

**REPUBLICA DE CUBA
INSTITUTO SUPERIOR MINERO METALÚRGICO
DR. ANTONIO NÚÑEZ JIMÉNEZ
FACULTAD DE METALURGIA Y ELECTROMECAÁNICA
DEPARTAMENTO DE METALURGIA**

**TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN AL GRADO CIENTÍFICO DE DOCTOR EN
CIENCIAS TÉCNICAS
(RESUMEN)**

**Variables para el control de la concentración de sólidos alcanzable
por sedimentación gravitatoria**

Autor: M. Sc. Armín Mariño Pérez

Tutores: Dr. C. José Falcón Hernández

Dr. C. George Eduardo Sales Valadao

Moa

2002

SÍNTESIS

Se plantea como **problema científico**, el insuficiente conocimiento para confirmar que existe relación estadística entre la concentración de sólidos obtenida por sedimentación gravitatoria y la concentración de sólidos obtenida por otros métodos de separación mecánica de sistemas líquido-sólido, así como para determinar las principales tendencias en el comportamiento de esta relación, en función de las condiciones experimentales. Se define como **objeto** de la investigación, la relación estadística entre la concentración de sólidos obtenida por sedimentación gravitatoria y la concentración de sólidos obtenida por otros métodos de separación mecánica de sistemas líquido-sólido.

Se plantea como **objetivo**, confirmar si la concentración de sólidos obtenida por sedimentación gravitatoria, se relaciona estadísticamente con la concentración de sólidos obtenida por otros métodos de separación mecánica de sistemas líquido-sólido y determinar las principales tendencias en el comportamiento de esta relación, en función de las condiciones experimentales. Se define como **campo de acción**, el mecanismo de la separación mecánica de sistemas líquido-sólido.

Se formula como **hipótesis** que el estudio mediante el método lógico, de los fundamentos teóricos y empíricos existentes acerca del mecanismo de los procesos de separación mecánica de sistemas líquido-sólido, conjugado con métodos empíricos, permitirá saber si la concentración de sólido obtenida por alguno de estos procesos se relaciona estadísticamente con la concentración de sólidos obtenida por sedimentación gravitatoria; así como determinar las principales tendencias en el comportamiento de esta relación, en función de las condiciones experimentales.

Se obtiene como **novedad científica**, la predicción teórica y confirmación empírica de la relación estadística entre la concentración de sólidos obtenida por sedimentación gravitatoria y la obtenida por filtración sin escurrido, filtración con escurrido y sedimentación centrífuga; así como de las principales tendencias en el comportamiento de esta relación, en función de las condiciones experimentales.

TABLA DE IDENTIFICADORES

Término o Abreviatura	Concepto o denominación convencional	Observaciones
Sedimento	Lecho de sólidos relativamente concentrado, obtenido como resultado de cualquier proceso de separación mecánica de sistemas líquido-sólido	En dependencia del proceso concreto, se distingue el producto espesado, obtenido por sedimentación gravitatoria; la torta sin escurrir (totalmente saturada de humedad), obtenida por filtración; la torta escurrida, obtenida a partir de la torta sin escurrir mediante el soplado con aire y el producto centrifugado, obtenido por sedimentación centrífuga
CPE	Concentración de sólidos en el producto espesado, ya sea en la descarga del espesador industrial o al final de la sedimentación periódica en el laboratorio	Contextualmente se expresan en % en volumen o % en masa
CTSE	Concentración de sólidos en la torta sin escurrir	
CTE	Concentración de sólidos en la torta escurrida	
CPC	Concentración de sólidos en el producto centrifugado	
VS	Velocidad de sedimentación	

INTRODUCCIÓN

En la Empresa “Comandante Pedro Soto Alba”, el mineral se extrae en varios frentes de explotación y se transporta mediante camiones hasta la planta de “Preparación de Pulpa”. En esta planta se prepara por vía húmeda hasta obtener una suspensión cuya concentración de sólidos se encuentra alrededor de 25 % en masa. Esta suspensión se transporta por gravedad hasta la planta de “Espesadores”, donde se obtiene un producto espesado, cuya concentración de sólidos debe encontrarse en niveles racionalmente elevados.

Las dificultades para mantener en la planta de “Espesadores”, valores de CPE (ver tabla de identificadores) suficientemente elevados y estables, pueden provocar las siguientes consecuencias:

- Incremento del costo unitario del producto final a medida que disminuye la CPE. Esto se produce como resultado del incremento de los costos asociados a la obtención y transporte de agua, ácido sulfúrico y coral, así como al calentamiento de la suspensión y el transporte de suspensiones tecnológicas y residuales.
- Intensificación de las acciones nocivas al medio ambiente y a la sustentabilidad de la producción a medida que disminuye la CPE. Entre estas acciones nocivas se encuentran la emisión de gases de combustión, humo y calor en la termoeléctrica; la extracción de coral de la plataforma insular; la emisión del licor residual y la emisión de yeso con las colas.
- Complicaciones operativas, en la planta de “Lixiviación” como resultado de las variaciones de la CPE.
- Complicaciones operativas en la mina para obtener mezclas, que además de garantizar la ley de Ni (Níquel), Fe (Hierro) y Mg (Magnesio), garanticen concentraciones de sólidos en el producto espesado racionalmente elevadas.

De lo anterior se deriva la permanente necesidad de encontrar vías cada vez más eficientes, para incrementar y/o estabilizar la CPE y garantizar con ello el incremento continuo de la eficiencia y la eficacia de la planta de espesadores.

En la investigación bibliográfica realizada por el autor (1998), se puede apreciar que los trabajos publicados hasta esa fecha, estuvieron orientados hacia el estudio de la influencia que sobre la sedimentación, ejercen los siguientes factores:

1. Agentes de agregación.
2. Particularidades constructivas del espesador.
3. Características internas de la suspensión.

A continuación se refieren los trabajos más destacados en el estudio de la influencia de cada grupo de factores y se resumen sus aportes y deficiencias esenciales.

La influencia de los agentes de agregación, específicamente los floculantes fue estudiada por Martell (1969), Nebot (1969), Catasús (1971); Grave De Peralta (1970, 1971, 1971a), y la Sherritt Gordon inc. (1974).

Se estudió también la influencia de la magnetización (Martell, 1969), sin lograr el incremento de la CPE.

Falcón (1997), refiere que en dos oportunidades se realizaron pruebas industriales con adición de silicato de sodio a la pulpa, con resultados favorables para la VS; pero insignificantes para la CPE.

Falcón et al. (1997) han planteado que en la mayoría de los trabajos, a pesar de haberse logrado el incremento de la VS, la CPE no se ha incrementado e incluso ha disminuido. Sobre esto agregan: “... el aumento de la velocidad de sedimentación en la zona de caída libre, no

determina el incremento del porcentaje de sólidos en el producto espesado, pues en ello también influye la velocidad de compactación.”.

A pesar de que no se cuenta con información que se refiera a la realización de pruebas exitosas en el nivel industrial hasta 1998, la contribución de estas investigaciones en la acumulación de conocimientos es considerable.

La influencia del segundo grupo de factores: las particularidades constructivas del espesador, fue estudiada por Kandukov (s.a), Grave de Peralta (1971) y Méndez (1969, 1973).

Novoa (1975) plantea que en la etapa de 1968 a 1974 se logró un incremento de la CPE de aproximadamente 43,5 a 45,5, gracias al incremento de la potencia nominal del motor eléctrico, en 5 %.

Beyrís (1997) plantea: “en los últimos años, con el reforzamiento de los mecanismos centrales de los espesadores y la construcción del tercer espesador, se ha podido mejorar la operación de la planta, aunque, en determinados períodos, se presentan dificultades en el proceso de sedimentación, lo que indica que la eficiencia de este proceso está muy estrechamente relacionada con las características de la pulpa alimentada y por consiguiente con el tipo de mineral laterítico minado ...”.

En estos trabajos se aprecia, que el estudio de la influencia de las particularidades constructivas del espesador, permitió alcanzar un mayor grado de aprovechamiento de las potencialidades de la suspensión alimentada. Sin embargo, por esta vía es imposible estabilizar la CPE, porque la capacidad de compactación del mineral es variable.

En la determinación de la influencia del tercer grupo de factores: las características internas de la suspensión, se destacan los trabajos de Beyrís (1985) y Falcón (1983, 1997), Silva y Chaviano (1980), Palencia (1981), Rojas y Beyrís (1994), Almaguer (1995).

Se destaca particularmente el trabajo de Cerpa (1997), donde se presenta un amplio y profundo estudio sobre la influencia de la mineralogía y de las características coloidales de la pulpa cruda en la sedimentación. Para los ensayos de sedimentación, fueron utilizadas suspensiones de concentraciones de sólidos igual a 1 %. Para el estudio del comportamiento reológico de la suspensión, la concentración de sólidos no superó el 36 % en masa.

Los principales factores cuya influencia ha sido considerada importante por estos autores son los siguientes: tiempo de agitación durante el lavado, composición química, mineralógica y granulométrica, así como la estructura morfológica del mineral, la composición iónica de la fase líquida y las propiedades reológicas de la suspensión.

Es importante precisar que en la gran mayoría de las investigaciones dedicadas a determinar la influencia de las características internas de la suspensión sobre la sedimentación, la atención ha sido dirigida a descubrir la influencia de los referidos factores sobre la VS. Dicho de otro modo, no se ha tenido en consideración que la CPE depende esencialmente de las regularidades que rigen el proceso de estructuración, compactación o apelmazamiento del sedimento.

Se ha previsto la posibilidad de pronosticar el comportamiento de la CPE, a partir de la relación entre las propiedades de sedimentación de la suspensión y las características del mineral. En este sentido, Beyrís (1997) ha propuesto una ecuación empírico-estadística que describe la dependencia de la CPE, en función de la relación másica “metales ligeros/metales pesados” (índice de sedimentación). En ese trabajo se aprecia como insuficiencias, la falta de fundamentación teórica de la referida dependencia y la determinación de la CPE a las 12 h; tiempo significativamente menor que el necesario para alcanzar la CPE de equilibrio, que es el valor máximo de concentración de sólidos alcanzable por sedimentación gravitatoria. Otra deficiencia de esta propuesta, es que para conocer el índice de sedimentación es necesario conocer la composición química del mineral.

En resumen, las investigaciones publicadas hasta 1998, han contribuido considerablemente al conocimiento sobre el tema y han servido de punto de partida para el perfeccionamiento en la etapa siguiente. No obstante, resulta necesario señalar que en el orden científico-metodológico, estas se caracterizan por las siguientes particularidades:

- Han estudiado predominantemente la sedimentación, sin tener en consideración que la CPE depende esencialmente de las regularidades que rigen el proceso de compactación.
- Han estudiado la posibilidad de predecir la CPE, únicamente mediante variables cuya capacidad predictiva está dada por su influencia sobre la primera.
- No han proporcionado dependencias científicamente fundamentadas, para la predicción de la CPE.

Las investigaciones contribuyeron con la acumulación de experiencias y propiciaron que a partir de 1998 se iniciara una etapa de intensa actividad experimental y transformadora en el nivel industrial. En este marco, el 15 de agosto de 1999 se modificó la metodología de predicción de la CPE y en septiembre del 2000 comenzó a operar un espesador de alta productividad.

Para garantizar la CPE en los niveles requeridos, tanto en la mina como en la propia planta de "Espesadores", se realiza el control predictivo de la CPE. En calidad de variable predictora se utiliza la VS de la suspensión, dejada en reposo durante dos horas en una probeta. Para esta prueba la suspensión se diluye previamente hasta 12,5 % en masa.

Hasta el 15 de agosto de 1999, para realizar la dilución se suponía que la concentración de sólidos en la alimentación era igual a 25 % en masa. Para garantizar los valores de CPE deseados, se exigía que la altura leída debía ser igual o mayor que 90 mm (Reporte diario de la Planta de "Espesadores"), que conceptualmente corresponde a una VS igual a 45 mm/h. A partir de esa fecha se pusieron en práctica dos modificaciones.

La primera modificación consiste, en considerar la concentración real de la suspensión alimentada para realizar la dilución. Esto permite aumentar la precisión con que se establece el valor de concentración inicial deseado para la prueba (12,5 % en masa). De ese modo disminuye el efecto perturbador de las variaciones de la concentración de sólidos inicial, sobre la VS. La segunda modificación consiste en incrementar la VS mínima admisible de 45 a 70 mm/h.

En la tabla que se muestra a continuación, aparecen los resultados del análisis de los datos de producción correspondientes a los periodos enero-julio de 1999, enero-agosto de 2000 y enero-mayo de 2001. Los datos sobre correlación entre la CPE y la VS, se refieren a los espesadores convencionales. Los cálculos fueron realizados mediante el tabulador "Microsoft Excel 2000". Para ello se consideró el tiempo de residencia del mineral en los espesadores.

Como se observa en esta tabla, en la etapa de enero-julio 1999 el coeficiente de correlación estimado entre la VS y la CPE obtenida en los espesadores convencionales, es igual a 0,07 y la probabilidad de significación observada de la hipótesis nula que supone la igualdad a cero del coeficiente de correlación (0,323), es mucho mayor que el nivel de significación asumido como máximo admisible (0,05). Esto permite admitir que la correlación no es significativa; sin embargo, en las siguientes etapas el coeficiente de correlación se incrementó. Ya en el periodo de enero-mayo 2001 pasó a ser significativo con un valor igual a 0,282, y una probabilidad de significación observada igual a 0,002.

El valor del coeficiente de correlación (0,282), a pesar de que es significativo puede ser considerado demasiado pequeño, lo que quiere decir, que en la actualidad la predicción de la CPE se realiza mediante una variable cuya capacidad predictiva en el nivel industrial, a pesar de haber mejorado, es apreciablemente baja. Esto puede ser provocado por las variaciones en las condiciones operacionales, por el pequeño valor del coeficiente de correlación real entre ambas variables, o por ambos factores.

Tabla. Resultados del análisis de los datos de producción de la planta de “Espesadores”.

No.	Indicadores	Enero-julio 1999	Enero-agosto 2000	Enero-mayo 2001
1	Número de pares ordenados (VS, CPE)	204	228	118
2	Estimador r , del coeficiente de correlación ρ entre la CPE y la VS	0,070	0,154	0,282
3	Probabilidad de significación observada de la hipótesis nula que supone la igualdad a cero del coeficiente de correlación	0,323	0,020	0,002
4	CPE promedio en los espesadores convencionales, % en masa	46,1	47,2	47,4
5	Promedio de la VS, mm/h	68,3	81,4	69,5

Otra deficiencia de la VS como variable predictora es su relativamente prolongado tiempo de respuesta (igual a 2,3 h aproximadamente).

Luego, la situación actual en la planta de espesadores en la empresa “Comandante Pedro Soto Alba”, se caracteriza por las siguientes deficiencias:

- El coeficiente de correlación entre la CPE y la actual variable predictora: la VS, a pesar de que es significativo, es bajo (alrededor de 0,3).
- El tiempo de respuesta de la VS como variable predictora, es relativamente prolongado (igual a 2,3 h aproximadamente).

A partir de estas deficiencias se declara como **situación problemática** actual, la baja eficiencia en el control de la CPE en la planta de “Espesadores” de la Empresa “Cdte Pedro Soto Alba”.

Para el diseño teórico de la investigación, se tiene en cuenta que la correlación estadística entre dos variables es una interpretación matemática y no tiene que explicarse necesariamente por la influencia de una sobre la otra, sino que estas pueden depender de una tercera, cuya influencia común sobre ambas, es la causante de la correlación entre ellas. Dicho de otro modo, si las variables y_1 y y_2 dependen de un mismo factor x , es posible que exista una dependencia estadística entre y_1 y y_2 , que por su naturaleza es indirecta y que puede ser aprovechada para predecir aquella variable, cuya determinación es más demorada, compleja y costosa.

Un ejemplo práctico del referido comportamiento, ubicado precisamente en el campo de la separación mecánica de sistemas líquido-sólido, fue obtenido por Valadao et al. (1996), quienes han verificado la existencia de correlación entre las condiciones óptimas de sedimentación y de filtración.

Además de lo anterior, se cuenta con la información a priori de que muchos de los factores que influyen sobre la CPE, deben influir también sobre la concentración de sólidos obtenida por otros métodos de separación mecánica de sistemas líquido-sólido (filtración, centrifugación y compresión mecánica). Esto permite suponer que la concentración de sólidos obtenida por estos métodos debe correlacionar con la CPE. Resultados preliminares fueron publicados por el autor y colaboradores (2001).

Para contribuir con la solución de la situación problemática se plantea como **problema científico**, el insuficiente conocimiento para confirmar que existe relación estadística entre la concentración de sólidos obtenida por sedimentación gravitatoria y la concentración de sólidos obtenida por otros métodos de separación mecánica de sistemas líquido-sólido, así como para determinar las principales tendencias en el comportamiento de esta relación, en función de las condiciones experimentales.

Lo anterior permite definir como **objeto** de la investigación, la relación estadística entre la concentración de sólidos obtenida por sedimentación gravitatoria y la concentración de sólidos obtenida por otros métodos de separación mecánica de sistemas líquido-sólido.

Se plantea como **objetivo**, confirmar si la concentración de sólidos obtenida por sedimentación gravitatoria, se relaciona estadísticamente con la concentración de sólidos obtenida por otros métodos de separación mecánica de sistemas líquido-sólido y determinar las principales tendencias en el comportamiento de esta relación, en función de las condiciones experimentales.

Para cumplir este objetivo se debe profundizar en el **campo de acción**, del mecanismo de la separación mecánica de sistemas líquido-sólido.

La **hipótesis** queda formulada como sigue: El estudio mediante el método lógico, de los fundamentos teóricos y empíricos existentes acerca del mecanismo de los procesos de separación mecánica de sistemas líquido-sólido, conjugado con métodos empíricos, permitirá saber si la concentración de sólido obtenida por alguno de estos procesos se relaciona estadísticamente con la concentración de sólidos obtenida por sedimentación gravitatoria; así como determinar las principales tendencias en el comportamiento de esta relación, en función de las condiciones experimentales.

A partir de esta hipótesis se proyecta como **novedad científica**, la predicción teórica y confirmación empírica de la relación estadística entre la concentración de sólidos obtenida por sedimentación gravitatoria y la obtenida por otros métodos de separación mecánica de sistemas líquido-sólido; así como de las principales tendencias en el comportamiento de esta relación, en función de las condiciones experimentales.

Tareas:

1. A partir del estudio del estado del arte (la predicción de la CPE), mediante el método histórico, determinar el alcance de la investigación (capítulo 1).
2. A partir de las regularidades conocidas de la separación mecánica de sistemas líquido-sólido, mediante el método lógico, preseleccionar las variables que pueden correlacionar con la CPE y prever la influencia de los factores más importantes, sobre el coeficiente de correlación y los parámetros de la ecuación de regresión (capítulo 1).
3. A partir de los resultados de la tarea anterior, mediante el método lógico, diseñar los experimentos para la comprobación empírica de los resultados teóricos (capítulo 2).
4. Comprobar en el nivel de laboratorio los resultados teóricos, mediante el método experimental, el método estadístico y el método lógico (capítulo 3).

CAPÍTULO 1

ALCANCE DE LA INVESTIGACIÓN Y RESULTADOS TEÓRICOS

A partir del estudio del estado del arte (la predicción de la CPE), mediante el método histórico, se determina el alcance de la investigación. A partir de las regularidades conocidas de la separación mecánica de sistemas líquido-sólido, mediante el método lógico, se preseleccionan las variables que pueden correlacionar con la CPE y se prevé la influencia de los factores más importantes, sobre el coeficiente de correlación y los parámetros de la ecuación de regresión.

1.1 Alcance de la investigación

Se consideran los trabajos de Bürger et al. (2000); Concha et al. (1996); Bürger y Wendland (1998); Bürger (2000); Bürger et al. (2000b); Bürger et al. (2000c); Garrido et al. (2000); Bushell (2002); Stamatakis y Tien (1992); Bürger et al. (2001); Berres et al. (2002, 2002a y 2002b); Berres y Bürger (2002).

El estudio de los referidos trabajos permite resumir lo siguiente:

- La predicción de la CPE ha sido realizada mediante modelos matemáticos, basados en relaciones obtenidas mediante la idealización y simplificación de relaciones muy complicadas. Esto provoca limitaciones en la predicción de la CPE cuando se trata de suspensiones reales.
- No ha sido posible evadir la necesidad de apoyarse en métodos experimentales, en gran medida costosos y consumidores de tiempo.
- No ha sido abordado el estudio de la posibilidad de predecir la CPE, mediante la concentración de sólidos obtenida por otros métodos de separación mecánica de sistemas líquido-sólido.

De lo anterior se deduce la conclusión número 1 de este capítulo.

1.2 Resultados teóricos

1.2.1 Caracterización de la humedad de materiales sólidos

La caracterización de la humedad, en cuanto a su posición relativa respecto al sólido, la naturaleza de las fuerzas que participan en su estabilidad y los métodos capaces de eliminarla, ha permitido obtener los siguientes resultados teóricos preliminares:

- Es posible que la CPE, correlacione con la CTSE, la CTE, la CPC y la concentración de sólidos obtenida por filtración centrífuga y compresión mecánica.
- Existen premisas que indican la posibilidad de que el coeficiente de correlación entre la CPE y la CTE, sea menor que entre la CPE y la CTSE.

1.2.2 Introducción teórica sobre sedimentación y filtración

Para examinar la sedimentación y la filtración gravitatorias, el autor considera el modelo físico hipotético representado en la fig. 1.1, tomada de Smiles (1975).

Cuando las superficies del líquido en el recipiente y de la suspensión en el cilindro se encuentran a la misma altura ($h = 0$), ocurre solamente la caída de las partículas (sedimentación), que en este caso se produce únicamente gracias a la acción de la fuerza de gravedad. Si $h > 0$, también ocurre el movimiento del líquido a través del fondo poroso (filtración).

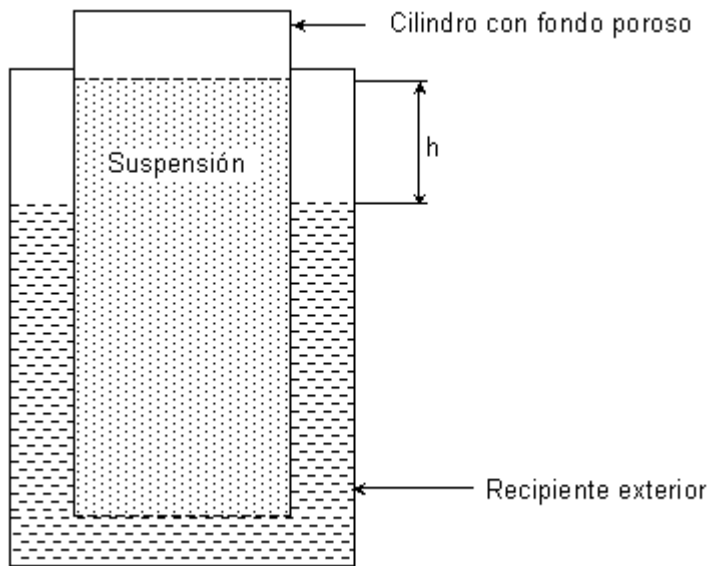


Fig. 1.1 Representación gráfica de la sedimentación y la filtración gravitatorias.

Büerger, Concha y Karlsen (2001) han propuesto un modelo físico hipotético de la filtración a presión con sedimentación simultánea y la ulterior compresión mecánica. En su propuesta, los referidos autores suponen que la presión se ejerce directamente sobre la suspensión que se encuentra en la probeta, mediante un pistón que una vez terminada la filtración propicia la compresión mecánica del sedimento. Sobre esta base, ilustran la distribución de las concentraciones volumétricas del sólido ϕ en el sistema, en el instante inicial, en un instante donde ocurre la filtración y en un instante donde ocurre la compresión mecánica.

Si de la situación explicada por Büerger, Concha y Karlsen (2001), se toma la suspensión en la probeta y la distribución de concentraciones del sólido, y seguidamente se combina con la situación representada en la fig. 1.1, donde se supone que $h = 0$, se obtiene la situación representada en la fig. 1.2.

A partir de esta situación, se explica simplifícadamente el mecanismo de sedimentación-consolidación periódica.

En la fig. 1.2 c) puede verse que al final de la sedimentación-consolidación, quedan dos zonas: la zona de líquido clarificado y la zona del sedimento consolidado o comprimido por la acción de la fuerza de gravedad.

Entre las fuerzas que se oponen tanto a la sedimentación como a la compactación, se encuentra la fuerza de Arquímedes y la fuerza de arrastre F_a , provocada por la fricción del líquido con el sólido. Esta última depende de la velocidad relativa del líquido respecto al sólido v_r conforme la siguiente ecuación:

$$F_a = C_a \frac{\rho_l v_r^2}{2} \quad (1.1)$$

donde C_a - coeficiente de arrastre o de fricción; ρ_l - densidad del líquido.

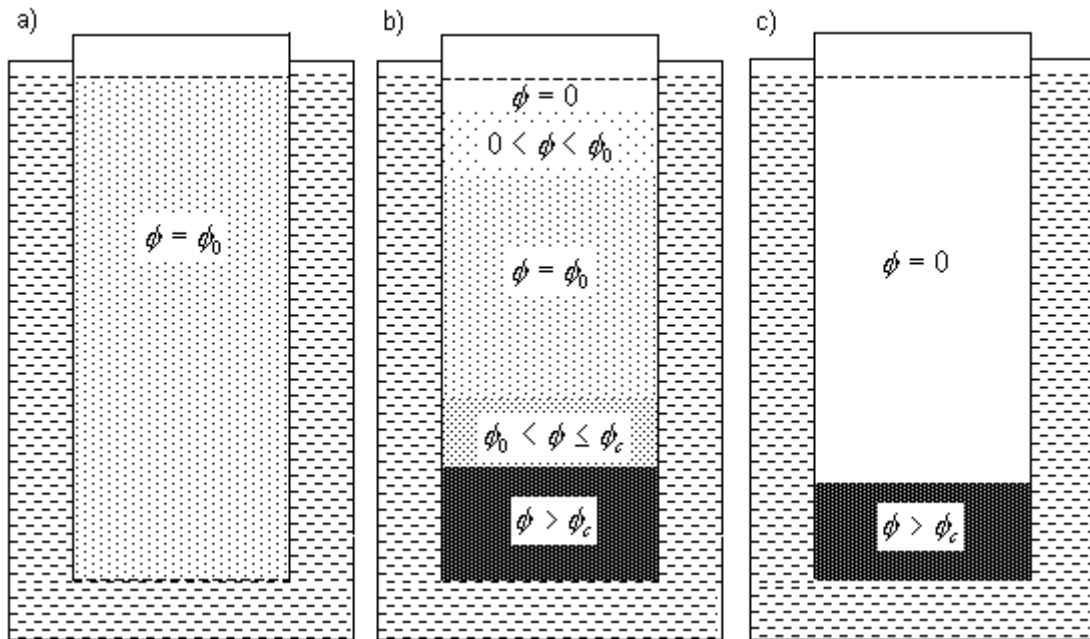


Fig. 1.2 Para explicar el transcurso de la sedimentación y la filtración gravitatorias. a) Estado inicial; b) Formación del sedimento; c) Sedimento comprimido.

En la zona donde la concentración de sólidos es igual a la inicial, se supone que ocurre la sedimentación contrariada. En estas condiciones, de acuerdo con Lu et al. (1998), en el caso de suspensiones polidispersas, la velocidad de sedimentación gravitatoria puede ser estimada por la fórmula

$$U = U_0 f(\phi) \quad (1.2)$$

donde U_0 - velocidad de sedimentación de Stokes; $f(\phi)$ - factor de velocidad contrariada, que es una función creciente de la fracción volumétrica de las partículas, ϕ .

En esta ecuación, el factor f de sedimentación obstaculizada depende solo de la fracción volumétrica total de las partículas ϕ , lo que constituye una simplificación de la realidad. En la actualidad, Berres et al., (2002) han considerado la influencia de las concentraciones de cada especie. No obstante, esta ecuación resulta útil para un análisis cualitativo como el que se realiza en este trabajo.

Si se supone que en la fig. 1.2, el desnivel entre la superficie libre del líquido en el recipiente exterior y la superficie libre de la suspensión h , es mayor que cero, la fuerza de gravedad además de provocar la caída de las partículas, provoca una corriente de líquido a través del fondo poroso del cilindro.

En este caso, el flujo específico referido a la unidad de área de la sección transversal del cilindro q ($m^3/(m^2 \cdot s)$), es equivalente a la velocidad lineal con que desciende el líquido respecto a las paredes del cilindro. Este flujo descendente provoca el incremento de la velocidad de sedimentación. En estas condiciones la velocidad de sedimentación resultante u , es la suma de la velocidad de sedimentación contrariada U y la velocidad del líquido q (Lu et al., 1998)). Lo anterior se expresa mediante la ecuación

$$u = U + q \quad (1.3)$$

La relación entre el flujo específico q a través del sedimento y las características del sólido y de la fase líquida, se expresa a través de la ecuación de Kozeny (Carman, 1997), dada

para el flujo específico de líquido a través de un lecho poroso arbitrario. La referida ecuación es

$$q = \frac{\varepsilon^3}{k\mu S^2} \frac{\Delta P \cdot g}{L} \quad (1.4)$$

donde ε - volumen de los poros referido a la unidad de volumen del lecho (porosidad); k - constante; μ - viscosidad dinámica del fluido; S - área de superficie de las partículas, referida a la unidad de volumen del lecho; ΔP - diferencia entre la presión en la parte posterior y anterior del lecho (fuerza motriz de la filtración), g - aceleración de la gravedad; L - altura o espesor del lecho.

Durante la sedimentación-compresión, en la capa de sedimento la fuerza motriz de la compresión es tan solo la fuerza de gravedad, mientras la fuerza de arrastre provocada por la fricción entre las partículas y el líquido que se mueve hacia arriba, se opone a la compresión. Sin embargo, en el caso de la filtración, la fuerza de arrastre actúa de arriba hacia abajo y constituye una componente más de la fuerza motriz de la compresión. Esto trae como resultado que la capa de sedimento tienda a compactarse hasta concentraciones mayores, con respecto a las concentraciones alcanzadas sin la participación de la filtración.

1.2.3 Dependencia hipotética entre la concentración de sólidos en el producto espesado y la concentración de sólidos en la torta sin escurrir

Para deducir la dependencia estadística entre la CPE y la CTSE, se considera que de acuerdo con la ecuación (1.1) la fuerza de arrastre es proporcional al cuadrado de la velocidad relativa entre el líquido y el sólido. Se sabe además, que esta velocidad se incrementa con el incremento del flujo específico de líquido q , que a su vez, conforme la ecuación (1.4), depende positivamente de la diferencia de presión ΔP , o fuerza motriz de la filtración. De lo anterior se deduce que la fuerza motriz de la compresión se incrementa con el incremento de la fuerza motriz de la filtración. En lo adelante, a la fuerza motriz de la compresión se le denominará presión de compresión P_c .

Si a la razón de variación del espesor del sedimento, respecto a la variación infinitesimal de la fuerza motriz de la compresión para una masa de sólidos constante, se le denomina factor de compresibilidad, se puede afirmar que la diferencia (CTSE-CPE), ambas expresadas en partes volumétricas de sólido respecto a la suspensión, se incrementa con el incremento del factor de compresibilidad del sedimento y de la fuerza motriz de la filtración ΔP . Esta fuerza motriz, es a su vez proporcional a h (ver fig. 1.1) y también puede estar dada por el enrarecimiento en el recipiente exterior, la presión del aire comprimido suministrado al cilindro, o la presión aplicada sobre la suspensión mediante un pistón.

A continuación se supone la siguiente situación hipotética:

Se cuenta con varias suspensiones que contienen sólidos diferentes, cualquiera sea el valor del factor de compresibilidad de los sedimentos individuales γ_i y de su desviación típica S_γ , incluido el cero. Cada una de estas suspensiones son divididas en dos partes. Una de estas partes, conforme se representa en la fig. 1.3 a) se somete a sedimentación con la obtención de un producto espesado, cuya concentración de sólidos, es CPE_i . La otra es sometida a filtración con la obtención de una torta cuya concentración de sólidos es $CTSE_i$.

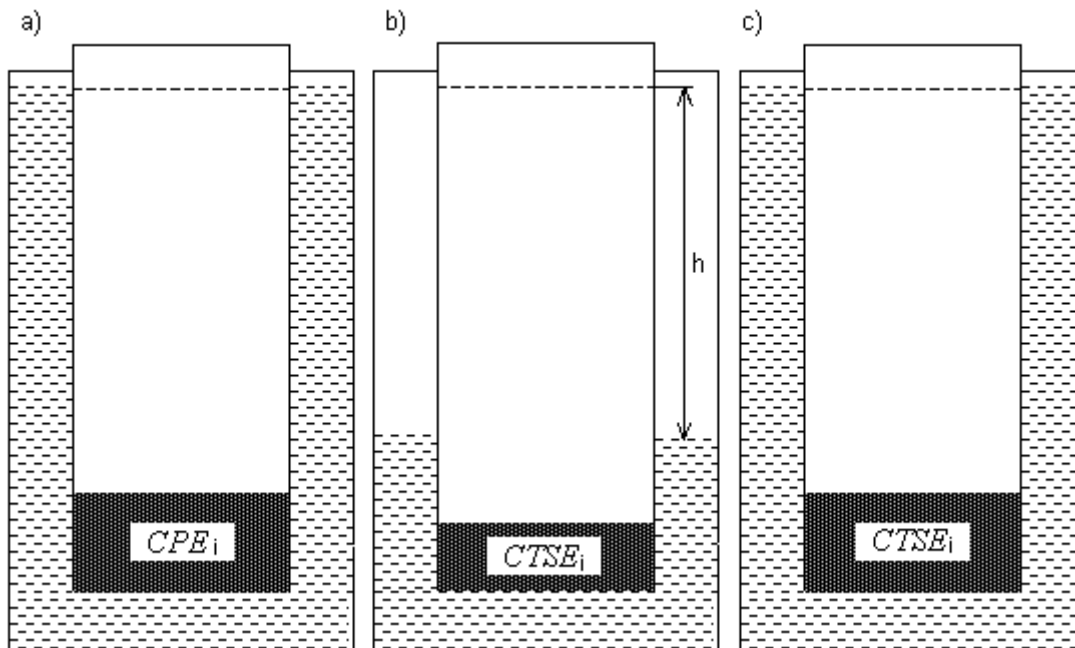


Fig. 1.3 Para la deducción de la dependencia estadística entre la CPE y la CTSE. a) Producto espesado ($h = 0$); b) Torta sin escurrir ($h > 0$); c) Torta sin escurrir ($h \rightarrow 0$).

Si la fuerza motriz de la filtración es considerablemente mayor que cero como se representa en la fig. 1.3 b), se obtiene una torta apreciablemente más comprimida que el producto espesado, cuya concentración de sólidos $CTSE_i$, es mayor que CPE_i (en el gráfico, el efecto de compresión ha sido ilustrativamente exagerado). Sin embargo, si la fuerza motriz de la filtración se hace disminuir hasta que tienda a cero como se representa en la fig. 1.3 c) y se desprecia la influencia de las perturbaciones, cualquiera sean las condiciones experimentales, cada valor de $CTSE_i$ tiende al correspondiente valor de CPE_i .

La situación anterior se encuentra ilustrada en la fig. 1.4 a), donde la escala en ambos ejes es la misma. Esto en términos finitos equivale a decir, que si se realiza el análisis de correlación-regresión entre la CPE y la CTSE, se obtiene una ecuación de regresión lineal del tipo

$$CPE = b_0 + b_1 \cdot CTSE \quad (1.5)$$

con intercepto b_0 igual a cero, pendiente b igual a la unidad y coeficiente de correlación igual a la unidad.

En caso de que las partículas en todas las suspensiones supuestamente sean esféricas; pero en cada una la función de distribución de los tamaños sea distinta a la función de distribución de tamaños en cualquier otra, cada valor de la CPE_i será desigual a los demás; pero el factor de compresibilidad teóricamente puede considerarse nulo. En este caso, si el experimento se realiza con una fuerza motriz de la filtración considerable, cada valor de $CTSE_i$, como se muestra en la fig. 1.4 b), será igual al correspondiente valor de CPE_i , por lo que se mantiene la condición de que en la ecuación (1.5), $b_0 = 0$, $b_1 = 1$ y $r = 1$.

Si la fuerza motriz de la filtración es considerable, en el caso hipotético de sedimentos igualmente compresibles, o sea cuando la desviación típica de los factores de compresibilidad S_γ tiende a cero, el incremento de la $CTSE_i$, respecto al correspondiente valor de la CPE_i , obtenido a partir de la misma suspensión, será el mismo cualquiera sea la suspensión y puede esperarse el comportamiento ilustrado en la fig. 1.4 c), donde se observa que la recta se ha desplazado paralelamente hacia valores mayores de CTSE. En

este caso, se mantiene la igualdad del coeficiente de correlación y la pendiente a la unidad, pero el intercepto es negativo.

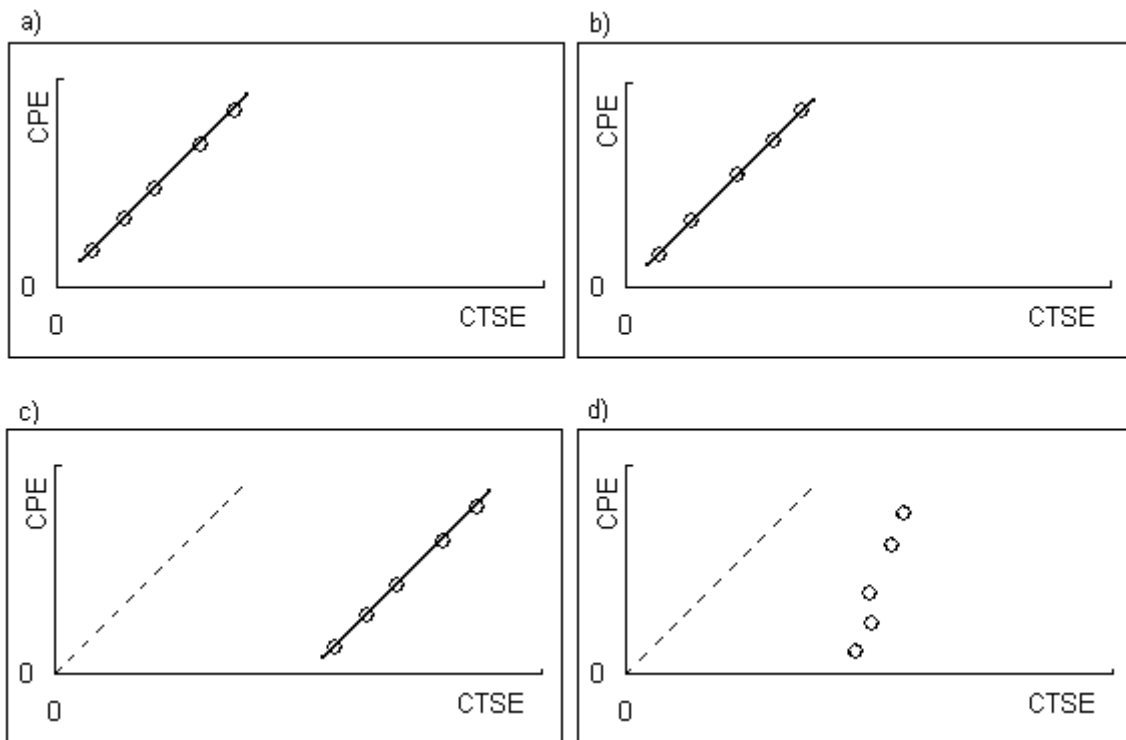


Fig. 1.4 Influencia hipotética de la fuerza motriz de la filtración y la compresibilidad de los sedimentos, sobre el comportamiento de la CPE en función de la CTSE. a) $\Delta P \rightarrow 0; \gamma \geq 0; S_\gamma \geq 0$; b) $\Delta P \geq 0; \gamma \rightarrow 0$; c) $\Delta P > 0; \gamma > 0; S_\gamma \rightarrow 0$; d) $\Delta P > 0; S_\gamma > 0$.

Por último, si como en la situación hipotética anterior la fuerza motriz de la filtración es considerable; pero los sedimentos, como ocurre en la realidad, además de ser compresibles, la desviación típica de los factores de compresibilidad S_γ es mayor que cero ($S_\gamma > 0$), el incremento de la $CTSE_i$ respecto a la CPE_i , no será el mismo en todos los sedimentos. Por consiguiente, los puntos experimentales se dispersarán y el coeficiente de correlación lineal será menor que la unidad. En este caso, la pendiente y el intercepto serán distintos de la unidad y de cero respectivamente.

Los razonamientos expuestos hasta el momento permiten plantear lo siguiente

- La CPE correlaciona positivamente con la CTSE.
- La fuerza motriz de la filtración ΔP , influye sobre el coeficiente de correlación y ambos parámetros de la ecuación de regresión;
- Cuando al menos una de las variables, fuerza motriz de la filtración ΔP , factores de compresibilidad individuales γ_i de todos los sedimentos y desviación típica de estos factores S_γ tiende a cero, el coeficiente de correlación tiende a la unidad.
- Cuando al menos una de las variables, fuerza motriz de la filtración ΔP y factores de compresibilidad individuales γ_i de todos los sedimentos tiende a cero, el intercepto tiende a cero.
- Cuando al menos una de las variables, fuerza motriz de la filtración ΔP , factores de compresibilidad individuales γ_i de todos los sedimentos y desviación típica de estos factores S_γ tienden a cero, la pendiente tiende a la unidad.

Al incrementarse la fuerza motriz de la filtración se incrementa la fuerza de compresión y con ello aumenta la dispersión de los incrementos de concentración ($CTSE_i-CPE_i$). A partir de cierto valor de presión, puede ocurrir la deformación elástica y el quebrantamiento de las partículas individuales (Tiller y Yeh, 1987). Este cambio en el mecanismo de compresión, cuya manifestación tiene lugar principalmente a elevadas presiones de filtración, también puede influir positivamente sobre la referida dispersión.

Lo anterior corrobora que la fuerza motriz de la filtración ΔP , influye negativamente sobre el coeficiente de correlación lineal entre la CPE y la CTSE.

Por otra parte, a medida que mayor sea la desviación típica de los factores de compresibilidad S_γ , mayor será la desviación típica de los incrementos individuales de concentración ($CTSE_i-CPE_i$). Con ello también se incrementará la dispersión de los puntos experimentales y disminuirá el coeficiente de correlación lineal. Esto permite afirmar que la desviación típica de los factores de compresibilidad influye negativamente sobre el coeficiente de correlación lineal entre la CPE y la CTSE.

1.2.4 Otras dependencias hipotéticas y generalización

Para obtener la dependencia hipotética entre la concentración de sólidos en el producto espesado y las variables no consideradas en el epígrafe anterior, se estudian las particularidades de la sedimentación en la capa de concentración igual a la inicial (ver fig. 1.2 b), la sedimentación y la filtración centrífugas, el escurrido y la compresión mecánica. Se llega a conclusiones sobre las particularidades de la correlación que puede haber entre la CPE y las variables VS, CTE, CPC, la concentración de sólidos en el producto obtenido, filtración centrífugas y la concentración de sólidos obtenida por compresión mecánica. Ver conclusiones del capítulo.

Del párrafo que sigue a la ecuación (1.4), se deduce que el coeficiente de correlación y los parámetros de la ecuación de regresión, dependen esencialmente de la presión de compresión y esta a su vez se encuentra en dependencia de la fuerza motriz de la filtración ΔP y del coeficiente de separación. Luego, en las conclusiones acerca del comportamiento del coeficiente de correlación y los parámetros de la ecuación de regresión, los términos fuerza motriz de la filtración ΔP y coeficiente de separación K_S , pueden ser sustituidos por el término general, presión de compresión P_c .

Conclusiones

1. El problema de la predicción de la CPE, no ha sido resuelto satisfactoriamente y el estudio de la posibilidad de predecir esta variable mediante la concentración de sólidos obtenida por otros métodos de separación mecánica de sistemas líquido-sólido, contribuye a la solución de un problema global.
2. Como resultado del estudio de los fundamentos teóricos de la separación de sistemas líquido-sólido, se obtiene la siguiente información a considerar durante el diseño experimental.
 - Pueden correlacionar con la CPE, la CTSE, la CTE, la CPC, la concentración de sólidos obtenida por filtración centrífuga y la obtenida por compresión mecánica.
 - Los factores que pueden influir sobre la correlación entre la CPE y las variables referidas más arriba se dividen en tres grupos:
 - Factores que influyen sobre la filtración, el escurrido y la compresión mecánica por separado o sobre todos estos procesos la vez (se asume que el proceso se realiza con el medio filtrante colocado horizontalmente): fuerza motriz de la filtración, fuerza motriz del escurrido, fuerza motriz de la compresión mecánica, tiempo de espera antes de aplicar la fuerza motriz de la filtración y tamaño de la muestra.

- Factores que pueden influir sobre la sedimentación o la filtración centrífugas: coeficiente de separación K_s y tiempo de espera antes de iniciar la filtración centrífuga.
 - Factores que influyen simultáneamente en todos los procesos: la superficie específica del sólido, la diferencia efectiva entre la densidad de las partículas, ya sean individuales o agregadas y la densidad de la suspensión, la viscosidad del fluido, la concentración de sólidos inicial en la suspensión ϕ_0 , la función de distribución granulométrica, la forma de las partículas, la presencia de floculantes. También todos los factores que inciden sobre el potencial Z y el espesor de la doble capa eléctrica; tales como, la estructura y composición de la superficie sólida, la composición iónica de la suspensión y la afinidad de estos iones con la superficie sólida.
3. Como resultado del estudio de los fundamentos de la separación mecánica de sistemas líquido-sólido, se predice el siguiente comportamiento de la relación estadística entre la CPE y la concentración de sólidos obtenida por otros métodos de separación mecánica:
- La CPE correlaciona positivamente con la CTSE, la CTE, la CPC, así como con la concentración de sólidos en el producto obtenido por filtración centrífuga y en el producto obtenido por compresión mecánica.
 - El coeficiente de correlación lineal entre la CPE y las variables explicativas, es función decreciente de la fuerza motriz la compresión P_c y de la desviación típica de los factores de compresibilidad.
 - Cuando al menos una de las variables, fuerza motriz de la compresión P_c , factor de compresibilidad individuales γ_i y desviación típica de estos factores S_γ tiende a cero, el coeficiente de correlación tiende a la unidad.
 - Cuando al menos una de las variables, fuerza motriz de la compresión P_c y factores de compresibilidad individuales γ_i tiende a cero, el intercepto tiende a cero.
 - Cuando al menos una de las variables, fuerza motriz de la compresión P_c , factores de compresibilidad individuales γ_i y desviación típica de estos factores S_γ tiende a cero, la pendiente tiende a la unidad.
 - La influencia de la concentración de sólidos inicial ϕ_0 en la suspensión sobre la CPE es positiva, sin embargo, esta influencia sobre la CTSE debe ser más complicada.
 - El coeficiente de correlación entre la CPE y la CTE debe ser menor, que entre la primera variable y la CTSE.
 - Si los valores de CPE son suficientemente elevados, la concentración de sólidos obtenida por otros métodos, tiende a igualarse a la CPE.
 - Existen premisas teóricas sobre la posibilidad de que la VS correlacione con la CPE y de que el coeficiente de correlación entre estas dos variables sea relativamente bajo.

CAPÍTULO 2 MATERIALES Y MÉTODOS

Una vez determinado el alcance de la investigación, preseleccionadas las variables que pueden correlacionar con la CPE y prevista la influencia de los factores más importantes, sobre el coeficiente de correlación y los parámetros de la ecuación de regresión, mediante el método lógico se fundamenta el diseño de los experimentos para la comprobación empírica de los resultados teóricos. También se explica la metodología general para el análisis de correlación y regresión.

2.1 Obtención de las muestras de trabajo y diseño experimental general.

2.1.1 Obtención de las muestras de trabajo

A partir del mineral que era extraído en los frentes de explotación, se tomaron 10 muestras representativas, de aproximadamente 25 kg cada una. En lo adelante, estas se denominan muestras puras.

La obtención de las muestras de trabajo se resume en los siguientes pasos:

1. Obtención de las muestras puras a partir de los yacimientos en explotación.
2. Preparación de las muestras puras.
3. Cálculos preliminares.
4. Homogenización y muestreo.

2.1.2 Selección de las variables explicativas y los factores a considerar en el plan experimental

De las variables que de acuerdo con las conclusiones del capítulo anterior, pueden correlacionar con la CPE, para el estudio experimental son seleccionadas las de más fácil determinación: la CTSE, la CTE y la CPC.

En la fig. 2.1 se presenta el diagrama que muestra cuáles son los factores cuya influencia sobre el coeficiente de correlación se estudia y a través de cuáles de las variables intermedias (CTE, CTSE, CPE, VS y CPC), puede manifestarse esta influencia. En este diagrama se observa que la fuerza motriz de la filtración, puede influir sobre la correlación entre la CPE y la CTSE, a través de la CTSE. La influencia de la intensidad de agitación I_a sobre todos los coeficientes de correlación, puede manifestarse a través de todas las variables intermedias. La influencia de la concentración de sólidos inicial ϕ_0 sobre todos los coeficientes de correlación, puede manifestarse a través de todas las variables intermedias, excepto la VS, pues esta variable fue determinada en un nivel único de concentración de sólidos inicial ϕ_0 .

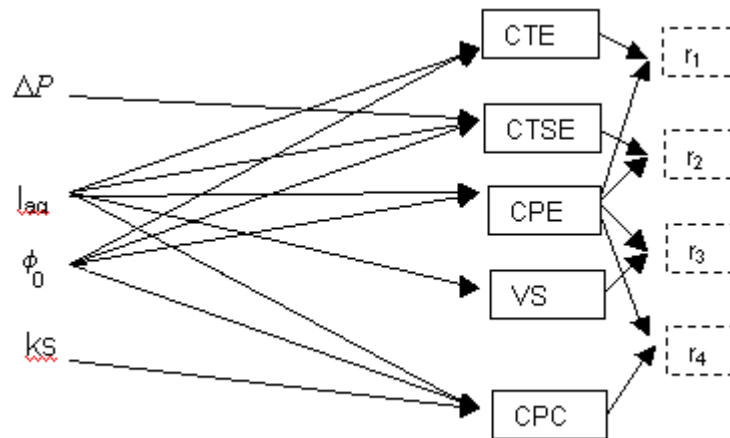


Fig 2.1 Factores cuya influencia sobre el coeficiente de correlación, se estudia.

2.1.3 Matriz experimental y metodología general de la investigación

Para determinar la CTSE se tuvieron en consideración dos niveles de presión ΔP . El nivel inferior corresponde a la filtración bajo la fuerza de gravedad y el superior a la filtración al vacío con una diferencia de presión igual a 29,4 kPa (0,3 at). En calidad de nivel inferior se asumió la filtración gravitatoria.

La CTE se obtuvo solamente por filtración al vacío.

Para determinar la CPC, el nivel superior del coeficiente de separación se asumió igual a 2000 y el inferior igual a 1000.

Fueron considerados dos niveles de intensidad de agitación I_a . El inferior corresponde al lavado del mineral mediante el removido manual, seguido por la homogeneización y muestreo bajo un criterio de Reynolds $Re = 2,4 \cdot 10^4$. El superior corresponde al lavado bajo un criterio de Reynolds $Re = 1,0 \cdot 10^5$, seguido por la homogeneización y el muestreo bajo el mismo criterio de Reynolds.

Fueron utilizados dos niveles de concentración de sólidos inicial: 3,95 y 8,58 % en volumen, que corresponden aproximadamente a las concentraciones máxicas 12,5 % y 25 %, bajo el supuesto de que la densidad del mineral es igual a 3,55 g/cm³.

En el diseño experimental, la VS inicial fue determinada únicamente en el nivel mínimo de concentración de sólidos inicial ϕ_0 , que es similar al utilizado para el mismo propósito en el nivel industrial.

En la tabla 2.1 se muestran los valores asignados a cada factor en sus dos niveles.

Tabla 2.1. Factores considerados y sus niveles reales

No.	Factor	Nivel inferior	Nivel superior
1	ϕ_0 , % vol.	3,95	8,58
2	I_{ag}	El correspondiente al lavado manual y $Re = 2,4 \cdot 10^4$ durante el muestreo	$Re = 1,0 \cdot 10^5$
3	ΔP	0,392 kPa (4 cm de H ₂ O)	29,43 kPa (0,3 at)
4	K_S	1000	2000

En la tabla 2.2, se muestran las combinaciones de condiciones experimentales codificadas. El nivel inferior y superior asignado a cada factor, se representa con los signos (-) y (+) respectivamente.

Tabla 2.2 Matriz experimental codificada

No.	Serie	CPE, CTSE, CTE, CPC		CTSE		CTE		CPC		VS	
		ϕ_0	I_a	ΔP	ΔP	K_s	ϕ_0	I_a			
1	A	+	+	-	+	+	-	+	-	+	
2	B	+	-	-	+	+	-	+	-	-	
3	C	-	-	-	+	+	-	+	-	-	
4	D	-	+	-	+	+	-	+	-	+	

En esta tabla se muestra que en la serie A, cuando en calidad de variable explicativa se asumió la concentración de sólidos en la torta sin escurrir CTSE, se aplicaron combinaciones de tratamiento de tres factores: la concentración de sólidos inicial ϕ_0 , la intensidad de agitación I_a durante la preparación de la suspensión y la presión ΔP durante la filtración. Cuando la variable explicativa es la CPC, en calidad de tercer factor se consideró el coeficiente de separación K_s . Cuando en calidad de variable predictora se tomó la CTE, conforme ha sido fundamentado anteriormente, esta variable se tomó solamente en el nivel superior de presión ΔP .

Cada serie experimental está compuesta de 13 corridas. El esquema de una corrida experimental se resume en la primera conclusión de este capítulo.

El orden en que serían realizadas las corridas experimentales, se decidió parcialmente al azar. En la tabla 2.3 aparecen los intervalos en que varían la desviación típica S_{n-1} , y el error relativo $\delta x = \Delta x \cdot 100 / \bar{x}$, donde Δx es el error absoluto de estimación y \bar{x} es el promedio. El error absoluto de estimación se calculó con un nivel de confianza $\alpha = 0,05$.

Tabla 2.3 Intervalos de variación de la desviación típica y el error relativo

Variable	S_{n-1}		δx	
CPC	0,1	0,3	0,2	0,7
CTSE	0,5	0,8	1,2	2,0
VS	0,6	1,1	1,4	2,7
CTE	1,0	1,3	2,5	3,2

La limpieza de errores graves se realizó mediante el criterio de Student.

2.2 Procedimientos experimentales particulares

2.2.1 Preparación y muestreo de la suspensión

Una vez que se obtuvieron las muestras de trabajo, se lavó a la intensidad de agitación I_a preestablecida y seguidamente se agitó durante 40 min mientras se reajustaba la concentración de sólidos en la suspensión y se practicaba el muestreo.

Las muestras de suspensión se tomaron manualmente de diferentes partes del volumen de la suspensión mientras se agitaba y se vertieron de forma intercalada en las probetas para la sedimentación gravitatoria y en los frascos destinados a almacenar las muestras para la filtración y la sedimentación centrífuga. Dicho de otro modo, el contenido del tomamuestras

se tomó unas veces para la centrifugación, otras para la filtración y otras para la sedimentación. Así sucesivamente, hasta completar el volumen deseado para cada prueba.

La calidad del muestreo se comprobó mediante una prueba de control, que permitió concluir que ha sido garantizada la homogeneidad de las muestras.

2.2.2 Pruebas de sedimentación gravitatoria

Las pruebas de sedimentación gravitatoria para determinar la CPE y la VS, se realizaron en probetas de 1000 cm³. Para dar por terminada la prueba de sedimentación destinada a determinar la CPE, se asumió como condición que la altura de la capa de sedimento o producto espesado se mantuviese constante en el transcurso de tres días.

La densidad de las muestras de mineral se determinó mediante el pignómetro a gas modelo SPY-3, serie 467 fabricado por "Quantachrome Corporation". En calidad de gas pignométrico se utilizó Helio.

La concentración de sólidos final se determinó por la ecuación

$$C_{s,f} = \frac{M_{sol}}{M_{p,e}} = \frac{M_{sol}}{M_{s,i} - (V_{s,i} - V_{p,e})}$$

donde M_{sol} - masa de sólidos, g; $M_{p,e}$ - masa del producto espesado, g; $M_{s,i}$ - masa de suspensión al inicio del experimento, g; $V_{s,i}$ - volumen de suspensión al inicio del experimento, cm³; $V_{p,e}$ - volumen del producto espesado, cm³.

En esta ecuación se admite que la densidad del agua es igual a 1 g/cm³.

La masa de sólidos se determinó por diferencia, después de filtrar el producto espesado y secarlo.

2.2.3 Prueba de sedimentación centrífuga

Las pruebas de sedimentación centrífuga se realizaron en una centrífuga de laboratorio modelo TDL-5-A, fabricada por "Shanghai Scientific Instrument Factory", dotada de control electrónico de frecuencia de rotación. Después de programar la centrífuga para las frecuencias de rotación deseadas, se comprobó que este parámetro se mantenía prácticamente constante.

El tiempo de centrifugación garantiza la obtención de la CPC de equilibrio.

El volumen de las muestras tomadas para realizar la prueba de centrifugación garantiza un error menor que el asumido en calidad de máximo admisible en la determinación de la CPC. La concentración de sólidos se determinó por diferencia de masas, después de secar el sedimento.

2.2.4 Prueba de filtración

La prueba de filtración se realizó en la instalación representada en la fig. 2.3, formada por el embudo de porcelana (1), en el cual se coloca un filtro de papel de filtración rápida. El embudo (1) se comunica con el quitasato (2), que realiza la función de colector de filtrado. El enrarecimiento se garantiza mediante la bomba de vacío (3) y puede ser regulado por medio de la válvula (4), que comunica al tanque compensador de oscilaciones de presión (5) con la atmósfera. El enrarecimiento es indicado por el vacuómetro metálico (6). La válvula de tres vías (7), garantiza el enrarecimiento y la despresurización del matraz de succión (2) y del filtro (1).

En este caso, también es válido lo escrito en el último párrafo del epígrafe anterior para la CPC.

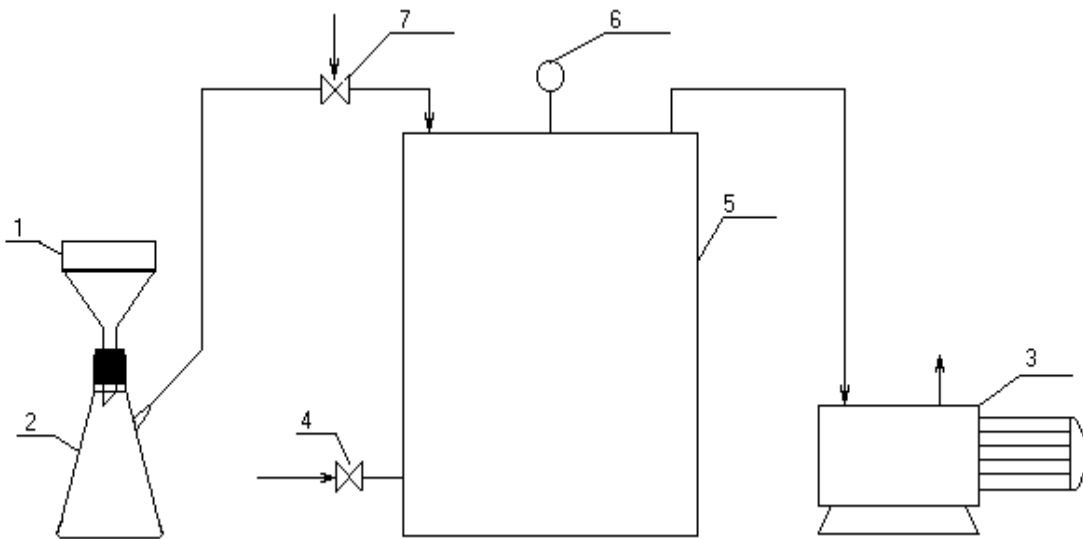


Fig. 2.3 Esquema de la instalación experimental para la prueba de filtración

2.3 Correlación y regresión

Como medida de la capacidad predictiva de las variables consideradas en calidad de explicativas, se utilizó el coeficiente de correlación muestral r .

Para ello se asume que la CPE como variable respuesta o dependiente Y , puede ser una función lineal tanto en las variables como en los parámetros, de cada una de las variables explicativas o regresoras consideradas (CTSE, CTE, CPC y VS). Luego, debe cumplirse la función

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \quad (2.9)$$

donde X - variable explicativa; ε - error (se conoce además como perturbación estocástica); β_0 , β_1 - parámetros de la ecuación de regresión.

Los estimadores de β_0 y β_1 , se representan por b_0 y b_1 respectivamente.

El cálculo del coeficiente de correlación y el ajuste de la recta de regresión, se realizó mediante la herramienta "Regresión" del tabulador "Microsoft Excel 2000".

Para establecer la significación del coeficiente de correlación, se registró la probabilidad de significación de la hipótesis nula que supone la igualdad a cero del coeficiente de correlación, ofrecido por la referida herramienta y se comparó con el nivel de significación máximo admisible (0,05). También se registraron los límites del intervalo de confianza del coeficiente de correlación. Para el control de los supuestos en que se basa el cálculo de regresión lineal por el método de los mínimos cuadrados ordinarios, se previó la posibilidad de que puedan cumplirse las ecuaciones de regresión

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 \quad (2.9a)$$

y

$$Y = \beta_0 + \beta_2 X_2 \quad (2.9b)$$

donde X_1 es la variable asumida en calidad de explicativa y $X_2 = X_1^2$.

Conclusiones

1. El diseño experimental está constituido por cuatro series experimentales, que incluyen 13 corridas. En cada corrida se preparó una suspensión a partir de una muestra de trabajo. De esta suspensión se tomaron las muestras para realizar las pruebas de sedimentación gravitatoria, filtración y centrifugación, para determinar las variables CPE, CTSE, CTE y VS en los niveles previamente seleccionados de los factores intensidad de agitación I_a durante el lavado, concentración de sólidos inicial en la suspensión ϕ_0 , así como de la presión durante la filtración ΔP y el coeficiente de separación durante la centrifugación K_s .
2. El esquema general de trabajo en el laboratorio, consistió en la selección de la muestra de trabajo, seguida de la realización de la correspondiente corrida experimental como se muestra en la fig. 2.1. Cada variable se determinó a partir de tres mediciones. Ante la presencia de errores groseros, la determinación de la variable se repitió hasta obtener como mínimo tres mediciones confiables. Estos pasos se repitieron hasta completar la totalidad de las corridas.
3. Los mayores errores relativos, fueron observados en la determinación de la CTE. Estos se encuentran en el intervalo de (2,5 – 3,2 %).
4. El volumen de las muestras tomadas para realizar la pruebas de centrifugación y filtración, garantiza un error menor que el asumido en calidad de máximo admisible en la determinación de la CPC.
5. El tiempo de centrifugación garantiza la obtención de la CPC de equilibrio.

CAPÍTULO 3 COMPROBACIÓN EMPÍRICA DE LOS RESULTADOS TEÓRICOS

La comprobación empírica de los resultados teóricos, se realiza mediante el método experimental en el nivel de laboratorio, el método estadístico y el método lógico.

3.1 Resultados experimentales

Los resultados del tratamiento previo de los datos experimentales ejemplificados en el caso de las series experimentales A, aparecen en la tabla 3.1.

Tabla. 3.1 Resultados del tratamiento previo de los datos experimentales

No.	Experi- mento	Variable									
		CPE	CPE	CTSE	CTSE	CTSE	CTSE	CTE	CPC	CPC	VS
		% más.	% vol.	% más.	% vol.	% más.	% vol.	% más.	% más.	% más.	mm/h
		Presión inferior		Presión superior		Ks inferior	Ks superior				
1	A ₁	41,6	16,0	43,3	17,0	57,5	26,6	64,2	58,3	62,3	53,5
2	A ₂	28,9	9,7	31,1	10,6	39,7	14,8	56,4	51,5	56,3	33,0
3	A ₃	39,1	14,6	41,4	15,8	52,2	22,5	63,8	59,0	62,1	57,5
4	A ₄	37,5	14,0	40,6	15,6	50,3	21,5	60,8	54,1	58,1	35,0
5	A ₅	37,0	13,7	40,3	15,5	48,7	20,5	59,2	52,9	57,0	27,0
6	A ₆	36,5	13,9	39,0	15,2	50,2	22,0	60,4	51,0	56,1	49,5
7	A ₇	38,7	15,1	40,1	15,8	51,9	23,3	59,8	53,5	57,3	72,5
8	A ₈	32,4	11,3	34,7	12,3	45,6	18,2	58,9	52,8	57,6	26,5
9	A ₉	40,9	15,5	43,6	17,1	53,6	23,5	63,6	58,7	62,0	66,0
10	A ₁₀	37,6	14,3	39,2	15,1	51,9	23,0	60,3	51,7	55,3	60,0
11	A ₁₁	38,9	14,6	41,9	16,2	51,7	22,3	58,4	52,4	55,5	48,5
12	A ₁₂	35,9	12,9	37,3	13,6	47,2	19,1	60,9	55,7	59,9	55,0
13	A ₁₃	36,2	13,3	38,4	14,5	50,0	21,3	60,6	54,9	58,6	67,5

3.1.1 Resultados del cálculo de correlación y regresión

Los resultados del cálculo de correlación y regresión bajo el supuesto de regresión lineal, realizado como se explica en el epígrafe 2.3, se muestran en la tabla 3.2, donde aparece el coeficiente de correlación lineal r , la probabilidad de significación observada de su igualdad a cero α_r , los límites inferior y superior de su intervalo de confianza r_{inf} y r_{sup} , el error típico de estimación E , así como los valores de la pendiente b_1 y del intercepto b_0 , y los límites de sus respectivos intervalos de confianza.

Tabla 3.2 Resultados del análisis de correlación y regresión

No.	Serie	r	α_r	r_{inf}	r_{sup}	E	b_1	$b_{1,inf}$	$b_{1,sup}$	b_0	$b_{0,inf}$	$b_{0,sup}$
CPE, % más. vs CTSE, % más. (Presión inferior)												
1	A	0,983	0,000	0,942	0,995	0,65	0,9636	0,8439	1,0833	-0,9	-5,6	3,9
2	B	0,980	0,000	0,932	0,994	0,70	0,9648	0,8345	1,0951	-0,5	-6,0	5,0

No.	Serie	r	α_r	r_{inf}	r_{sup}	E	b ₁	b _{1,inf}	b _{1,sup}	b ₀	b _{0,inf}	b _{0,sup}
3	C	0,979	0,000	0,931	0,994	0,69	0,9859	0,8512	1,1207	-1,0	-6,3	4,4
4	D	0,986	0,000	0,951	0,996	0,54	0,9700	0,8596	1,0803	0,1	-3,8	4,1
CPE, % más. vs CTSE, % más. (Presión superior)												
5	A	0,968	0,000	0,892	0,991	0,89	0,7642	0,6319	0,8965	-1,2	-7,9	5,4
6	B	0,965	0,000	0,884	0,990	0,92	0,7860	0,6442	0,9277	-0,5	-7,8	6,8
7	C	0,971	0,000	0,904	0,992	0,81	0,7570	0,6341	0,8800	-0,9	-7,3	5,4
8	D	0,969	0,000	0,897	0,991	0,80	0,7491	0,6225	0,8757	-2,5	-8,8	3,8
CPE, % más. vs CTE, % más. (Presión superior)												
9	A	0,781	0,002	0,404	0,931	2,20	1,1749	0,5512	1,7986	-34,1	-71,9	3,7
10	B	0,862	0,000	0,593	0,958	1,78	1,1161	0,6811	1,5510	-27,2	-53,5	-1,0
11	C	0,860	0,000	0,588	0,957	1,75	1,0899	0,6611	1,5187	-27,3	-53,0	-1,6
12	D	0,763	0,002	0,366	0,925	2,08	0,9895	0,4333	1,5458	-24,3	-57,6	9,0
CPE, % más. vs VS, mm/2h												
13	A	0,567	0,043	0,024	0,852	2,90	0,1240	0,0045	0,2436	30,8	24,6	37,0
14	B	0,606	0,028	0,082	0,867	2,80	0,0878	0,0113	0,1643	31,0	23,0	39,1
15	C	0,623	0,023	0,109	0,874	2,68	0,1092	0,0182	0,2002	27,2	17,9	36,4
16	D	0,559	0,047	0,011	0,849	2,67	0,1134	0,0018	0,2250	29,1	23,2	35,0
CPE, % más. vs CPC, % más. (Ks inferior)												
17	A	0,601	0,030	0,074	0,865	2,82	0,7255	0,0846	1,3664	-2,4	-37,3	32,5
18	B	0,636	0,019	0,132	0,879	2,72	0,7888	0,1544	1,4231	-3,1	-37,8	31,6
19	C	0,650	0,016	0,155	0,884	2,60	0,7638	0,1715	1,3562	-1,9	-32,9	29,1
20	D	0,577	0,039	0,038	0,856	2,63	0,6584	0,0399	1,2769	0,5	-31,7	32,8
CPE, % más. vs CMPC, % más. (Ks superior)												
21	A	0,494	0,086	-0,079	0,821	3,07	0,6642	-0,1123	1,4407	-1,7	-47,0	43,6
22	B	0,605	0,029	0,080	0,867	2,80	0,7924	0,0994	1,4853	-6,4	-47,0	34,3
23	C	0,611	0,027	0,090	0,869	2,71	0,7330	0,1019	1,3641	-2,7	-37,8	32,4
24	D	0,464	0,111	-0,117	0,808	2,86	0,5451	-0,1462	1,2365	4,8	-33,4	42,9

3.1.2 Control de observaciones anómalas

En el caso de la regresión lineal de la CPE sobre la CTE, los residuos estándares en los puntos A11, C11 y D11 son mayores que 2. Lo mismo ocurre con los puntos A2, B2, C2 y D2, en el caso de la regresión lineal de la CPE sobre la CPC en ambos niveles del coeficiente de separación. Esto quiere decir, que las anomalías observadas son sistemáticas, por lo que se decide aceptarlas y se recomienda considerar en estudios posteriores, la posibilidad de que la divergencia de las referidas observaciones, se encuentre condicionada por las particularidades del mineral.

3.2 Análisis de los resultados

3.2.1 Comportamiento del coeficiente de correlación y los parámetros en la ecuación de regresión

En la tabla 3.2 (filas 1-12), se observa que la correlación lineal bivariada entre la CPE y las variables CTSE y CTE, es positiva y significativa, pues en todas las condiciones experimentales la probabilidad de significación observada es mucho menor que 0,05. Lo mismo ocurre con la correlación entre la CPE y la CPC (filas 17-20, 22 y 23). De esta manera ha quedado confirmado empíricamente, que la CPE correlaciona positivamente con la CTSE, la CTE, la CPC. Esto permite recomendar que en futuras investigaciones sean incluidas en el estudio experimental, la concentración de sólidos obtenida por filtración centrífuga y la obtenida por compresión mecánica, cuya capacidad explicativa de la CPE ha sido fundamentada teóricamente; pero no ha sido realizado el estudio de confirmación empírica.

Solamente en dos combinaciones de condiciones experimentales (filas 21 y 24), la probabilidad de significación observada es mayor que 0,05 (0,086 y 0,111 respectivamente). En correspondencia con esto, el límite inferior del intervalo de confianza del coeficiente de correlación, en ambos casos es menor que cero (-0,079 y -0,117 respectivamente). Esto sucede, cuando la CPC se obtiene en el nivel superior del coeficiente de separación K_S , cuando la intensidad de agitación I_a se encuentra en el nivel superior y la concentración de sólidos inicial ϕ_0 en cualquier nivel. Esto constituye una premisa acerca de la influencia negativa del coeficiente de separación K_S y la intensidad de agitación I_a sobre el coeficiente de correlación entre la CPE y la CPC.

En las filas 13-16, se observa que la correlación entre la CPE y la VS es positiva y significativa. Esto se encuentra en correspondencia con la conclusión teórica del capítulo 1, sobre la existencia de premisas teóricas acerca de la posibilidad de que la VS correlacione con la CPE.

En la fig. 3.1 se presentan los intervalos de confianza de los coeficientes de correlación obtenidos en la serie A. El comportamiento en las demás series es similar. En esta figura se confirma que la CTSE garantiza un coeficiente de correlación muestral, mayor que el garantizado por la VS. Esto se encuentra en correspondencia con lo expuesto en las conclusiones del capítulo 1, acerca de la existencia de premisas teóricas sobre la posibilidad

de que la VS correlacione con la CPE y de que el coeficiente de correlación entre estas dos variables sea relativamente bajo.

En la fig. 3.1, no es posible confirmar diferencia significativa entre el coeficiente de correlación cuando la variable explicativa es la CTSE, obtenida en el nivel superior de fuerza motriz de la filtración y el coeficiente de correlación cuando la variable explicativa es la CTE, obtenida en el mismo nivel de fuerza motriz. No obstante, la tendencia observada corresponde con la conclusión teórica del capítulo 1, referente a que el coeficiente de correlación entre la CPE y la CTE, debe ser menor que entre la primera variable y la CTSE.

Tampoco es posible confirmar la influencia del coeficiente de separación K_S sobre el coeficiente de correlación entre la CPE y la CPC, ni la influencia de la fuerza motriz de la filtración sobre el coeficiente de correlación entre la CPE y la CTSE. Sin embargo, las tendencias observadas, se encuentran en correspondencia con la conclusión teórica, referente a que el coeficiente de correlación lineal entre la CPE y las variables explicativas, es función decreciente de la fuerza motriz de la compresión.

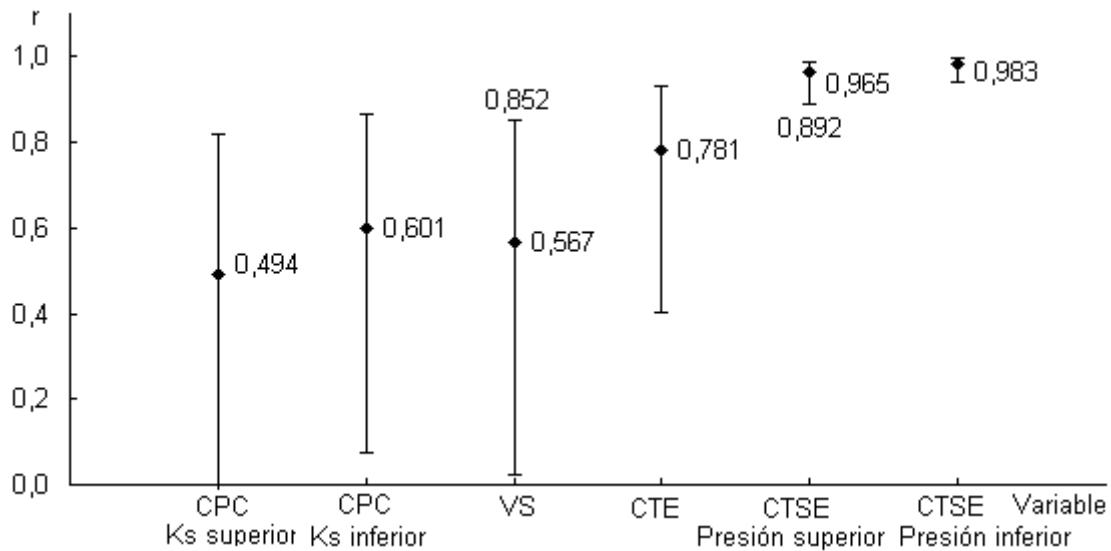


Fig. 3.1 Intervalos de confianza de los coeficientes de correlación entre la CPE y cada variable explicativa en la serie A.

Para confirmar la afirmación anterior se considera que en el caso de la filtración, la presión de compresión es la suma de la presión de arrastre y de la presión provocada por el peso de las capas que se encuentran por encima de la capa analizada. Como resultado de la acumulación de pérdidas por fricción, la presión de arrastre y por ende la presión de compresión, se incrementa aguas abajo respecto al flujo de filtrado. En la misma medida disminuye la presión hidrostática (Tiller y Yeh, 1987).

Para un estudio cualitativo acerca de la influencia de la presión de compresión sobre el coeficiente de correlación y los parámetros de la ecuación de regresión, se toma como referencia la presión de compresión soportada por la capa de sedimento que se encuentra en contacto directo con el medio filtrante, una vez que todo el sólido se ha depositado.

Esta presión de compresión, si se desprecia la resistencia del medio filtrante y el peso del sólido, se puede considerar aproximadamente igual a la fuerza motriz de la filtración.

Luego, los valores de la presión de compresión al final de la formación del sedimento, en la capa que se encuentra en contacto con el medio filtrante, en los niveles inferior y superior se conocen y de acuerdo con la tabla 2.1 son iguales a 0,392 y 29,43 kPa respectivamente.

En el caso de la centrifugación, la presión de compresión viene dada por la ecuación

$$P_c = \frac{m \cdot g \cdot Ks}{0,785d^2}$$

donde m – masa de sólidos, kg; g – aceleración gravitatoria, m/s²; d – diámetro del sedimento; m

El comportamiento del coeficiente de correlación r y la pendiente b₁ en función de la presión de compresión se encuentra representado en la fig. 3.4 y 3.5 respectivamente.

A partir de la fig. 3.2 es posible confirmar que el coeficiente de correlación lineal entre la CPE y las variables explicativas CTSE y CPC, es función decreciente de la presión de compresión y además, que el límite del coeficiente de correlación cuando la presión de compresión P_c tiende a cero, es igual a la unidad.

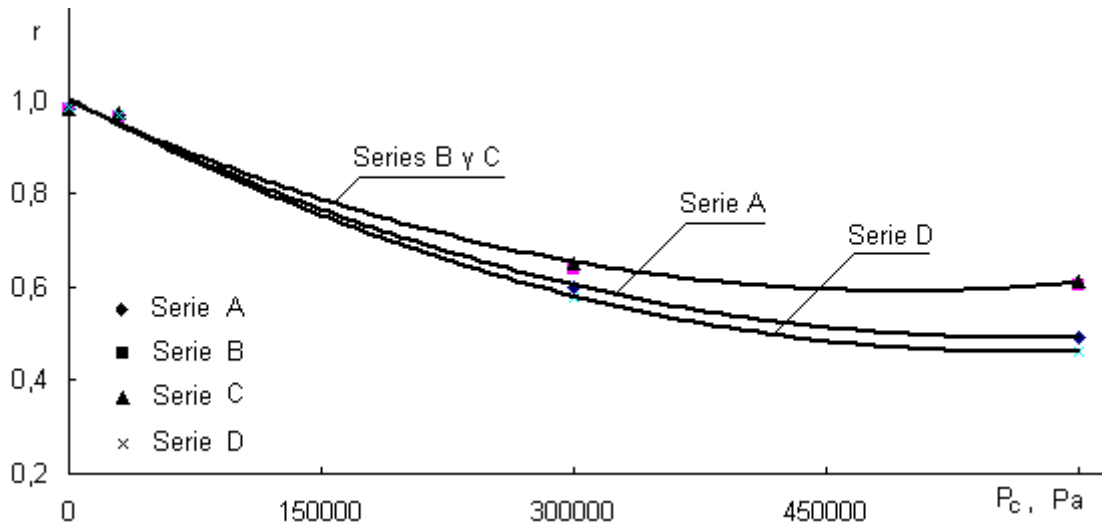


Fig. 3.2 Líneas de tendencia del coeficiente de correlación r , en función de la presión de compresión P_c .

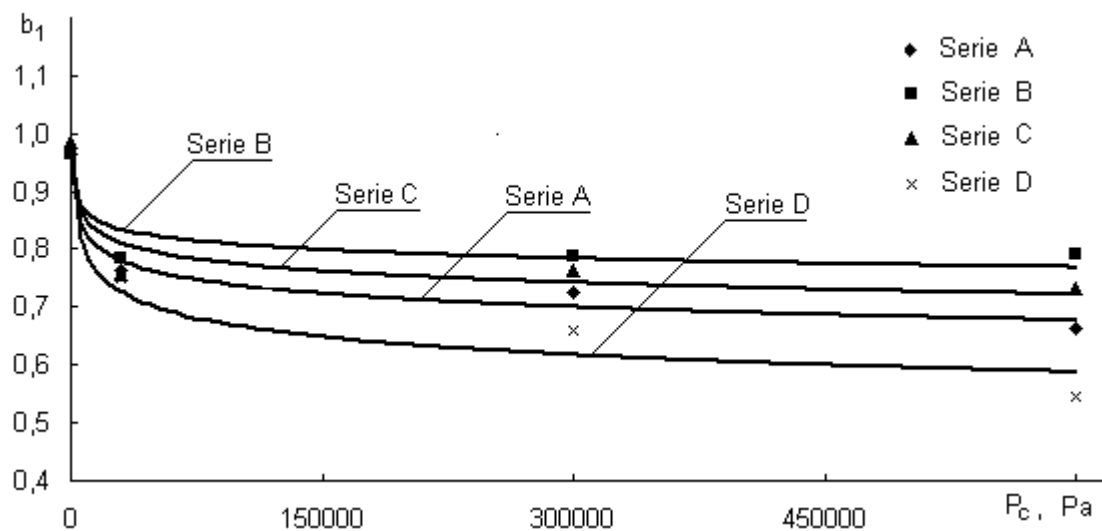


Fig. 3.3 Líneas de tendencia de la pendiente b_1 en función de la presión de compresión P_c .

A partir de la fig 3.3 se confirma experimentalmente que el límite de la pendiente, cuando la presión de compresión tiende a cero, es igual a la unidad.

El menor valor observado de las variables CTSE y CPC, es mucho mayor que cero (igual a 28,9, de acuerdo con la tabla 3.1, fila 41). Esto equivale a decir que el intercepto ha sido estimado por extrapolación, por lo que resulta impropio realizar el análisis de su tendencia cuando la presión de compresión tiende a cero.

No obstante, para obtener un criterio valorativo, en la fig. 3.4 se grafica el comportamiento del intercepto en función de la presión de compresión. En esta figura se observa que a pesar de las limitaciones expuestas en el párrafo anterior, las líneas de tendencia muestran la disminución del módulo del intercepto con la disminución de la presión de compresión P_c y convergen en valores cercanos a cero. Lo anterior, a pesar de que por las razones ya expuestas, se considera insuficiente para confirmar la conclusión teórica de que el intercepto tiende a cero cuando la presión de compresión P_c tiende a cero, se encuentra en correspondencia con el referido resultado teórico.

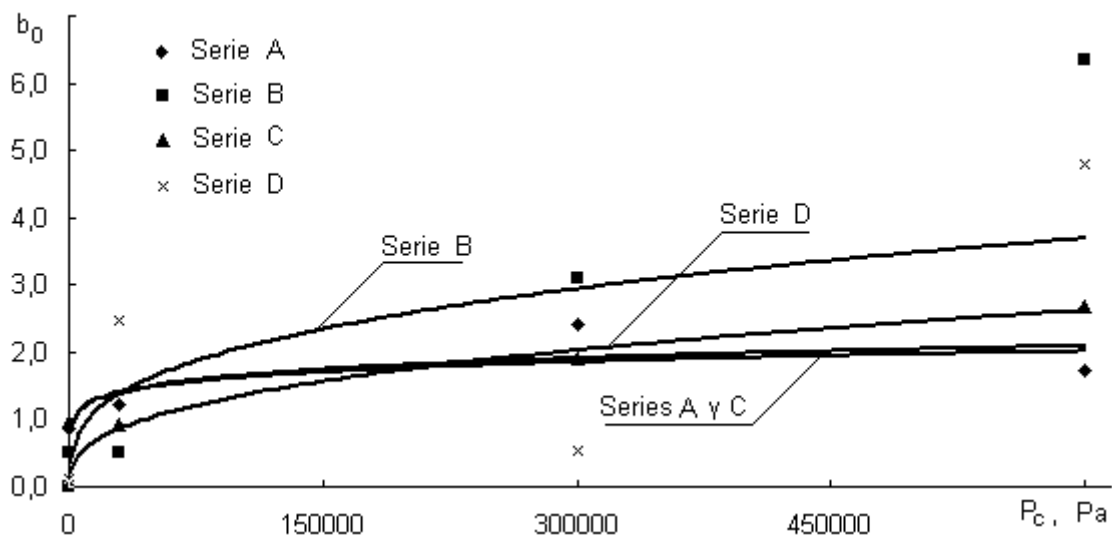


Fig. 3.4 Líneas de tendencia del intercepto b_0 en función de la presión de compresión P_c .

El control de los supuestos relativos a la correcta especificación de la regresión lineal, la falta de autocorrelación entre las perturbaciones, la homocedasticidad de las varianzas y la distribución normal de las perturbaciones, permitió aceptar los cuatro supuestos en todas las regresiones excepto en tres. Esta situación fue considerada aceptable sin necesidad de darle un tratamiento más profundo; pues en caso de excluir estas regresiones del análisis, se puede arribar a las mismas conclusiones a las que se arriba con ellas incluidas a pesar de las referidas violaciones.

3.2.2 Influencia de la concentración de sólidos inicial y la intensidad de agitación sobre las variables explicativas

Si la concentración de sólidos inicial en la suspensión para la prueba de sedimentación, es cercana al 25 % en masa, la altura recorrida por la interfase agua-suspensión en el transcurso de 2 h, es tan pequeña que los errores relativos cometidos en su lectura, resultan inadmisibles. Es por ello que en el nivel industrial y en esta investigación, para determinar la velocidad de sedimentación la suspensión se diluye hasta 12,5 %.

Sin embargo, las variables explicativas estudiadas, en caso de ser utilizadas para la predicción de la CPE, tienen como ventaja que para su determinación, la suspensión no tiene que ser diluida obligatoriamente. Tan solo se exige, que para obtener un error absoluto menor que el máximo admisible en la determinación de la concentración de sólidos, se tome una muestra de sedimento homogenizado, igual a la exigida por el método experimental utilizado. Por ejemplo, en esta etapa, se justifica que tanto para la prueba de centrifugación como para la prueba de filtración, la muestra de sedimento debe contener una masa mínima de sólidos igual a 6 g. En caso de que la determinación de la concentración de sólidos se realice por un método especializado y por consiguiente más exacto, esa masa podrá ser menor.

Lo anterior constituye una ventaja de las variables aportadas por este trabajo.

Para contar con una valoración, sobre la necesidad de realizar el referido control, durante la determinación de las nuevas variables explicativas, se estudió la influencia de la concentración de sólidos inicial ϕ_0 y la intensidad de agitación I_a , sobre estas variables. Para enriquecer el análisis, se incluyó el estudio de estos factores sobre la CPE. Los resultados forman parte del resumen general.

Resumen general

El estudio del estado del arte permitió llegar a la conclusión, de que el problema abordado no ha sido resuelto satisfactoriamente y el estudio de la posibilidad de predecir la CPE mediante la concentración de sólidos obtenida por otros métodos de separación mecánica de sistemas líquido-sólido, contribuye a la solución de un problema global.

El estudio teórico de las regularidades conocidas de la separación mecánica de sistemas líquido-sólido, permitió preseleccionar las variables que pueden correlacionar con la CPE y prever la influencia de los factores más importantes, sobre esta correlación.

La comprobación empírica en el nivel de laboratorio de las conclusiones teóricas, permitió obtener los siguientes resultados y recomendaciones.

1. La CPE correlaciona positivamente con la CTSE, la CTE y la CPC;
2. Si en calidad de variables explicativas se asumen la CTSE y la CPC, se cumplen las siguientes regularidades:
 - El coeficiente de correlación lineal, es una función decreciente de la presión de compresión del sedimento.
 - Cuando la presión de compresión del sedimento tiende a cero, el coeficiente de correlación lineal y la pendiente tienden a la unidad.
 - La influencia de las condiciones experimentales sobre el coeficiente de correlación, y la pendiente de la ecuación de regresión lineal, disminuye con la disminución de la presión de compresión del sedimento.
3. El módulo del intercepto de la ecuación de regresión con una variable independiente, de la CPE sobre la CTSE y la CPC, disminuye con la disminución de la presión de compresión P_c y converge en valores cercanos a cero. Lo anterior se encuentra en correspondencia con el resultado teórico que predice la tendencia a cero del intercepto, cuando la presión de compresión tiende a cero.
4. La correlación entre la CPE y la VS es positiva y significativa; pero la CTSE garantiza un coeficiente de correlación muestral, mayor que el garantizado por la VS. Esto se encuentra en correspondencia con las premisas teóricas que prevén la posibilidad de que la VS correlacione con la CPE y que el coeficiente de correlación entre estas dos variables sea relativamente bajo.
5. La intensidad de agitación influye negativamente sobre la CTSE, la CPE y la VS, sin embargo, sobre la CTE y la CPC, no influye o influye negativamente; pero en menor grado que sobre la CPE y la CTSE. La influencia observada de la intensidad de agitación, sobre la CPE y la VS, confirma los resultados experimentales de otros autores. En el caso de la CTE y la CPC, se recomienda continuar el estudio hasta dilucidar si la influencia de la intensidad de agitación sobre estas variables, a pesar de ser pequeña, exige el control de este factor, durante determinaciones con fines predictivos.
6. La concentración de sólidos inicial influye positivamente sobre CPE, la CTSE en el nivel inferior de presión, la CTE y la CPC. Sin embargo, la influencia de este factor sobre la CTSE en el nivel superior de presión, se considera técnicamente despreciable. Esto confirma la predicción teórica referente a que la influencia de la concentración de sólidos inicial en la suspensión, sobre la CPE es positiva, sin embargo, esta influencia sobre la CTSE, debe ser más complicada.
7. Del punto anterior se deduce, que si la determinación de la CTSE con fines predictivos, se realiza con una fuerza motriz igual a la del nivel superior utilizado en este trabajo (29,43 kPa), no será necesario nivelar la concentración de sólidos inicial en un valor constante, como en el caso de la VS. No obstante, es necesario continuar estudios, para conocer la influencia de la concentración de sólidos inicial sobre la CTSE, en otros niveles de fuerza motriz.

8. Las variables explicativas estudiadas, en caso de ser utilizadas en calidad de variables predictoras de la CPE, tienen como ventaja que para su determinación, la suspensión no tiene que ser diluida obligatoriamente como ocurre en el caso de utilizar la VS como variable predictora.

Ha quedado pendiente la confirmación de los siguientes aspectos:

1. La tendencia de la concentración de sólidos obtenida por otros métodos, a igualarse a la CPE, si los valores de esta última variable son suficientemente elevados.
2. La posibilidad de que la concentración de sólidos obtenida por filtración centrífuga y la obtenida por compresión mecánica, también correlacionen con la CPE.
3. La influencia de los factores de compresibilidad individuales y su desviación típica, sobre el coeficiente de correlación y los parámetros de la ecuación de regresión.
4. El límite del intercepto, cuando la presión de compresión P_c , tiende a cero, es igual a cero y la influencia de las condiciones experimentales sobre el intercepto, disminuye con la disminución de la presión de compresión.
5. El coeficiente de correlación entre la CPE y la CTE, es menor que entre la primera variable y la CTSE. Tener en cuenta que a pesar de que este resultado no se confirma estadísticamente, la tendencia observada coincide con lo previsto.

CONCLUSIONES

1. La novedad científica consiste en la predicción teórica y confirmación empírica de la relación estadística entre la concentración de sólidos obtenida por sedimentación gravitatoria y la obtenida por filtración sin escurrir, filtración con escurrir y sedimentación centrífuga; así como de las principales tendencias en el comportamiento de esta relación, en función de las condiciones experimentales. Esto se desglosa en los siguientes resultados:
 - a) La concentración de sólidos en el producto espesado correlaciona positivamente con la concentración de sólidos en la torta sin escurrir, la concentración de sólidos en la torta escurrida y la concentración de sólidos en el producto obtenido por sedimentación centrífuga.
 - b) Si en calidad de variables explicativas se asumen la concentración de sólidos en la torta sin escurrir y la concentración de sólidos en el producto obtenido por sedimentación centrífuga, se cumplen las siguientes regularidades:
 - El coeficiente de correlación lineal, es una función decreciente de la presión de compresión del sedimento.
 - Cuando la presión de compresión del sedimento tiende a cero, el coeficiente de correlación lineal y la pendiente tienden a la unidad.
2. La correlación muestral entre la concentración de sólidos en el producto espesado y la velocidad de sedimentación es positiva y significativa; pero la concentración de sólidos en la torta sin escurrir, garantiza un coeficiente de correlación, mayor que el garantizado por la velocidad de sedimentación.
3. Para realizar pruebas predictivas mediante las nuevas variables estudiadas, no es necesario diluir la suspensión como sí lo es en el caso de la variable predictora actual (la velocidad de sedimentación). Si la determinación de la concentración de sólidos en la torta sin escurrir con fines predictivos, se realiza con una fuerza motriz igual a la del nivel superior utilizado en este trabajo (29,43 kPa), tampoco será necesario nivelar la concentración de sólidos inicial en un valor constante.

RECOMENDACIONES

1. Realizar el estudio de confirmación empírica de las predicciones teóricas aún no confirmadas, que aparecen en el resumen general.

2. Completar el estudio para la selección de la variable predictora, las condiciones experimentales y el cálculo de los parámetros en la ecuación de regresión, para la predicción de la concentración de sólidos en el producto espesado en espesadores de descarga continua. Esta recomendación se encuentra enriquecida en el anexo.
3. Realizar los estudios necesarios para la aplicación de los resultados en la predicción de la concentración de sólidos en el producto espesado en el caso de materiales no lateríticos.

REFERENCIAS

- Almaguer, A. F. 1996. Composición de la pulpa limonítica de la Empresa "Pedro Soto Alba", Parte II, período de crisis de sedimentación. *Revista Minería y Geología*, 13(1): 27–31.
- Azola, R. J. 2000. *Sistemas de Ingeniería*. Ed. Felix Varela, La Habana, 482 pp.
- Balandin, C. M. 1988. *Filtrovanie grubodispersnij materialov*. Ed. Nedra, Moskva, 104 pp
- Barskii, L. A, Kozin, B. Z. 1978. *Sistemii Analiz v Obogoshenii Poleznij Iskopaemij*. Ed. Nedra, Moskva, 486 pp.
- Beyrís, M. P. y Falcón H. J. 1985. Estudio de la preparación de Mineral y su influencia en la velocidad de sedimentación. *Revista Minería y Geología*, (1): 81-87.
- Beyrís, M. P. 1997. Mejoramiento del proceso de sedimentación de la pulpa de mineral laterítico de la empresa Comandante "Pedro Soto Alba". Tesis para optar por el grado de Doctor en Ciencias Técnicas. ISMM (Moa). Facultad de Metalurgia.
- Berres, S., Bürger, R., Karlsen, K. H. y Tory, E.M. 2002. (activo septiembre 2002) Strongly degenerate parabolic-hyperbolic systems modeling polydisperse sedimentation with compression. Preprint, Sonderforschungsbereich 404, University of Stuttgart, submitted to SIAM J. Appl. Math. <http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/mathA/IST6/buerguer/buerguer.en.html>.
- Berres, S., Bürger, R., Karlsen, K. H. y Tory, E.M. 2002a. (activo septiembre 2002) Mathematical model and numerical simulation of the liquid fluidization of polydisperse solid particle mixtures, submitted to *Comput. Visual. Sci.* <http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/mathA/IST6/buerguer/buerguer.en.html>.
- Berres, S., Bürger, R. 2002. (activo septiembre 2002) On gravity and centrifugal settling of polydisperse suspensions forming compressible sediments, submitted to *Int. J. Solids Structures*. <http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/mathA/IST6/buerguer/buerguer.en.html>.
- Berres, S., Bürger, R., Karlsen, K. H. 2002b (activo septiembre 2002) Central schemes and systems of conservation laws with discontinuous coefficients modeling gravity separation of polydisperse suspensions, submitted to *J. Comp. Appl. Math.* <http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/mathA/IST6/buerguer/buerguer.en.html>.
- Blake, J. R. y Colombera P. M. 1977. Sedimentation: a comparison between theory and experiment. *Chemical Engineering Science*, vol. 32: 221-228.
- Blake J. R., Colombera P. M, Knight J. H. 1979. A one-dimensional model of sedimentation using darcys law. *Separation science and Technology*, 14(4): 291-304.
- Bluman, A. G. 1995. *Elementary Statistics. A Step by Step Approach*. Wm. C. Brown Publishers, USA, 713 pp.
- Brown, G. G. 1965. *Operaciones básicas de la ingeniería química*. Instituto Cubano del libro, La Habana, 269 pp.
- Bürger, R. 2000. Phenomenological foundation and mathematical theory of sedimentation-consolidation processes, *Chem. Eng. J.* 80: 177-188.
- Bürger, R. y Wendland, W. L. 1998. Entropy Boundary and Jump Conditions in the theory of sedimentation with compression, *Math. Meth. Appl. Sci.*, 21: 865-882.
- Bürger, R y Wendland, W. L. 1998a. Mathematical Model and Viscous Splitting Approximation for Sedimentation-Consolidation Processes. 4th International Conference on Numerical Methods and Applications: NMA'98. August 19-23, Sofia, Bulgaria

- Bürger, R. y Wendland, W. L. 2001 (activo julio 2002). Sedimentation and suspension flows: Historical perspective and some recent developments, *J. Eng. Math.* 41: 101-116. <http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/mathA/IST6/buerguer/buerguer.en.html>.
- Bürger, R.; Concha, F. y Tiller F. M. 2000. Application of the phenomenological theory to several published experimental cases of sedimentation, *Chem. Eng. J.* 80: 105-117.
- Bürger, R.; Concha, F.; Fjelde, K.-K. y Karlsen, K. H. 2000a. Numerical simulation of the settling of polydisperse suspensions of spheres, *Powder Technol.* 113: 30-54.
- Bürger, R.; Evje, S.; Karlsen, K. H. y Lie, K.-A. 2000b. Numerical methods for the simulation of the settling of flocculated suspensions, *Chem. Eng. J.* 80: 91-104.
- Bürger, R.; Wendland, W. L. y Concha, F. 2000c. Model equation for gravitational sedimentation-consolidation processes. *Z. Angew. Math. Mech.* 80: 79-92.
- Bürger, R., Wendland, W. L., Concha, F. 2000d. Model equation for gravitational sedimentation-consolidation processes, *ZAMM Z. Angew. Math. Mech.* 80(2): 79-92.
- Bürger, R. Evje, S, Karlsen, K.H. y Lie, K-A. 2000e (activo julio 2002). Numerical methods for the simulation of the settling of flocculated suspensions, *Chem. Eng. J.* 80: 91-104. <http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/mathA/IST6/buerguer/buerguer.en.html>.
- Bürger, R., Fjelde, K.-K., Höfler K. y Karlsen, K. H. 2001. Central difference solutions of the kinematic model of setting of polydisperse suspensions and three-dimensional particle-scale simulations, *J. Eng. Math.* 41: 167-187.
- Bürger, R., Concha F. y Karlsen, K. N. 2001a (activo julio 2002). Phenomenological model of filtration processes: 1 Cake formation and expression, *Chemical Engineering Science*, 56: 4537-4553. <http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/mathA/IST6/buerguer/buerguer.en.html>.
- Bürger, R., Frid, H. y Karlsen, K. H. 2002. (activo Julio 2002) On a free boundary problem for a strongly degenerate quasilinear parabolic equation with an application to a model of pressure filtration. Preprint 2002/01, Sonderforschungsbereich 404, University of Stuttgart, submitted to *SIAM J. Math. Anal.* <http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/mathA/IST6/buerguer/buerguer.en.html>.
- Calero, V. A. 2001. Estadística. 2.ed.. Ed. Felix Varela, La Habana, 353 pp.
- Carman, P. C. 1997. Fluid flow through granular beds, Jubilee supplement- *Trans IcheE*, Vol 75.
- Catasús, M. J. 1971. Prueba de sedimentación con floculante magnafloc líquido. Informe de Investigación, CIS, Moa.
- Cerpa, N. A. 1997. Propiedades del flujo de suspensiones lateríticas concentradas. Influencia de la mineralogía y de las características coloidales. Madrid, CSIC.
- Chase, G. G. 1992. Unified analysis of compressive packed-beds, filter cakes, and thickeners, *Separation science and technology.* 27(8-9): 1093-1114.
- Chhabra, R. P. y Prasad, D. 1991. A fluid-mechanic-based model for the sedimentation of flocculated suspensions, *Separation Science and technology.* 26(2): 223-241.
- Chuianov, G. G. 1987. Obezvoshivanie, pileulavlivanie i ojrana okrushaiushei credi. Ed. Nedra, Moskva, 200 pp.
- Concha, F. Bustos, M. C. y Barrientos, A. 1996. Phenomenological theory of sedimentation: Sedimentation of Small Particles in a Viscous Fluid, Ed. Etoy, Computational Mechaics Publications, Southampton, U.K, 51-96.
- Danílina, N. I., Dubrovskaya, N. S., Kvashá, O. P., Smirnov, G. L. 1990. Matemática de Cálculo. Ed. Mir, Moscú, 455 pp.
- Bushell, G. Bickert, G. y Franks, G. 2002. (activo abril 2002) The Role of Floc Structure in the Formation of Sediments and Filter Cakes. <http://www.ceic.unsw.edu.au/positions/postgraduate/graeme/background1.doc>

- Drumond Fátima Brant, María Cristina Catarino Werkema y Silvio Aguiar. 1996. Análise de variancia, Comparacao de varias situacoes. Ed. de la Universidad Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 299 pp.
- Falcón, H. J y otros. 1997. Sedimentación de la pulpa cruda en la empresa Moa-Níquel S.A, Revista Minería y Geología, 14 (1): 31-36.
- Falcón, H. J. 1983. Consideraciones sobre la sedimentación de la pulpa limonítica en la planta "Pedro Soto Alba". Revista Minería Geología, 2: 173-188.
- Freund, J. E. y Simon, G. A. 1992. Modern Elementary Statistics. 5a. ed.. Ed. Prentice Hall, New Jersey, 578 pp.
- Fridman, C. E. 1988. Obezvoshivanie productov obogashenia. Ed. Nedra Moskva, 239 pp
- Garrido, P.; Bürger, R, y Concha, F. 2000. Settling velocities of particulate systems: 11. Comparison of the phenomenological sedimentation-consolidation model with published experimental results. Int. J. Mineral Process. 60: 213-227.
- Gould, B. W.. 1974. A theory of gravity Sludge Thickening, Mech And Chem Eng Trans (Australia),---- 18.
- Grave De Peralta, M. 1970. Prueba de sedimentación de pulpa cruda con diferentes floculantes. Informe de Investigación, CIS (Moa).
- Grave De Peralta, M. 1971. Prueba de sedimentación con floculante líquido. Informe de Investigación, CIS (Moa).
- Grave De Peralta, M. 1971a. Prueba realizada con adición de floculante. Informe técnico, CIS (Moa).
- Guerra, J. D y Sevilla, P. E. 1987. Introducción al análisis estadístico de procesos. Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2t.
- Gujarati, D, N, Econometría, 2. ed. -----, 597 p.
- Hernández, F. A. 1997. Preparación por vía húmeda dela mena laterítica. Tesis para optar por el grado de Doctor en Ciencias Técnicas. ISMM (Moa). Facultad de Metalurgia.
- Holdich, R.G.; Butt, G. 1997. Experimental and numerical analysis of a sedimentation forming compressible compacts, Separation Science and Technology 32(13): 2149-2171.
- Kandukov, V. P. s a. Conclusiones y recomendaciones sobre la sedimentación de pulpa. Informe de investigación, ISMMM (Moa).
- Kasatkin, A. G. 1985. Operaciones básicas y aparatos en la tecnología química. Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2t.
- Lu. W. M., Tung, K. L., Pan, C. H., Hwang, K. J. 1998. The effect of particle sedimentation on gravity filtration, Separation Science and Technology, 33(12): 1723-1746.
- Malinovskaia, T. A. 1983. Rasdelenie suspensii v jimichescii promishlennosti. Ed. Jimia, Moskva, 264 pp.
- Martell, C. E. 1969. Informe sobre prueba de sedimentación con pulpa mineral crudo y con adición de floculante burtonita. Informe de Investigación, CIS (Moa).
- Mason, R. D., Lind, D. A. y Marchal, W. G. 1994. Staistics. An Introduction. 4. ed. Harcourt BraceCollege Publishers, Florida, 659 pp.
- McCabe, W. L., Smith, J. C. 1979. Unit Operations of Chemical Engeneering. Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 943 pp.
- Méndez, C. J. 1969. Décima prueba experimental sobre el efecto de pickets en la sedimentación de pulpa cruda. Informe de Investigación, CIS (Moa).
- Méndez, C. J. 1973. Prueba de sedimentación en planta piloto. Informe de investigación, CIS (Moa).
- Nebot, M. 1969a. Prueba de sedimentación con los floculantes sedomax G, HP y F y con Maganafloc R292. Informe de Investigación, CIS (Moa).
- Neter, J., Wasserman, W. y Kutner, M. H. 1990. Applied Linear Statistical Models-Regresion: Analisis of Variance and Experimental Deigns. 3.ed.. Richard D. Irwin. Inc, Boston -----.

- Novoa, O. R. 1975. Influencia del PH y otros factores de la sedimentación de pulpa de mineral, Revista CENIC, 7 (2) ---.
- Ostle, B. 1979, Estadística aplicada. Ed. Científico-Técnica, La Habana, 615 pp.
- Palencia, E. T. 1981. Influencia del tamaño de las partículas en la velocidad de sedimentación de pulpa cruda. Informe de Investigación, CIS (Moa).
- Pérez M. Font, R. y Pastor, C. 1998. A Mathematical model to simulate batch sedimentation with compression behavior, Computers Chem. Eng.,22(11): 1531-1541.
- Perry, Ch. K. 2000 Perry`s chemical engineer`s handbook. Ed. Revolucionaria, La Habana, 2t.
- Pupo, G. J., Gonzáles, R. E., Neninger, N. D., Gómez, M. R. 2001. Análisis de Regresión y Series Cronológicas. 2. ed. Ed. Felix Varela, La Habana, 392 pp.
- Reporte diario de la planta de "Espesadores". Empresa Cdte. Pedro Soto Alba.
- Rojas, P, Beyrís, M. P. 1994. Influencia de la composición mineralógica en la sedimentación del material limonítico del frente de explotación de la industria "Pedro Soto Alba", Revista Minería y Geología, 11(1): 13-17.
- Rubinstein Y, B, y Abramovich. L. V. 1987. Matematicheskie Metodi v Obogashenii Poleznix Iskopaemix. Ed, Nedra, Moskva, 296 pp,
- Rudenko, K. G. y Shemajanov, M. I. 1981. Obeznozhivanie i pileulavlivanie. Ed. Nedra, Moskva, 350 pp.
- Sánchez, A, R, y Torres, D. J. A. 1986. Estadística Elemental. Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 331 pp,
- Sherritt Gordon inc. 1974. Settling and thickening of Moa Bay, Cuba laterite slurry, Saskatchewan, Alberta, Canada.
- Shushikov, B. A. 1971. Filtrovanie, teoria i praktika razdelenia suspensii. Ed. Jimia, Moskva, 440 pp.
- Silva, J y Chaviano, L. 1980. Análisis de las posibles causas que originaron las crisis de sedimentación en los espesadores y lavaderos. Informe de Investigación, CIS (Moa).
- Smiles, D. E. 1975. Sedimentation and self-weight filtration in industrial slurries, Aus. Process Chem. Eng, 28: 13-16.
- Stamatakis K. and Chie, T. 1992. Batch sedimentation calculations – the effect of compressible sediment, Powder Technology, 72: 227-240.
- Tiller, F, M. 1975. What the filter man should Know About Theory, Filtration and Separation, July/August.
- Tiller, F. M. y Hsyung, N, B. 1993 Unifying the theory of thickening, filtration and centrifugation, Water Sci. Tech, 28(1): 1-9.
- Tiller, F. M., y Yeh, Ch. S. 1987. Compressibility of particulate structures in relation to thickening, filtration and expression – A review, Separation Science and Technology, 22(2 y 3): 1037-1063.
- Toorman, E. A. 1996. Sedimentation and self-weight consolidation: general unifying Theory, Journal: Geotechnique 46(01): 103-113 .
- Valadao, G. E. S., A. E. C. de Araujo, P. A. C. y da Silva, R. V. G. 1996. Estudo das características de sedimentacao e de filtragem de uma amostra de pellet feed de minerio de ferro, Simposio Brasileiro de Minerio de Ferro (Ouro Preto, MG), 207-225.
- Vian, A. y Ocon, J. 1983. Elementos de ingeniería química. Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 800 pp.
- Werkema, C. M. C. y Aguiar, S. 1996. Análise de Regressão: Como Entender o Relacionamento entre as Variaveis de um Processo, Ed. de la Universidad Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 285 pp.

REFERENCIAS DE AUTOR

Mariño P. A., Castillo L N., Guardiola, R. N. 1997. Mecanismo de filtración de suspensiones lateríticas y compresibilidad de la torta, Revista Minería y Geología (Moa) 14(3): 25-28.

Mariño, P. A. 1998. Correlación entre indicadores de separación de suspensiones lateríticas. Tesis en opción al título de Master en Metalurgia Extractiva. ISMMM (Moa).

Mariño, P. A., Falcón, H. J., Valadao, G. E. S. 2001. Predicción de los valores máximos de concentración de sólidos en el producto espesado, Revista Información tecnológica. 12(3): 181-188.

ANEXO

1. Con vista a la aplicación práctica del resultado, llevar a cabo las siguientes acciones:
 - Estudiar la influencia de la concentración de sólidos inicial ϕ_0 sobre la CTSE, en otros niveles de fuerza motriz.
 - Seleccionar el nivel de fuerza motriz recomendable para realizar las pruebas de filtración y centrifugación. Para ello tener en consideración los resultados del punto anterior, así como el efecto negativo de la presión de compresión sobre el coeficiente de correlación y el tiempo necesario para la prueba. Tener en cuenta además, que con la disminución del volumen de la muestra, disminuye el tiempo necesario para la prueba predictiva.
 - Estudiar la posibilidad de reducir el tiempo de centrifugación.
 - Encontrar las ecuaciones de regresión bivariada de la CPE obtenida en un espesador de operación continua, sobre la CTSE, la CTE y la CPC.
 - Dilucidar experimentalmente, si la influencia de la intensidad de agitación sobre la CTE y la CPC, a pesar de ser pequeña, exige el control de este factor durante determinaciones con fines predictivos.
 - Seleccionar la variable que complementa o sustituya a la VS en la predicción de la CPE, en el nivel industrial.

Para seleccionar la variable que puede ser utilizada en calidad de predictora de la CPE, es necesario tener en cuenta un compromiso entre sus ventajas y desventajas en cuanto a los siguientes acápites:

- Valor del coeficiente de correlación de la variable explicativa con la CPE.
- Tiempo necesario para llevar a cabo la predicción y grado de complejidad en la realización de la predicción.
- Error con que se determina la variable explicativa.
- Costos necesarios para realizar la predicción.

Sobre esto, se recomienda considerar los siguientes aspectos:

- En este trabajo se concluye que el coeficiente de correlación muestral, garantizado por la CTSE en el nivel de presión superior es mayor que el garantizado por la VS;
- A pesar de que no se demuestra estadísticamente la superioridad del coeficiente de correlación entre la CPE y la CTE respecto al coeficiente de correlación entre la CPE y la VS, tampoco se demuestra lo contrario.
- Para las pruebas de sedimentación es necesario diluir la suspensión y mantener un nivel de concentración de sólidos inicial ϕ_0 constante; sin embargo, en caso de utilizar como predictora cualquiera de las nuevas variables, no es necesario diluir la suspensión. En el caso particular de la CTSE, tampoco es necesario mantener un nivel constante de concentración de sólidos inicial.
- El tiempo de respuesta total de la metodología de predicción actual, basada en la VS como variable predictora, constituye aproximadamente 2,3 h (incluye el tiempo necesario para tarar la probeta, tomar la muestra, determinar su densidad, decidir cual es el volumen de suspensión que debe ser añadido, controlar la masa final, agitar y dejar en reposo). En el caso de la metodología a la que puede dar lugar la CTSE en el nivel superior de presión, sería necesario esencialmente tomar la muestra, filtrarla en aproximadamente (10-15) min y determinar la concentración de sólidos en la torta en aproximadamente 30 min. De modo que, si se cuenta con una reserva, el tiempo de respuesta no excederá 1 h.
- El error con que se determinan las variables explicativas se encuentra en la tabla 2.3.
- Es necesario calcular en cuanto se incrementa el costo de las pruebas predictivas al utilizar para ello las nuevas variables.