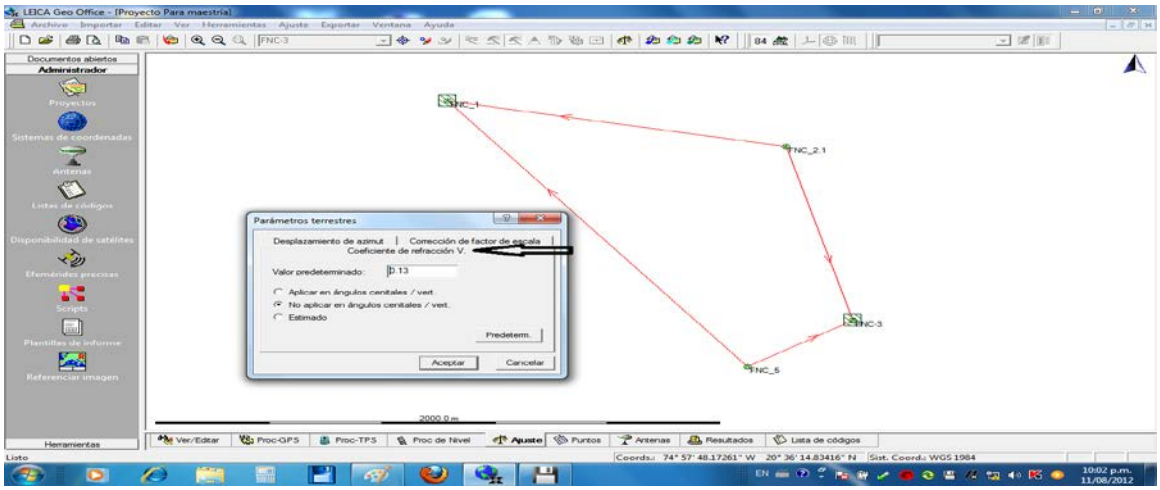


Figura 13 Ambiente para la elección de los elementos del coeficiente de refracción vertical.

El coeficiente de refraccion vertical no incide en el ajuste de las redes tridimencionales GPS, afecta a las mediciones terrestres ejecutadas con taquimetros electronicos, por lo que se puede coservar los valores predeterminados.

5.3.2 CREACION DE DATOS

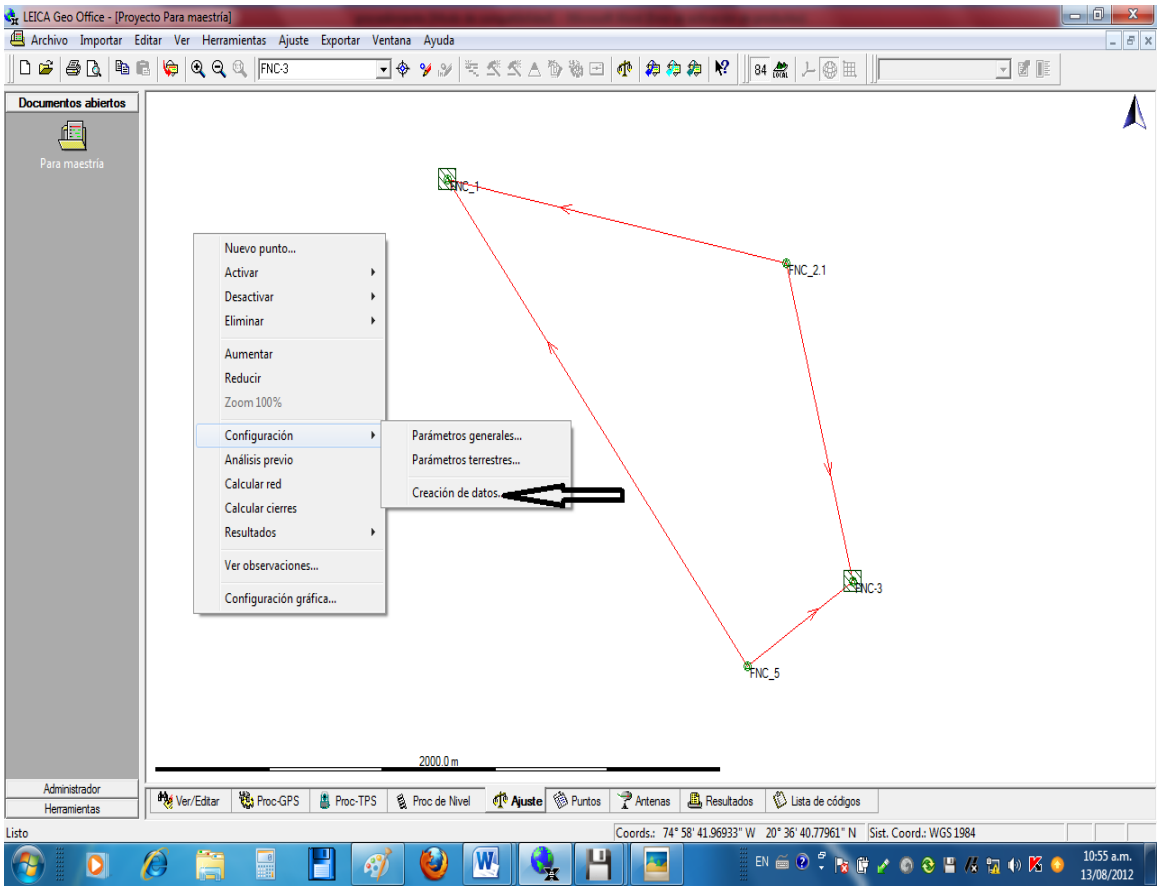


Figura 14 Ambiente para la elección de los elementos para la creación de datos.

Esta opción permite definir los parámetros para la creación de datos. Estos parámetros se emplean cuando se introducen, en forma manual, los datos de observaciones o de estacionamientos. No son aplicables para el caso del ajuste de redes GPS.

6. ANALISIS PREVIO, CÄLCULO DE RED Y DE CIERRES

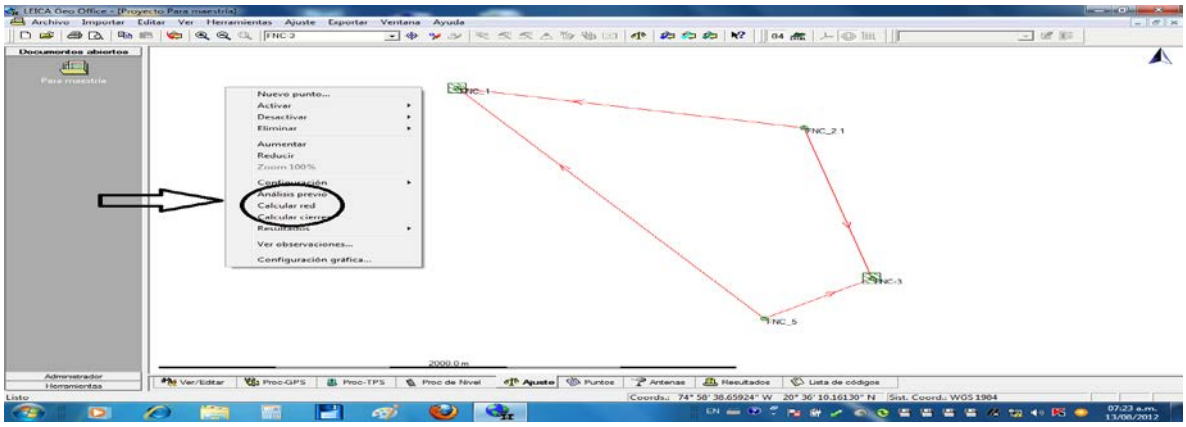


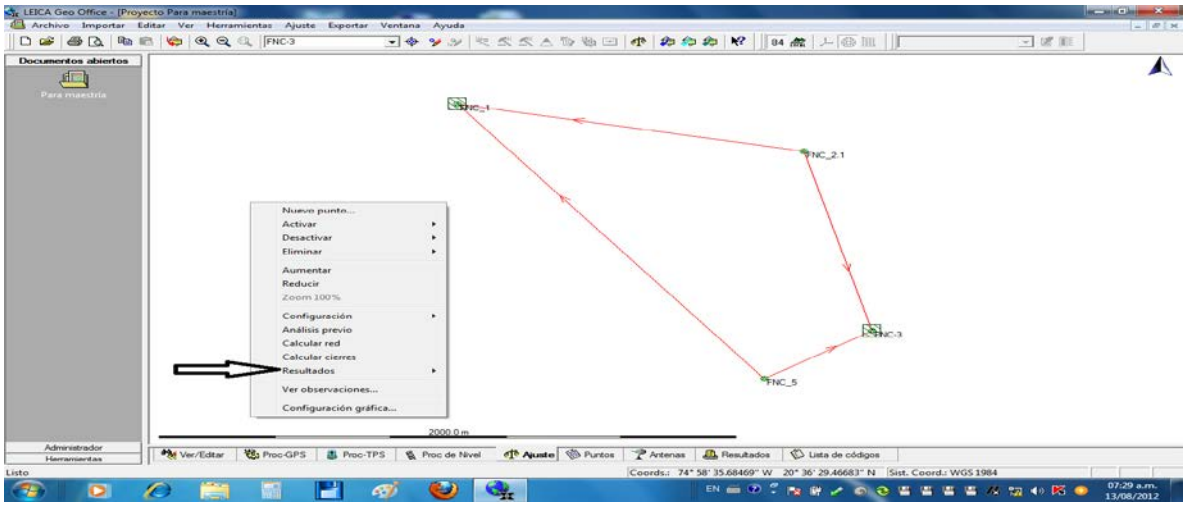
Figura 15 Ambiente para la elección de las opciones: análisis previo, cálculo de red y cierres.

En el ambiente del proyecto con clik derecho vemos un menu contextual que contiene tres opciones:

1. Analisis previo
2. Calcular redes
3. Calcular cierres

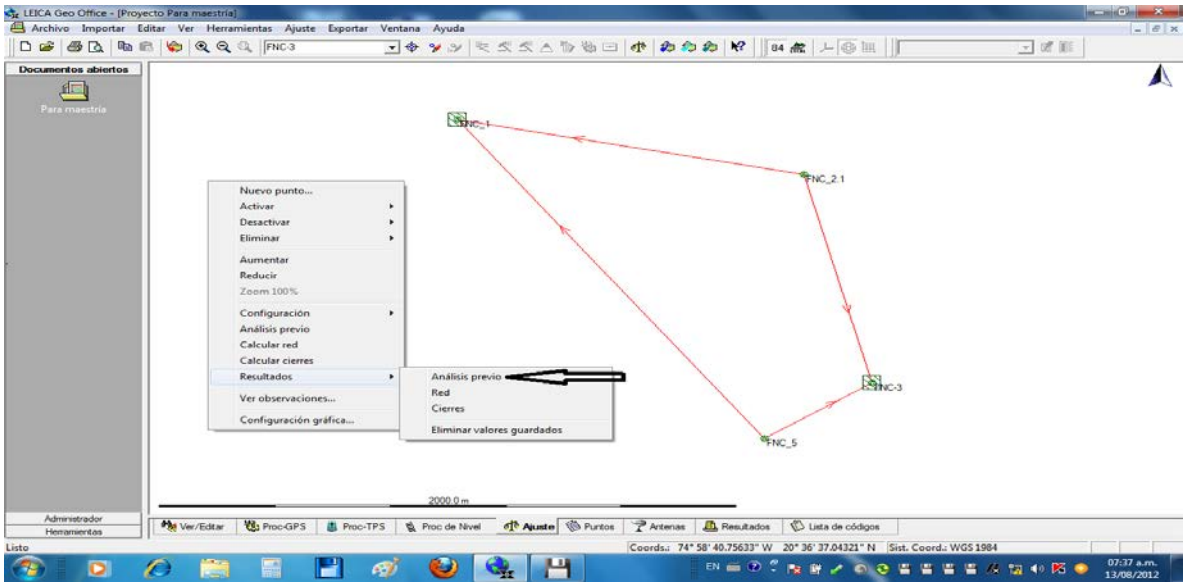
Estos tres procesos se realizan en fracciones de segundos y a continuación en la opción **Resultados** se visualizan los informes**.**

7. RESULTADOS



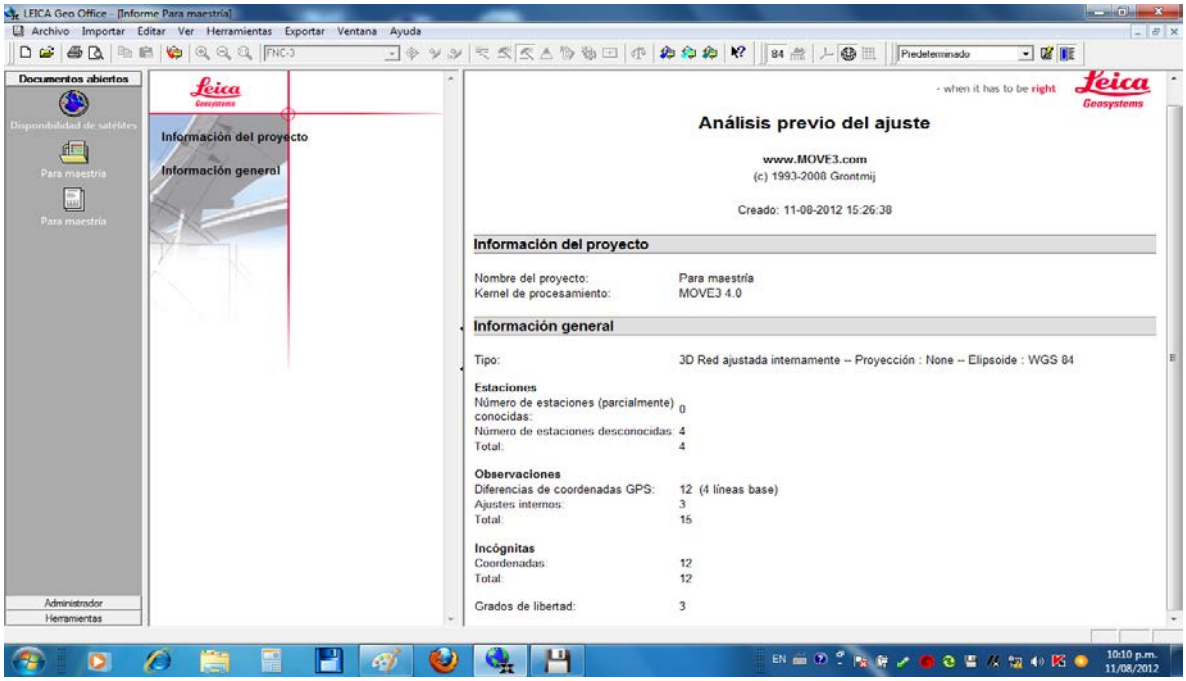
Fugura 16 Ambiente para la elección de los resultados.
Mediante la opción resultados se accede a los informes de resultados

7.1 ANALISIS PREVIO



Fugura 17 Ambiente para la elección de los elementos del análisis previo.

El analisis previo es el primer resultado que se obtiene.



Fugura 18 Análisis previo del ajuste. Información del proyecto e información general.

En el **Análisis Previo** se muestra Información del Proyecto e Información General. El análisis previo permite conocer la cantidad de estaciones conocidas y por conocer así como la cantidad de mediciones y las incógnitas a determinar.

7.2 RED

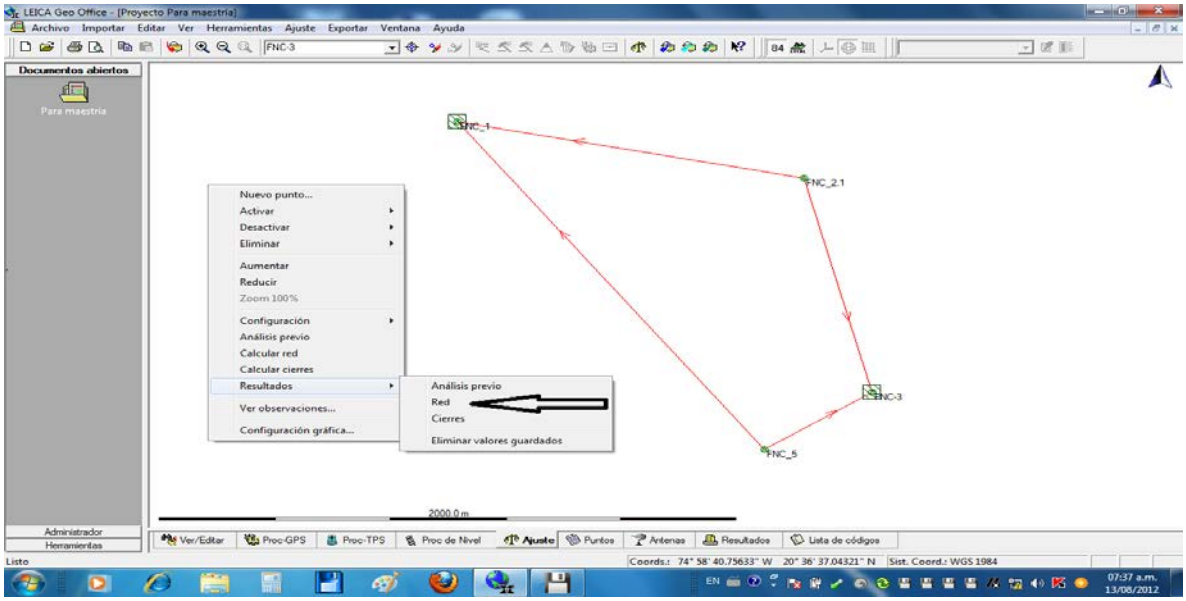


Figura 19 Ambiente para la elección de los elementos de la red.

Mediante la ejecución de la opción **Red** se obtienen los resultados del ajuste

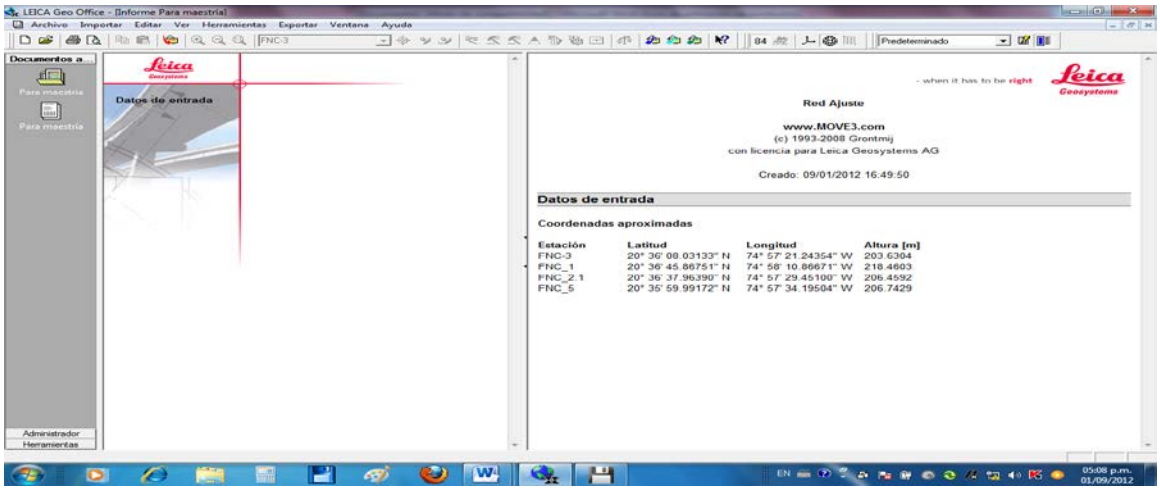


Figura 20 Coordenadas aproximada.

Para la realización del ajuste necesitamos las coordenadas aproximadas de los puntos que fueron calculados durante el procesamiento

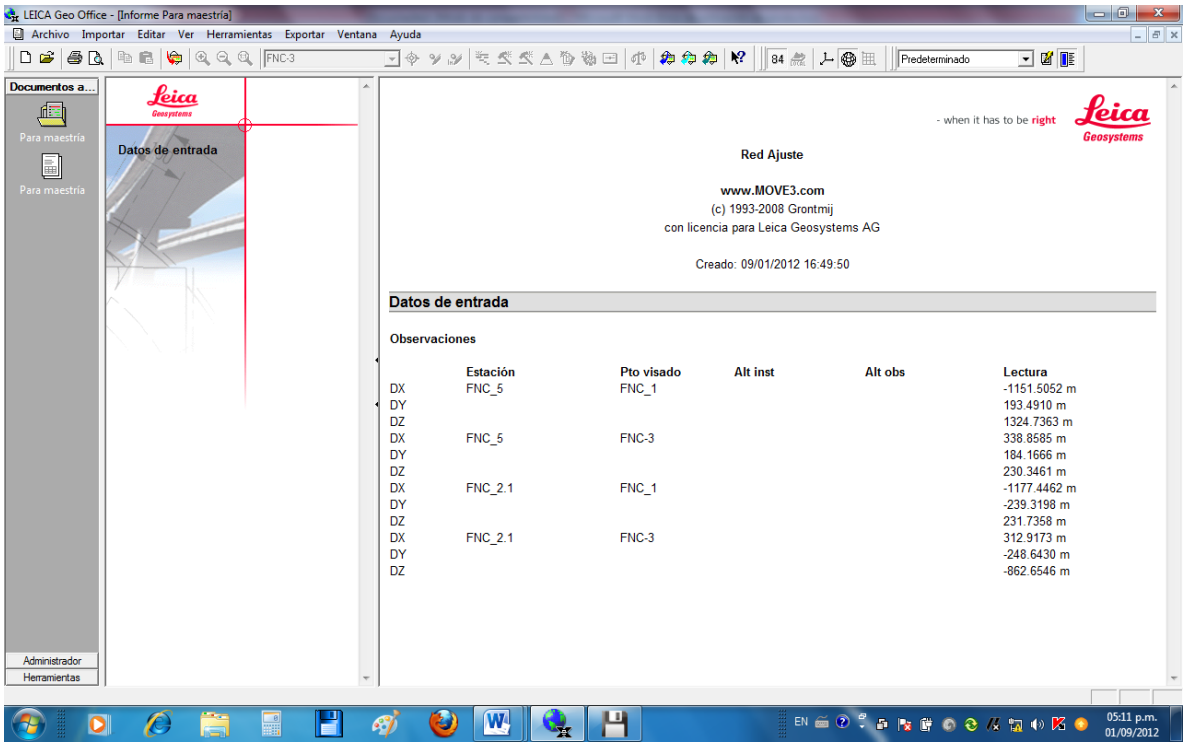


Figura 21 Observaciones (DX, DY, DZ) de cada punto.

Para la realización del ajuste necesitamos las observaciones realizadas (DX, DY,DZ).

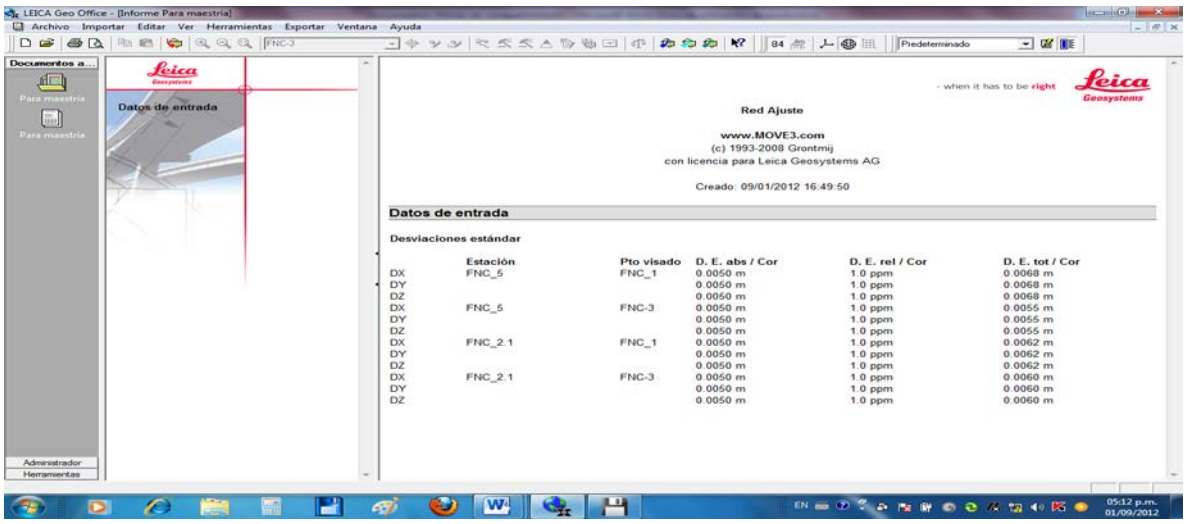


Figura 22 Desviaciones estándar de las observaciones

Como datos de entrada también se necesitan las desviaciones estándar de las observaciones realizadas.

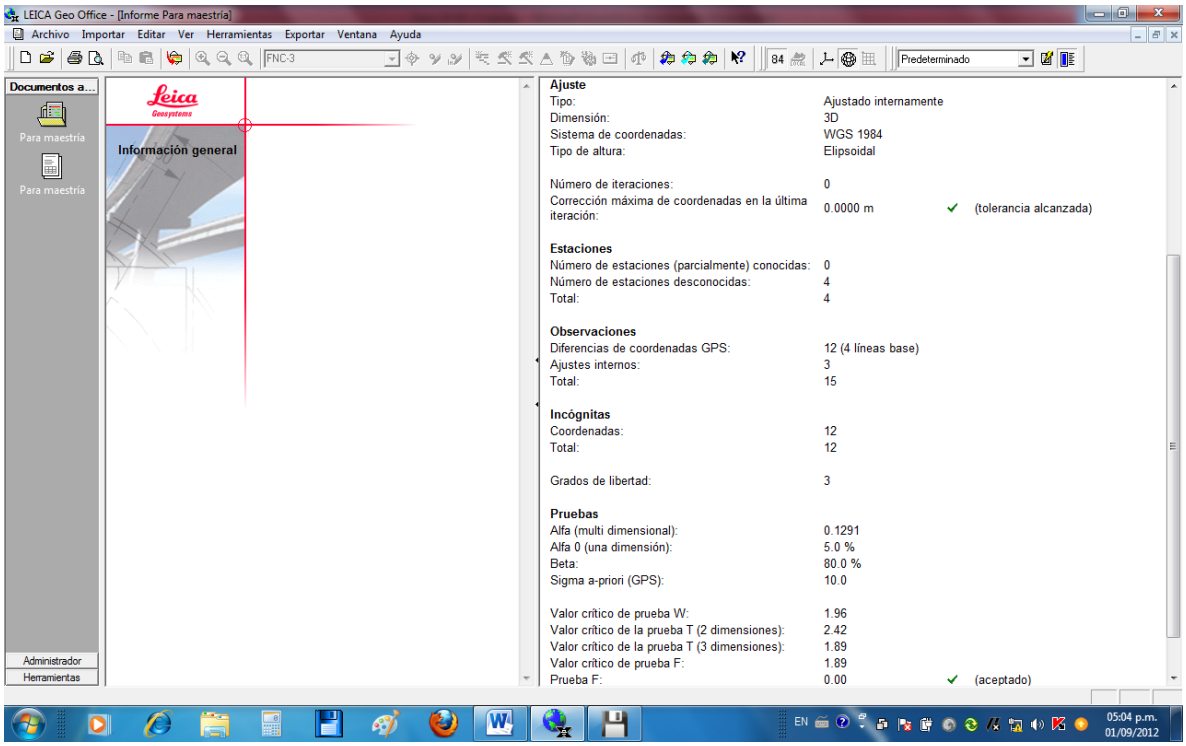


Figura 23 Datos generales del ajuste.

En la información general del proyecto se brindan información de los parámetros que participan en el ajuste. La prueba F se acepto lo que quiere decir que sigma a posteriori en menor que sigma a priori.

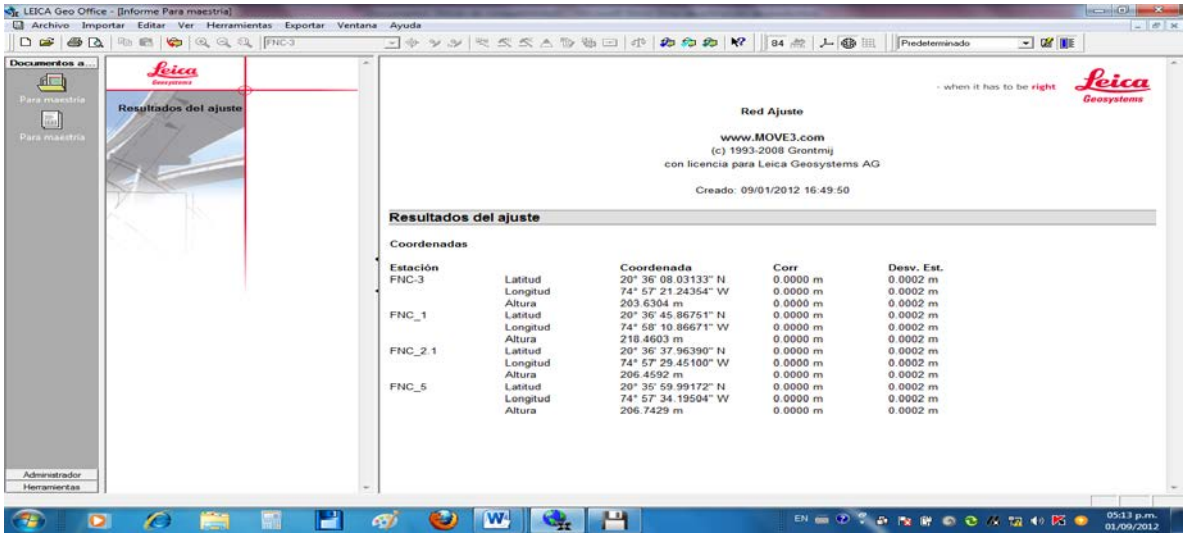


Figura 24 Coordenadas ajustadas.

Luego del ajuste se obtienen las coordenadas ajustadas de los puntos así como la desviación estándar

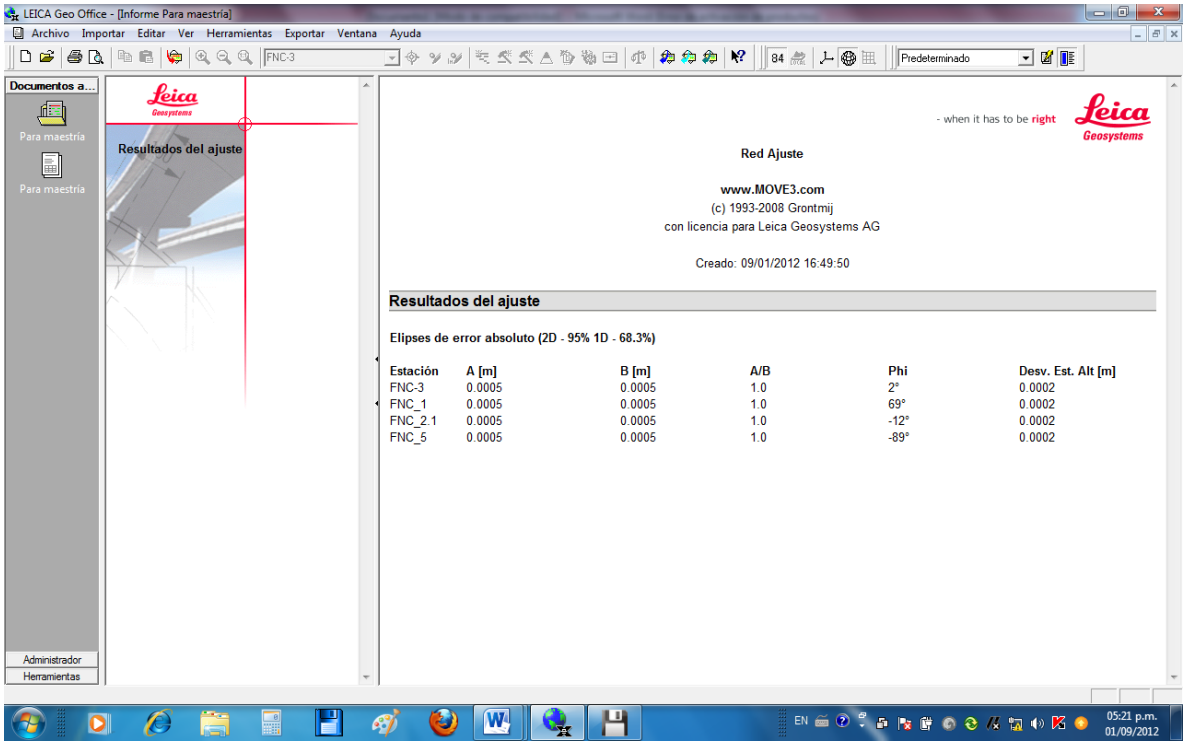


Figura 25 Elementos de las elipses de error absoluto.

El ajuste brinda la posibilidad de ver los elementos de las elipses de error absoluto. En este caso los semiejes son iguales por lo que la elipse se transforma en circunferencia.

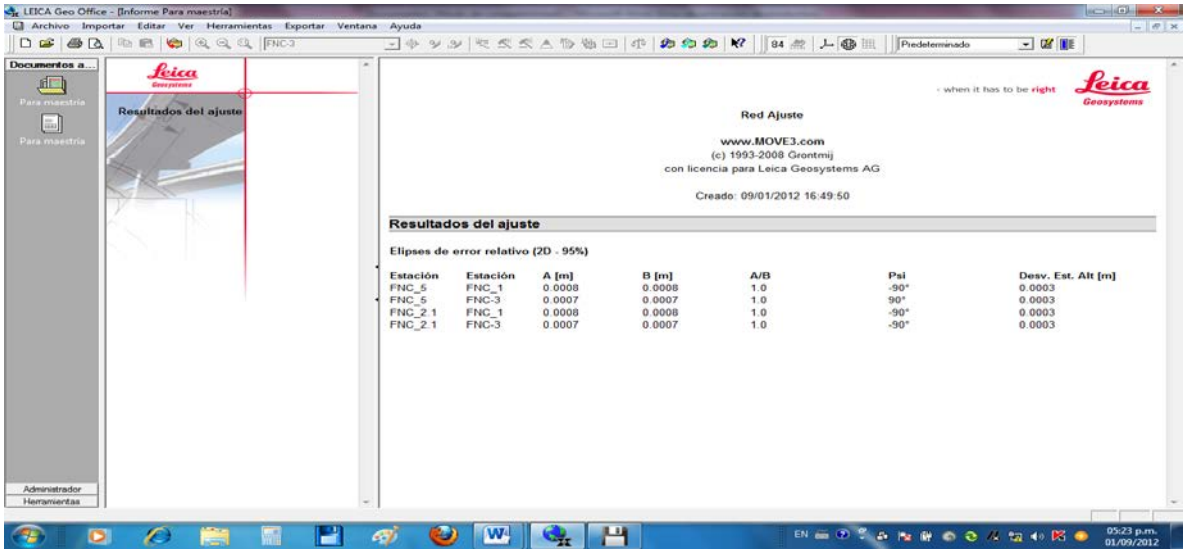


Figura 26 Elementos de las elipses de error relativas

El ajuste brinda la posibilidad de ver los elementos de las elipses de error relativo. En este caso los semiejes son iguales por lo que la elipse se transforma en circunferencia.

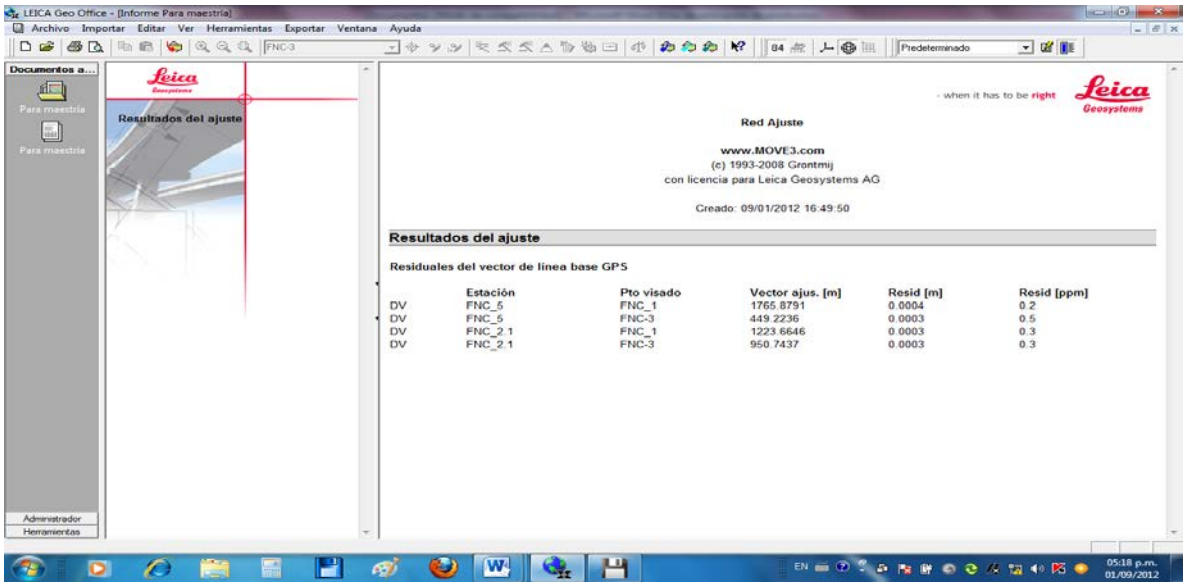


Figura 27 Resultados del ajuste del vector de líneas GPS.

La información del ajuste también se puede visualizar por líneas bases, donde se obtienen los vectores ajustados y los residuales.

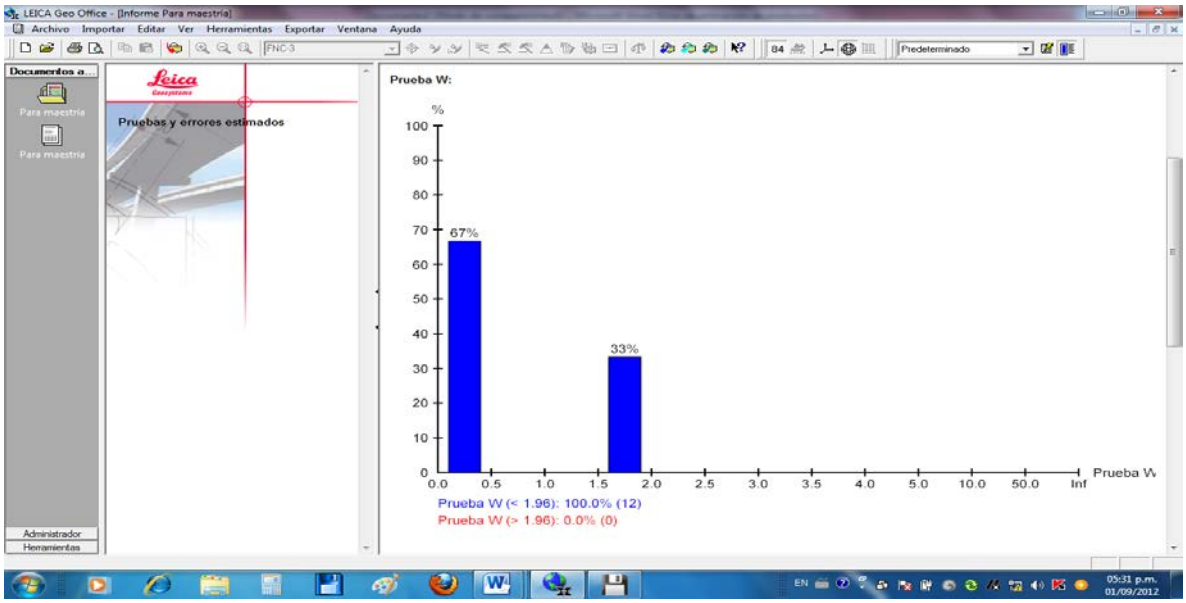


Figura 28 Cumplimiento de la prueba W.

El ajuste también brinda información del cumplimiento de las prueba estadística W en el cual se evidencia que las doce mediciones se encuentran en el

intervalo de 0 a 1.96, es decir 8 mediciones (67%) se encuentran en el intervalo de 0 a 0.5 y 4 mediciones (33%) en el intervalo de 1.5 a 1.96.

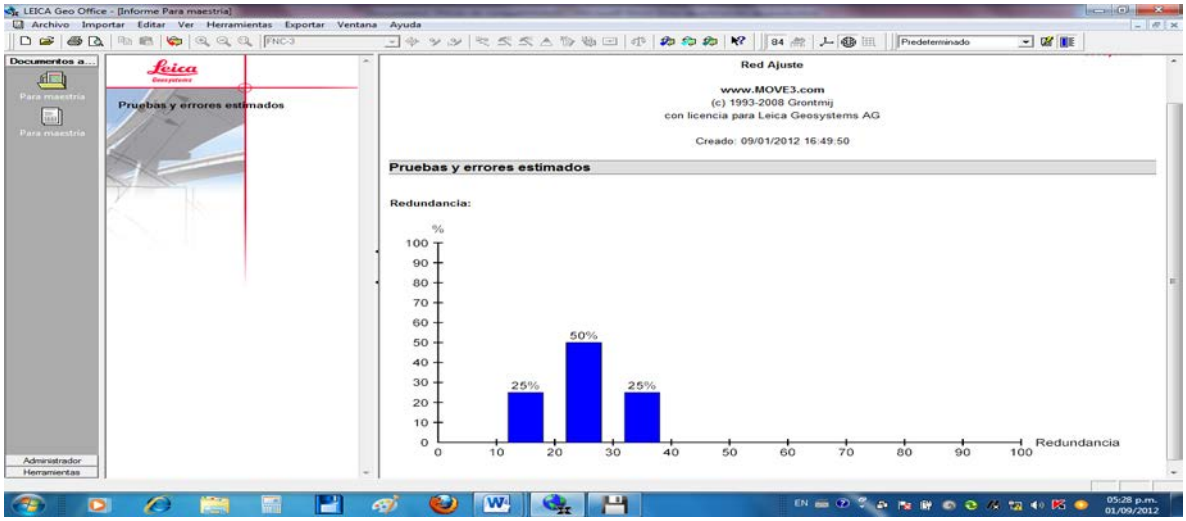


Figura 29 Comportamiento de la redundancia.

La distribución de los valores de redundancia de todas las observaciones se muestra gráficamente en un histograma. El porcentaje de observaciones que presenten una redundancia menor a 10 quedará señalado con una barra en color rojo.

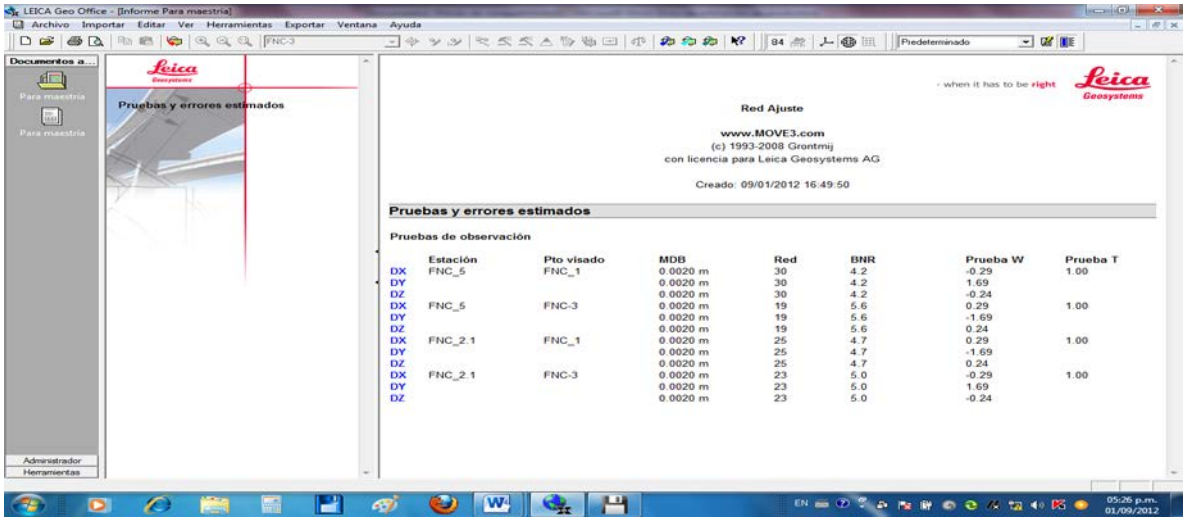


Figura 30 Pruebas de observaciones.

Luego del ajuste el sistema aporta un análisis de la fiabilidad de la red.

Este término se emplea en el módulo de Ajuste de LGO y describe la sensibilidad en una red de puntos para detectar los límites promedio. Se puede subdividir en fiabilidad interna y externa:

Fiabilidad interna.- se expresa por el Sesgo Mínimo Detectable (Minimal Detectable Bias = MDB). El MDB representa el valor más pequeño del error en la observación, el cual se detecta mediante pruebas estadísticas (análisis de datos).Según el ajuste de la red realizado el MDB es de 2 mm

Fiabilidad externa.- se expresa por la relación señal-ruido (BNR). La Fiabilidad externa se emplea como medida para determinar la influencia de un posible error en las observaciones de las coordenadas ajustadas. Lo más deseable es que el BNR sea homogéneo en toda la red. En el ejemplo que se muestra varia de 4.2 a 5.6. BNR es un parámetro adimensional.

En el ejemplo mostrado se muestra que las mediciones cumplen con las pruebas estadísticas W y T.

7.3 CIERRES

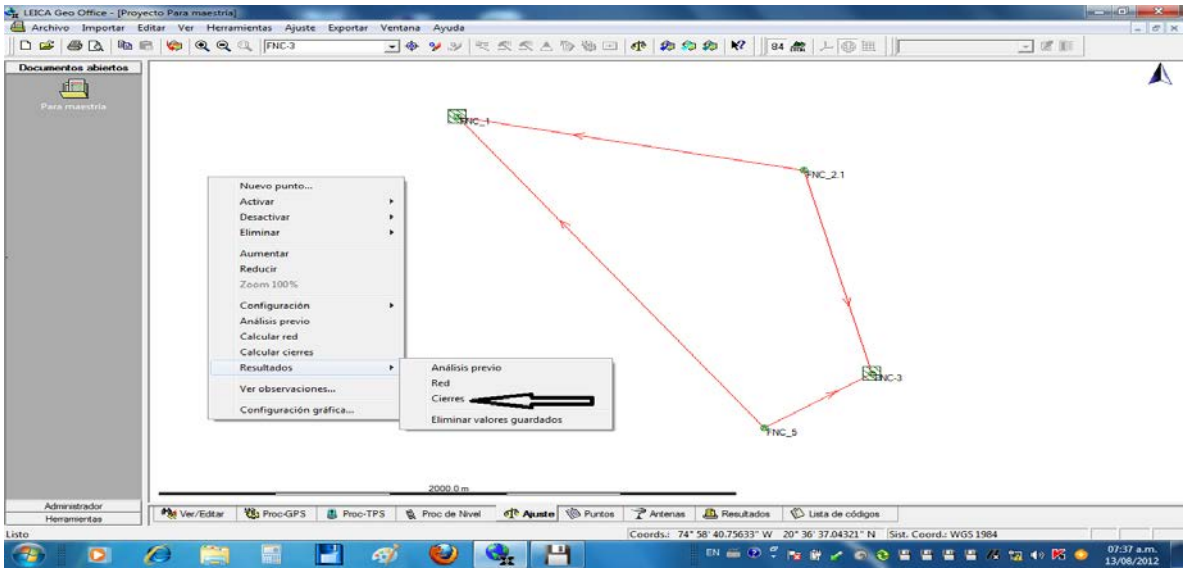


Figura 31 Ambiente para la eleccion de los elementos de los cierres.

Luego del ajuste es posible ver los cierres según las coordenadas X, Y, Z.

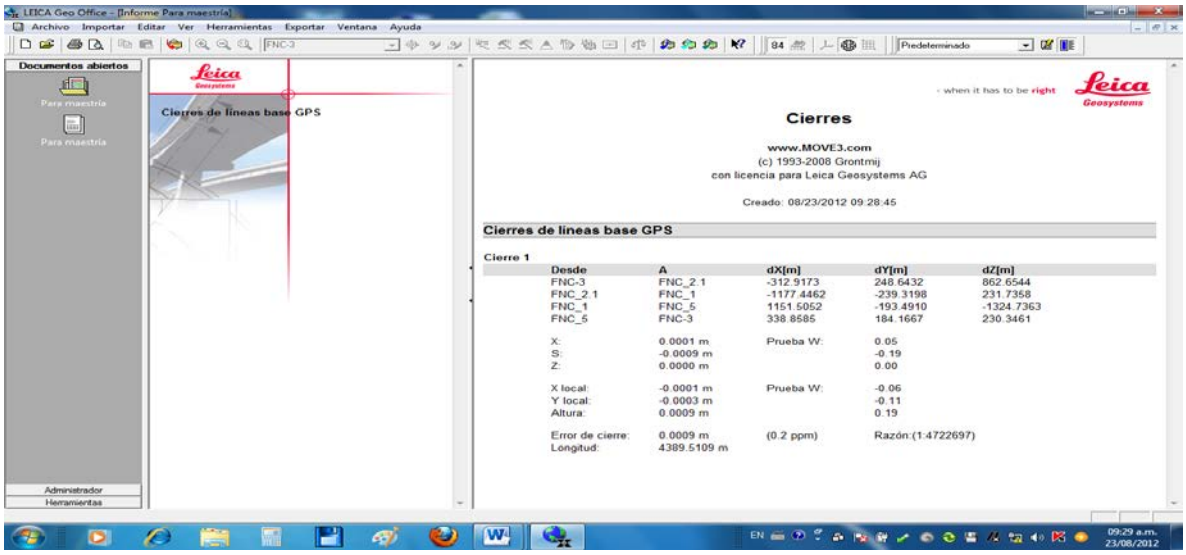


Figura 32 Resultados de los cierres de las lineas GPS.

En el ejemplo mostrado se aprecia que los cierres por las coordenadas X,Y,Z no superan las pruebas estadisticas.

8. CONFIGURACION GRAFICA

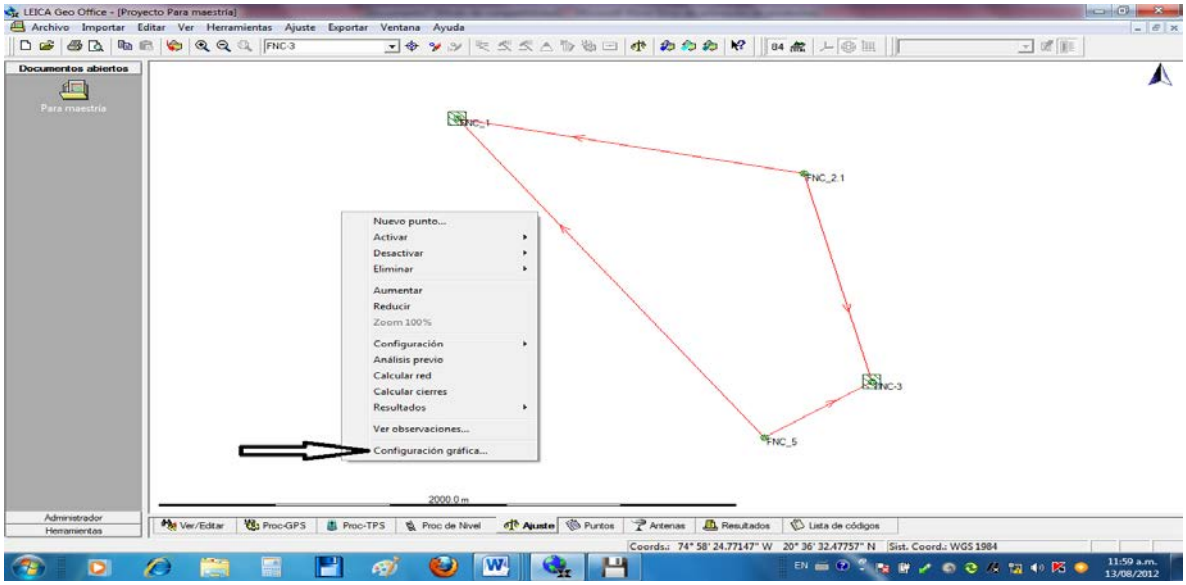


Figura 33 Ambiente para la elección de la configuración gráfica de la red.

La **Configuracion Gráfica** permite preparar la forma en se quieren ver los resultados

8.1 VER

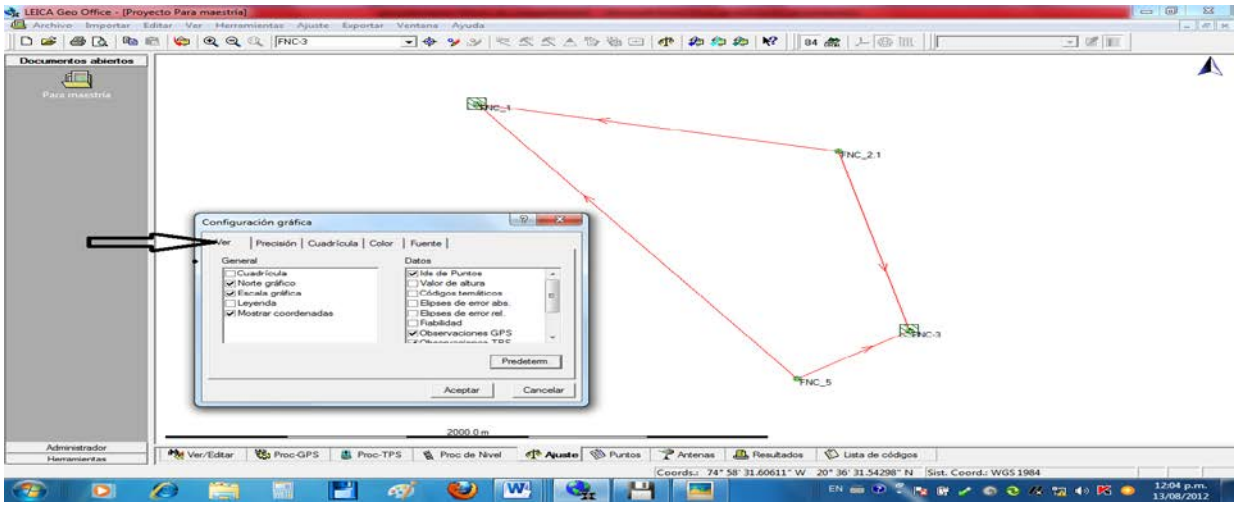


Figura 34 Ambiente para ver información.

En la opcion **Ver** aparece toda la gama de informacion posible a obtener y se puede seleccionar según la necesidad.