

REPÚBLICA DE CUBA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR
INSTITUTO SUPERIOR MINERO METALÚRGICO
"Dr. Antonio Núñez Jiménez"

FACULTAD DE GEOLOGÍA Y MINAS
DEPARTAMENTO DE GEOLOGÍA

TESIS EN OPCIÓN AL GRADO CIENTÍFICO DE
DOCTOR EN CIENCIAS GEOLÓGICAS

AUTOR: ING. ADRIAN MARTÍNEZ VARGAS
TUTORES: DR. ARÍSTIDES ALEJANDRO LEGRÁ LOBAINA
DR. LEÓN ORTELIO VERA SARDIÑAS

SUPERVISOR: DR. SERGE SEGURET

MOA, 2006

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado en el Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa, Cuba, y en el Centro de Investigación y Postgrado en Geoestadística de la Escuela de Minas de París, Francia, gracias al financiamiento de los programas ALBAN y CESMAT. Por la parte cubana, se contó con la tutoría de los doctores Aristides Alejandro Legrá Lobaina y León Ortelio Vera Sardiñas. El Dr. Serge Seguret, sirvió como supervisor por parte del Centro de Geoestadística. También se contó con el visto bueno de Gaëlle Le Loc'h, Jean-Paul Chilès y Didier Renard, de esta misma institución. El Ing. Jorge Urra, especialista de la dirección de geología y minas de la compañía minera Moa Nickel S.A., colaboró intensamente en varias etapas de la investigación.

A todas estas personas e instituciones les ofrezco mi más sincero agradecimiento.

El autor

SÍNTESIS

En la minería de las menas lateritas ferro-niquelíferas de un sector del Yacimiento Moa Oriental los contenidos de hierro se emplean para controlar la calidad de la masa minera, pero este elemento químico cambia su comportamiento cuando se pasa de un horizonte del perfil laterítico a otro, aumentando el error de los estimadores.

Para disminuir el error de estimación se crea un nuevo modelo matemático multivariado que explica la desigual naturaleza de los contenidos de hierro en cada litología, formado por una combinación lineal cuyos coeficientes se suponen conocidos a priori y representan las proporciones de las litologías en las unidades de selectividad minera. El estimador geoestadístico deducido a partir de este modelo brinda resultados superiores a los obtenidos con el método tradicional; además, permite desglosar los contenidos estimados de hierro por litología, lo que constituye una mejora importante en la calidad de la información que brindan los modelos utilizados para planificar la minería.

Este modelo presupone dos problemas adicionales, el primero está dado en que los datos que lo describen son puramente heterotópicos y los variogramas cruzados experimentales no están definidos en ese contexto, para modelarlos fue necesario crear un nuevo procedimiento de ajuste interactivo. El segundo problema consiste en obtener un método robusto para modelar las litologías en el perfil laterítico, esto se logra empleando la simulación en el contexto gaussiano truncado, usada por primera vez en los yacimientos de níquel y cobalto cubanos. Además, se expone de forma teórica nuevas mejoras en este método, agregando variables auxiliares obtenidas con georadar.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	XI
---------------------	-----------

<u>CAPÍTULO I ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE INVESTIGACIONES</u>	
<u>PRECEDENTES SOBRE LA MODELACIÓN Y OTROS TEMAS RELACIONADOS</u>	1

I.I	Introducción	1
I.II	Geología de los yacimientos de menas lateritas	2
I.II.I	Generalidades sobre la geología de los yacimientos de menas ferro-niquelíferas	2
I.II.II	Geología de la región	7
I.III	Geología del yacimiento Moa Oriental	12
I.IV	La modelación de los yacimientos de menas lateríticas cubanos y su relación con la prospección geológica, la minería y el proceso metalúrgico	20
I.V	Trabajos relacionados con la estimación de recursos y modelación matemática de yacimientos lateríticos cubanos	22
I.V.I	Empleo de métodos geofísicos en los yacimientos de menas lateríticas cubanos	24
I.VI	Comentarios sobre el estado actual de la geoestadística en la esfera mundial	26
I.VI.I	La geoestadística como ciencia	27
I.VI.II	Principales técnicas geoestadísticas y sus particularidades	28
I.VII	Conclusiones	41

<u>CAPÍTULO II PARTE TEÓRICA: PROCEDIMIENTOS Y MÉTODOS PARA LA MODELACIÓN</u>	43
--	-----------

II.I	Introducción	43
II.II	Modelación de yacimientos lateríticos	43
II.II.I	Modelo geólogo-genético	44
II.II.II	Modelo geométrico	45
II.II.III	Modelo de bloques	47
II.III	Estimación de variables	47
II.IV	Modelo general propuesto	48

II.V Estimación de los contenidos de los elementos químicos, según modelo propuesto	51
II.VI Procedimiento para determinar el modelo de variograma multivariado, en el caso de datos puramente heterotópicos	55
II.VI.I Propiedades de los modelos multivariados de covarianza admisibles y ajuste del sistema multivariado	56
II.VI.II Criterios orientativos para la selección de los parámetros de las estructuras cruzadas del modelo de variograma	58
II.VII Estimación de las proporciones de las litologías en el volumen v	59
II.VIII Otros modelos	61
II.IX Conclusiones	63

CAPÍTULO III MODELACIÓN DE LOS CONTENIDOS DE HIERRO EN UN SECTOR DEL YACIMIENTO MOA ORIENTAL **65**

III.I Introducción	65
III.II Análisis estadístico	67
III.II.I Calidad de los datos	68
III.II.II Estadística descriptiva general	69
III.II.III Análisis estadístico de las litologías	70
III.II.IV Análisis estadístico de los contenidos de hierro por litologías	72
III.III Modelo geométrico	74
III.IV Modelo matemático	77
III.IV.I Análisis estructural	79
III.IV.II Determinación de las proporciones de las litologías	89
III.IV.III Estimación de los contenidos de hierro	95
III.V Conclusiones	98

CONCLUSIONES GENERALES **100**

RECOMENDACIONES **102**

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS **104**

ANEXOS **111**

Anexo I: Topografía **111**

Anexo II: Relación entre los contenidos de los elementos químicos y las litologías	114
Regresión logística usando los datos de R66 y las litologías 2 y 3	114
Análisis discriminante usando R 66 y litologías 2 y 3	115
Análisis discriminante usando los datos de R33	116
Anexo III: Reconciliación de los datos	120
Igual precisión en los ensayos de los contenidos de los elementos químicos	120
Igualdad de criterios en la descripción de las muestras	121

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla I.II.1 Composición química promedio de las cortezas de intemperismo de rocas ultramáficas de Cuba Oriental según Lavaut, 1998	10
Tabla I.II.2 Composición mineralógica promedio de las cortezas de intemperismo de rocas ultramáficas de Cuba Oriental según Lavaut, 1998, expresadas en porcentajes	11
Tabla I.III.1 Densidad de las menas limoníticas, según Menéndez, et al., 1990	16
Tabla I.III.2 Composición mineralógica de las menas limoníticas, según Menéndez, et al., 1990	16
Tabla I.III.3 Comportamiento de la densidad en las menas saprolíticas, según Menéndez, et al. 1990	16
Tabla I.III.4 Composición mineralógica de las menas saprolíticas, según Menéndez, et al., 1990	16
Tabla I.III.5 Composición química de las rocas del basamento en %, tomado de Gonzáles, 1991	17
Tabla III.I.1 Códigos litológicos	67
Tabla III.II.1 Resumen de la longitud de los intervalos de muestreo por campaña de exploración	69
Tabla III.II.2 Estadística descriptiva de los contenidos de hierro	70
Tabla III.II.3 Proporciones de las litologías	71
Tabla III.II.4 Resumen estadístico de los contenidos de hierro por litología	73
Tabla III.III.1 Estructuras probadas para el ajuste de la covarianza generalizada	76
Tabla III.III.2 Prueba para selección de las estructuras de covarianza, con vecindad de 200 m	77
Tabla III.IV.1 Descripción general de los modelos de variogramas multivariados	83
Tabla III.IV.2 Resultado de la validación cruzada, en términos de error	84
Tabla III.IV.3 Varianza de los errores expresados en valores reales y porcentaje (considerando A0 -8 y A Regularizado)	84
Tabla III.IV.4 Media de los errores expresados en valores reales y porcentaje (considerando A0 -8 y A Regularizado)	85
Tabla III.IV.5 Modelo A4	86
Tabla III.IV.6 Modelo multivariado de los indicadores y los contenidos globales de hierro	90
Tabla III.IV.7 Resultados de la validación cruzada del krigage de los indicadores	90
Tabla III.IV.8 Resultados de la estimación de las proporciones verticales	93
Tabla III.IV.9 Comparación entre los resultados de la estimación empleando el modelo propuesto y el krigage univariado de los contenidos de hierro	96
Tabla A. 1: Estadística descriptiva univariada de la cota de la boca de los pozos, separada por campaña de exploración	112
Tabla A. 2: Resultados de la validación cruzada según diferentes combinaciones de datos	112
Tabla A. 3: Tabla de clasificación usando el modelo logístico binario con cutoff de 0.55	115

Tabla A. 4: Coeficientes de la función de clasificación	115
Tabla A. 5: Coeficientes discriminantes estandarizados	116
Tabla A. 6: Tabla de clasificación, entre paréntesis la probabilidad a priori empleada para clasificar	116
Tabla A. 7: Parámetros de las funciones discriminantes	116
Tabla A. 8: Coeficientes de la Función de Clasificación por litología	117
Tabla A. 9: Coeficientes discriminantes estandarizados	117
Tabla A. 10: Tabla de clasificaciones, entre paréntesis la probabilidad a priori	118
Tabla A. 11: Coordenadas de los centroides de cada grupo de litologías en el espacio R^4 , representado por las funciones discriminantes	118
Tabla A. 12: Estadística de los contenidos de hierro de las muestras localizadas entre las profundidades -4 m y -8 m	121

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura I.II.1 Perfil laterítico típico y contenidos promedio de elementos químicos, tomado de Elias, 2002	3
Figura I.II.2 Comparación esquemática de los perfiles lateríticos, modificado de Elias, 2002	5
Figura I.II.3 Esquema geológico de Cuba mostrando los afloramientos del cinturón plegado y del neotóctono (tomado de Iturralde-Vinent, 1996)	8
Figura I.II.4 Columna sintética ideal del complejo ofiolítico Moa-Baracoa según Proenza, 1997	9
Figura I.III.1 Mapa de bloques morfoestructurales de la región de Moa (tomado de Rodríguez, 1998)	12
Figura I.III.2 Esquema que muestra la variabilidad del fondo calculadas con ventanas móviles de 70 m y las litologías simuladas en el contexto gaussiano truncado	13
Figura I.III.3 Esquema geológico del basamento del yacimiento Moa oriental (arriba) y del sector estudiado (abajo), modificado de Cruz y Díaz, 2002	14
Figura I.III.4 Esquema geológico de la superficie del yacimiento Moa Oriental, tomado de Cruz y Díaz, 2002.	15
Figura I.IV.1 Extracción por bancos, empleando el método retro-camión. Modificado de Belete, et al., 2005	21
Figura I.V.1 Radargramas interpretados, arriba perfil filtrado, abajo el mismo perfil con filtro de ventana móvil y operador coeficiente de variación (cortesía de la empresa Geominera de Oriente)	26
Figura II.II.1 Esquema de modelo geométrico y de bloques de 8.33 x 8.33 x 3 m visto en perfil donde se muestran: topografía, fondo del depósito y fondo desplazado cinco metros hacia abajo	46
Figura II.V.1 Esquema de discretización regular del bloque v, con dimensiones 8.33 x 8.33 x 3 m	53
Figura II.VI.1 Ejemplo de variograma cruzado y su modelo. En líneas discontinuas se representa el límite de admisibilidad (modificado de Bleines, et al., 2004, p. 203)	58
Figura III.I.1 Esquema con ubicación geográfica del sector objeto de estudio.	66
Figura III.I.2 Plano de datos reales del área de estudio	67
Figura III.II.1 Histogramas de los contenidos de hierro en R 33	70
Figura III.II.2 Ejemplo de la posición típica de las litologías en el perfil y el comportamiento de los elementos mayoritarios	71
Figura III.II.3 Media y varianza de los contenidos de hierro por litología	73
Figura III.II.4 Histograma de los contenidos de hierro separados por litología, empleando R 33	74
Figura III.III.1 Variograma no estacionario, calculado con un espaciado (lag) de 33.33 m y cuatro direcciones	75

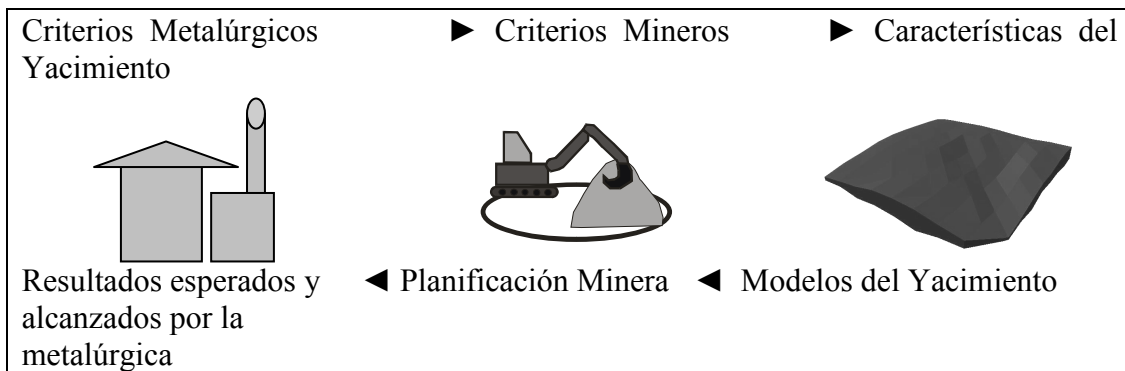
Figura III.III.2 MDT obtenido con krigeage IRF-k, empleando cotas de los pozos R33 y R66	77
Figura III.IV.1 Arquitectura del modelo de bloques; con líneas continuas gruesas se muestran los paneles cuadrados centrados en R33, con línea fina la vista en planta de los bloques de 8.33x8.33x3.00m	78
Figura III.IV.2 Variograma experimental horizontal de los contenidos de hierro, de los datos plegados (líneas discontinuas) y datos desplegados (líneas continuas)	80
Figura III.IV.3 Variogramas verticales, calculados a lo largo de la línea de los pozos	81
Figura III.IV.4 Localización de los datos, en círculos grises los datos jackknife, en negro los empleados para estimar	82
Figura III.IV.5 Varianza de los errores en porcentaje y su suma (considerando los modelos A0 -8 y A Regularizado)	85
Figura III.IV.6 Media de los errores en porcentaje y su suma (considerando los modelos A0 -8 y ARegularizado)	86
Figura III.IV.7 Variograma experimental puramente heterotópico y modelo A4, en la dirección horizontal	87
Figura III.IV.8 Variograma experimental puramente heterotópico y modelo A4, en la dirección vertical	88
Figura III.IV.9 Variograma univariado del hierro, a la izquierda el horizontal, a la derecha el vertical	88
Figura III.IV.10 Curvas de proporciones verticales global, suavizada y completada a la izquierda y original a la derecha	91
Figura III.IV.11 Plano de curvas de proporciones regionalizada, marcadas con x se representa la global, con el signo + las locales y con ° las duplicadas	92
Figura III.IV.12 Vista, empleando selección de muestras, de las proporciones verticales calculadas en la rejilla densa.	92
Figura III.IV.13 Variograma plurigaussiano horizontal, en línea discontinua el variograma indicador experimental medio calculado por niveles, en línea continua el modelo obtenido por combolución del variograma gaussiano	94
Figura III.IV.14 Variograma plurigaussiano vertical, en línea discontinua el variograma indicador experimental medio calculado por niveles, en línea continua el modelo obtenido por combolución del variograma gaussiano	94
Figura III.IV.15 Realización simulada no condicionalmente	94
Figura III.IV.16 Primera realización de la simulación gaussiana truncada, vista 3D seccionada	95
Figura III.IV.17 Proporciones de la litología L3 en los bloques v de 8.33 x 8.33 x 3 m, perfil YOZ a lo largo de la línea 10730 E	95
Figura III.IV.18 Media de las 30 realizaciones de los contenidos de $Fe(v)$, perfil YOZ a lo largo de la línea 10730 E	96
Figura III.IV.19 Valores de $Fe(v)$ estimado con krigeage univariado, perfil YOZ a lo largo de la línea 10730 E	97

Figura III.IV.20 Desviación estándar de 30 realizaciones de las diferencias de Fe(v) estimadas por cokrigeage y krigeage, perfil YOZ a lo largo de la línea 10730 E	97
Figura III.IV.21 Desviación estándar de 30 realizaciones Fe(v) estimados por cokrigeage, perfil YOZ a lo largo de la línea 10730 E	97
Figura III.IV.22 Probabilidad de $Fe(v) > 35\%$, perfil YOZ a lo largo de la línea 10730 E	97
Figura A. 1: Mapa del error medio absoluto estandarizado. Se obtuvo por interpolación (inverso al cuadrado de la distancia) a partir de los errores calculados puntualmente en la posición de los datos	113
Figura A. 2: Diagramas de dispersión 2D de los valores observados y sus centroides en función de las funciones discriminantes	119
Figura A. 3: Histograma de los contenidos de hierro de las muestras localizadas entre las profundidades -4 m y -8 m	121
Figura A. 4: Pozos adyacentes de diferentes campañas y la representación de los elementos mayoritarios	123
Figura A. 5: Media de los contenidos de hierro separados por litologías y por redes de exploración	123
Figura A. 6: Variogramas de los contenidos de hierro para la litología 3 en R33, en R 16 y variogramas para las litologías 3 y 4 en R16 y 66	124

Introducción

La industria del níquel y el cobalto es una de las fuentes de ingreso más importantes de Cuba; se nutre de las menas procedentes de varios yacimientos de cortezas lateríticas, minadas a cielo abierto. Desafortunadamente los mejores depósitos han sido prácticamente agotados, aún así, las empresas involucradas en esta industria pretenden aumentar los volúmenes de producción, por lo que se enfrentan al reto de “explotar con eficiencia yacimientos más complejos, menos potentes y más variables”.

La minería se planifica con el objetivo de extraer racionalmente menas con las cualidades que requieren las plantas metalúrgicas que las procesan; para el control de dichas cualidades los contenidos de hierro constituyen uno de los parámetros más empleados. La planificación se realiza a partir de modelos*, pues el yacimiento real no se conoce hasta que no es explotado. Por tal motivo, de la precisión y la calidad de la información resultante del proceso de modelación depende en gran medida la rentabilidad minera, tal y como se muestra en el esquema siguiente:



Estos yacimientos son heterogéneos, con menas oxidadas y silicatadas, que tienen una composición química y mineralógica contrastante y desigual distribución de los elementos portadores útiles y nocivos. Por otra parte, el desigual comportamiento de los elementos químicos mayoritarios (hierro, magnesio y sílice) en las distintas clases litológicas provoca que el error de sus estimadores aumente, como

* Modelar en este caso se refiere al proceso de obtener ecuaciones matemáticas que expliquen el comportamiento espacial de una variable y con ella estimar o simular los valores de la misma en un soporte v determinado, donde v puede ser un punto o unidades de selectividad minera.

consecuencia de la mezcla de poblaciones estadísticas y geoestadísticas.

En la actualidad existe la tendencia de disminuir el volumen de la unidad de selectividad minera. La primera empresa en el territorio que realizó cambios en este sentido fue “Moa Nickel S.A.”, en sus minas se sustituyó el antiguo método de extracción por área de influencia de los pozos de la red cuadrada de 33.33m por la explotación en bancos, con unidades de selectividad de sección cuadrada de 8.33 m de ancho y 3 m de altura. Dicho cambio presupone un uso más racional de los recursos, pero trae aparejado un aumento del error de estimación local; este fenómeno es perfectamente explicado por la teoría clásica de las geoestadísticas lineales, la cual plantea que el volumen donde se estima es inversamente proporcional a la varianza del error de estimación.

Estas consideraciones sugieren adoptar un modelo matemático que explique el comportamiento espacial de los contenidos de hierro en cada litología; dicho modelo debe permitir deducir técnicas más robustas de estimación y simulación en soporte de bloques pequeños, con errores inferiores y más estables que los obtenidos con los métodos de kriging ordinario, tradicionalmente empleados en este tipo de yacimiento. Por tal motivo se parte de un enfoque aleatorio del fenómeno y se emplean las geoestadísticas para dar solución al problema que se presenta a continuación.

Problema Científico de la investigación

Este trabajo se centra en: *la necesidad de modelar con mayor precisión, en soporte de bloque, los contenidos de hierro de yacimientos lateríticos heterogéneos de níquel y cobalto, compuestos por menas oxidadas y silicatadas.*

Objeto de estudio

Como objeto de estudio se seleccionó *un sector del yacimiento Moa Oriental* de un kilómetro cuadrado de área.

Hipótesis

Martínez y Pérez, 2005, comparan diferentes técnicas de interpolación y llegan a la

conclusión de que casi todos los métodos geoestadísticos, así como, el inverso al cuadrado de la distancia brindan resultados similares en el bloque O48 del yacimiento Punta Gorda, lo que se puede generalizar a los depósitos lateríticos de la región. También concluyen que la principal causa del aumento del error de la modelación es la mezcla de poblaciones estadísticas con propiedades diferentes. Partiendo de estas observaciones se formula la hipótesis siguiente:

Es posible aumentar la precisión con que se estima y simula el contenido de hierro, en las unidades de selectividad minera, si se parte de un modelo que explique la desigual variabilidad espacial que tiene esta variable en cada litología del perfil laterítico.

Objetivo de la investigación

El objetivo principal de esta investigación es:

La obtención de un modelo que permita estimar con mayor precisión los contenidos de hierro en las unidades de selectividad minera, considerando que éste tiene desigual variabilidad espacial en las distintas clases litológicas del perfil laterítico.

Teniendo en cuenta que la modelación de las litologías de las lateritas de la región es un problema sin resolver, como objetivo colateral se plantea:

Obtener un método robusto para la determinación de la composición litológica de las unidades de selectividad minera.

Novedad Científica

Las novedades científicas de este trabajo se pueden dividir en dos grupos, en el primero se recogen aquellas que constituyen un aporte a las geoestadísticas como ciencia o son aplicaciones de interés general:

- A. El método creado para obtener el modelo de los variogramas multivariados con datos puramente heterotópicos y su aplicación en el cokrigeage, este último se consideraba imposible bajo dicho contexto.
- B. El enfoque multivariado aplicado para resolver el problema de la mezcla de poblaciones estadísticas, que incluye dos elementos principales: la ecuación que describe el comportamiento del hierro en el perfil laterítico y la deducción del

estimador de cokrigeage a partir de ella. El estimador de cokrigeage puede considerarse un nuevo método de estimación, aunque se introducen artificios matemáticos con el objetivo de implementarlo a partir de métodos existentes.

- C. El empleo de variables auxiliares densamente muestreadas en la simulación de las gaussianas, como parte de la simulación de variables categóricas bajo el contexto gaussiano truncado. En este caso solo se muestran algunas consideraciones teóricas, deducidas a partir de la definición del método por parte de otros autores, como Armstrong, et al., 2003.
- D. La propuesta de tres aplicaciones de la información de georadar para modelar yacimientos lateríticos de níquel y cobalto:
 - La modelación del fondo empleando georadar como variable secundaria en el cokriging con colocación o como drift en el krigeage con drift externo.
 - La modelación de las litologías empleando la simulación en el contexto gaussiano truncado y el georadar como variable auxiliar.
 - La simulación de los bloques flotantes (*boulders*) empleando el georadar como proceso de intensidad de Poisson.

En el segundo grupo se encuentran las novedades de interés nacional, donde se destaca:

- A. La introducción de la simulación en el contexto gaussiano truncado para modelar las litologías de las lateritas ferro-niquelíferas de Cuba Oriental.
- B. El desglose que se realiza del contenido general del hierro en la unidad de selectividad minera, en los contenidos de hierro asociados a cada litología.
- C. El empleo de límites implícitos en las proporciones de las litologías, como parte del modelo geométrico de los yacimientos lateríticos.

Todos estos aspectos son discutidos en las siguientes páginas, repartidas en tres capítulos donde se muestran: las cuestiones generales de la investigación, los fundamentos teóricos de los métodos propuestos y la aplicación práctica al objeto de estudio.

Capítulo I Análisis de los resultados de investigaciones precedentes sobre la modelación y otros temas relacionados

I.1 Introducción

La modelación de una variable z en un yacimiento mineral no es más que su estimación o simulación en un soporte v y debe ser vista como un proceso formado por tres componentes: el modelo geólogo-genético, el modelo geométrico y el modelo matemático (Martínez y Pérez 2000, p.21); dichos componentes permiten emplear la información geológica disponible para organizarla en el espacio y caracterizarla a partir de funciones matemáticas de comportamiento espacial, las que a su vez posibilitan minimizar el error resultante de la modelación.

El soporte v representa las unidades de selectividad minera, generalmente arregladas en un modelo de bloques donde se almacenan los valores estimados o simulados para ser usados durante la planificación de la minería. La minería, por su parte, es un eslabón intermedio de una cadena de producción que comienza en el yacimiento y termina en la metalurgia (vea esquema de la página viii), esto implica que la modelación de variables, como los contenidos de hierro en yacimientos lateríticos con características heterogéneas, esté relacionada a temas tan diversos como:

- Geología de los yacimientos de menas lateritas
- La modelación de los yacimientos de menas lateríticas cubanos y su relación con la prospección geológica, la minería y el proceso metalúrgico
- Trabajos relacionados con la estimación de recursos y modelación matemática de yacimientos lateríticos cubanos
- Comentarios sobre el estado actual de la geoestadística en la esfera mundial

Dichos temas fueron tenidos en cuenta en la investigación, por lo que se discuten a continuación.

I.II Geología de los yacimientos de menas lateritas

Las características geológicas de las lateritas determinan en gran medida las particularidades de los métodos de modelación propuestos en esta investigación; de especial interés resulta la clasificación de estos yacimientos en grupos con ciertas similitudes, los cuales requieren un tratamiento diferenciado a la hora de modelar.

I.II.1 Generalidades sobre la geología de los yacimientos de menas ferro-niquelíferas

Trescases (según Butt y Zeegers, 1992) describe el proceso de lateritización como la meteorización química que tiene lugar en clima húmedo, durante largos periodos de tiempo y condiciones tectónicas relativamente estables, que permiten la formación de un regolito potente, con características distintivas.

Elias, 2002, al igual que la mayoría de los autores, plantea que las lateritas ricas en níquel y cobalto son el producto de la meteorización intensa de rocas ultramáficas en la superficie terrestre, bajo condiciones climáticas húmedas. El resultado es el perfil laterítico formado por capas o estratos de material meteorizado sobreyaciendo la roca madre. En el perfil, las capas inferiores muestran los estadios más tempranos de su formación.

Los principales horizontes se muestran en la Figura I.II.1. La estructura general es gobernada por la movilidad diferenciada de los elementos en la zona de meteorización. La estructura específica de cada perfil es el resultado de la interacción dinámica entre condiciones climáticas y geológicas, tales como: drenaje, topografía, tectónica, estructura y litología de la roca madre.

Los factores que controlan la formación de las lateritas también son mencionados y explicados por Smirnov., 1982, este autor también describe aspectos de particular importancia en su formación como son la influencia del Eh y pH en la diferenciación vertical de estas cortezas (Smirnov, 1982, p. 395)

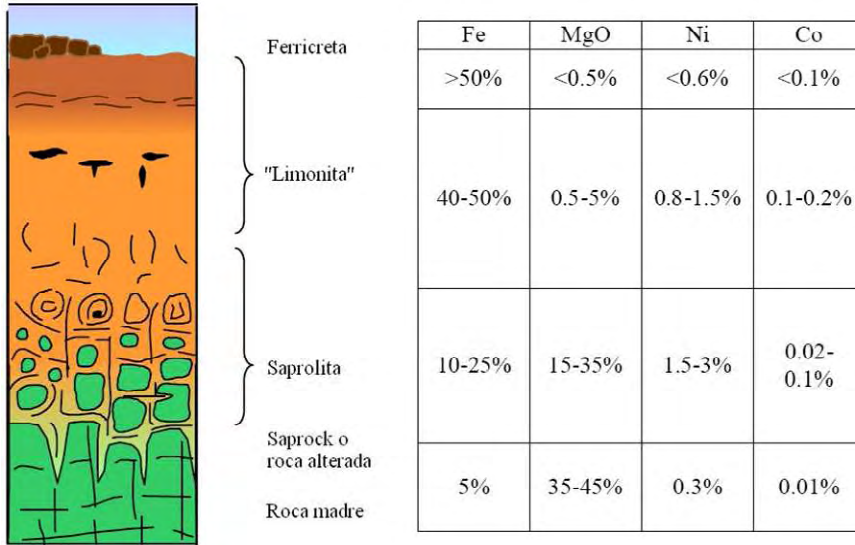


Figura I.II.1 Perfil laterítico típico y contenidos promedio de elementos químicos, tomado de Elias, 2002

Elias, 2002 muestra una clasificación general de las lateritas, en la que se destacan tres grupos principales:

1. Lateritas oxidadas (compuestas fundamentalmente por óxidos e hidróxidos de hierro en la parte superior del perfil sobreyaciendo las rocas frescas y alteradas)
2. Lateritas arcillosas (compuestas fundamentalmente por arcillas esmectíticas en la parte superior del perfil)
3. Lateritas silicatadas (compuesta fundamentalmente por silicatos de Mg-Ni en la parte más profunda del perfil, sobreyacidas por lateritas oxidadas)

Las menas en el sector objeto de estudio son principalmente oxidadas (según la clasificación de Elias, 2002); los minerales primarios (olivino, serpentina y piroxenos) se eliminan fundamentalmente por hidrólisis, liberando sus componentes como iones en disolución acuosa. El magnesio se lixivía casi completamente y en menor medida la sílice, el hierro bivalente es removido pero se oxida y precipita rápidamente como hidróxido férrico, que cristaliza progresivamente a goethita. La alteración es isovolumétrica al inicio, por ello se preserva la textura, pero al final esta se destruye por compactación y colapso, quedando una masa masiva de goethita.

La transformación mineralógica explica las tendencias globales de algunos elementos

como el magnesio, el hierro y la sílice. El comportamiento del Ni y el Co se diferencia de los elementos mayoritarios antes mencionados, a medida que los minerales primarios se alteran, estos elementos liberados en forma de iones tienden a asociarse por afinidad geoquímica con los nuevos óxidos e hidróxidos de hierro. Éstos se incorporan a la estructura cristalina de la goethita a través una combinación de adsorción y reemplazo de Fe^{3+} (Gerth, 1990). El níquel y el cobalto también se concentran en los óxidos de Mn (asbolanas) donde precipitan por reacción redox.

En el pedolito (limonita) la goethita se transforma progresivamente en hematita, esta transformación implica una pérdida de níquel, debido a que no se acomoda fácilmente en la estructura cristalina de este mineral. Esta transformación también implica un cambio de coloración de pardo amarillo a rojo ladrillo, así como, la formación de concreciones y corazas hematíticas.

Los yacimientos de la región de Moa, en su conjunto, constituyen un ejemplo típico de este tipo de perfil (Linchenat y Shirokova, 1964), pero no se descarta la posible existencia local de otros tipos de lateritas.

Las lateritas arcillosas se forman en condiciones menos severas de meteorización (por ejemplo en climas más fríos o secos) y la sílice no se elimina como en el caso de los climas húmedos tropicales, ésta se combina con el hierro y una pequeña cantidad de sílice formando esmectitas nontroníticas en lugar de óxidos de hierro. La nontronita juega el mismo papel que lo óxidos, fijando los iones de Ni en su estructura cristalina. La sílice excedente se redeposita formando material opalino y calcedonia. Este tipo de perfil también se forma donde el movimiento de las aguas subterráneas está restringido (Golightly, 1981).

Este fenómeno se observa en el yacimiento San Felipe (Martínez y Pérez, 2000, p. 56) donde existe una combinación de perfil oxidado hacia la parte sur y arcillosos hacia la parte norte; sin embargo otros autores (Elias, 2002 y Gleeson, Butt, Elias, 2003) clasifican este yacimiento como arcilloso. Los trabajos de Rodríguez, et al., 2001 muestran que la composición mineralógica de este yacimiento es propia de ambos tipos de perfiles.

Las lateritas silicatadas se forman donde existe un ascenso tectónico lento y continuo y el nivel freático se mantiene bajo en el perfil. La meteorización durante un largo periodo de tiempo forma potentes horizontes saprolíticos, que deben estar sobreyacidos por horizontes limoníticos poco potentes, en dependencia del grado de erosión en la superficie del depósito (Golightly, 1981). El níquel proveniente de la recrystalización de la goethita se concentra fundamentalmente en la parte saprolítica, en los minerales primarios alterados (serpentina secundaria) y los formados bajo las nuevas condiciones (goethita, esmectitas y garnierita) alcanzando valores de concentración entre 2 y 3 %. La Figura I.II.2 muestra una comparación esquemática de los tres tipos de perfiles.

Una clasificación más completa de las lateritas es mostrada por Golightly, 1979, p.15, quien tiene en cuenta el clima, la roca madre y el drenaje, aspectos que considera de mayor importancia en la formación del perfil.

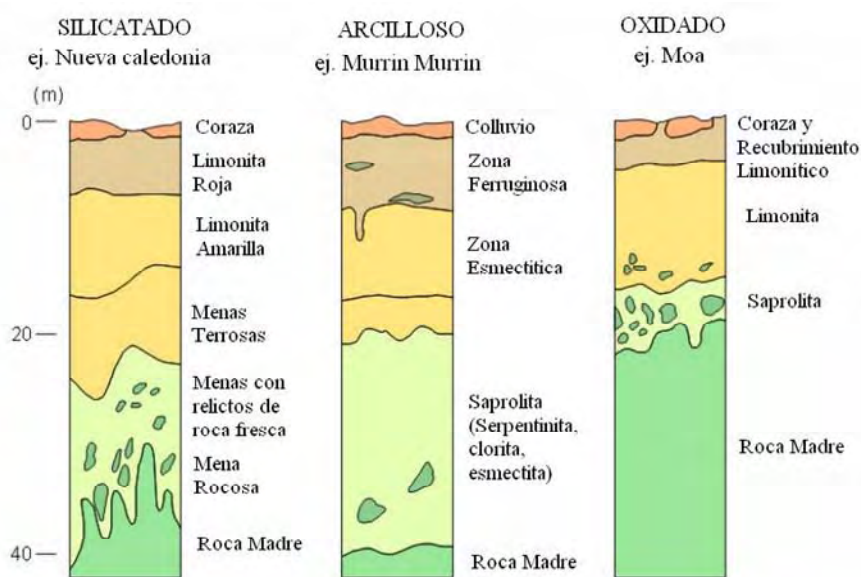


Figura I.II.2 Comparación esquemática de los perfiles lateríticos, modificado de Elias, 2002

Clasificación de Golightly, 1979, p. 15:

1. Perfiles ecuatoriales húmedos.

- a. Rocas altamente serpentinizadas en áreas bien drenadas.

El perfil está formado por una zona de limonita y otra de saprolita, la

garnierita solo es importante localmente y la estructura con predominio de bloques flotantes (*boulder*) está ausente.

b. Rocas no serpentinizadas en áreas bien drenadas.

El perfil tiene una zona de limonita con desarrollo de estructuras silíceas entrelazadas en su base. La saprolita está formada por relictos peridotíticos cubiertos de una capa de nontronita amorfa, relativamente enriquecida en Ni; el mayor enriquecimiento en Ni se alcanza en las garnieritas de las grietas.

c. Rocas medianamente serpentinizadas en áreas bien drenadas.

El enriquecimiento en la parte de saprolitas está fundamentalmente asociado a la serpentina. Los relictos son menores y el paso de saprolita a roca fresca es más gradual.

d. Áreas mal drenadas.

El enriquecimiento del Ni en la saprolitas es mínimo, pero puede ser importante en las limonitas junto al manganeso; si el nivel del agua es alto en la saprolita, se forman estructuras silíceas entrelazadas y nontronitas, estas son las zonas de mayor importancia económica.

2. Perfiles en zonas de alternación de periodos secos y húmedos.

En estas condiciones se tiende a formar nontronitas y estructuras silíceas entrelazadas, además, solo se forman perfiles lateríticos importantes en rocas fuertemente serpentinizadas.

a. Zonas con buen drenaje.

La zona de limonita es altamente reemplazada por ferricretas; existe una zona bien definida de nontronitas y pocos residuos de roca estéril (similares a las formadas en climas húmedos)

b. Zonas con mal drenaje.

Similar al anterior pero el enriquecimiento en Ni en las saprolitas es menor y las estructuras silíceas entrelazadas y la jaspilita masiva se desarrollan en lugar de la saprolita debajo de la zona de estructuras silíceas entrelazadas.

3. Perfiles silicificados.

Se desarrolla localmente, independientemente del clima.

4. Silicificación areal.

Ocurre extensamente en terrenos llanos, mesetas, etc. generalmente en el nivel del agua. Es un fenómeno que ocurre más frecuentemente en zonas de periodos

húmedos y secos, pero puede ocurrir en zonas tropicales.

5. Silicificación en zonas de fallas.

Ocurre en zonas altamente agrietadas debido al rápido acceso de las aguas relativamente ácidas de la superficie a los niveles más profundos.

A esta clasificación es necesario agregar las cortezas desarrolladas sobre rocas madres más complejas y aquellas que han sido modificadas por distintos fenómenos geológicos, como la redeposición, procesos epitermales, entre otros.

I.II.II Geología de la región

Cuba, estructuralmente, forma parte de la plataforma norteamericana, pero en su constitución geológica están presentes varias paleounidades tectónicas representativas de tres etapas del desarrollo del Caribe: el arco de islas volcánicas del Mesozoico, el del Terciario y restos del Protocaribe. Actualmente se encuentra separada de la placa Caribeña por el sistema de fallas transformantes Oriente.

Según Iturralde-Vinent, 1996 la geología de Cuba se caracteriza por la existencia de dos elementos estructurales fundamentales: el cinturón plegado y el neoa autóctono; el cinturón plegado está formado por terrenos oceánicos y continentales deformados y metamorfisados de edad Pre Eoceno Medio; las unidades continentales contienen las rocas de la plataforma Mesozoica de las Bahamas, cubiertos por las cuencas de antepaís de edad Paleoceno- Eoceno Superior y los terrenos subcontinentales.

Las unidades oceánicas están compuestas por materiales pertenecientes al cinturón ofiolítico septentrional y los arcos de islas volcánicas del Cretácico y el Paleógeno. El neoa autóctono está constituido por materiales terrígenos-carbonatados poco deformados del Eoceno Superior tardío al Cuaternario, que cubren discordantemente el cinturón plegado (Figura I.II.3).

Cuba Oriental, desde el punto de vista geológico, es la región al este de la falla Cauto. En esta porción de la isla las ofiolitas están asociadas a la Faja Mayarí Baracoa y han sido interpretadas como un sistema de cuencas de back arc ubicado

paleogeográficamente entre el margen Cretácico de la plataforma de Bahamas y el arco volcánico de las antillas, los afloramientos están separados en tres complejos: Mayari Cristal, Moa Baracoa, Sierra del Convento (Iturralde-Vinent, 1996)

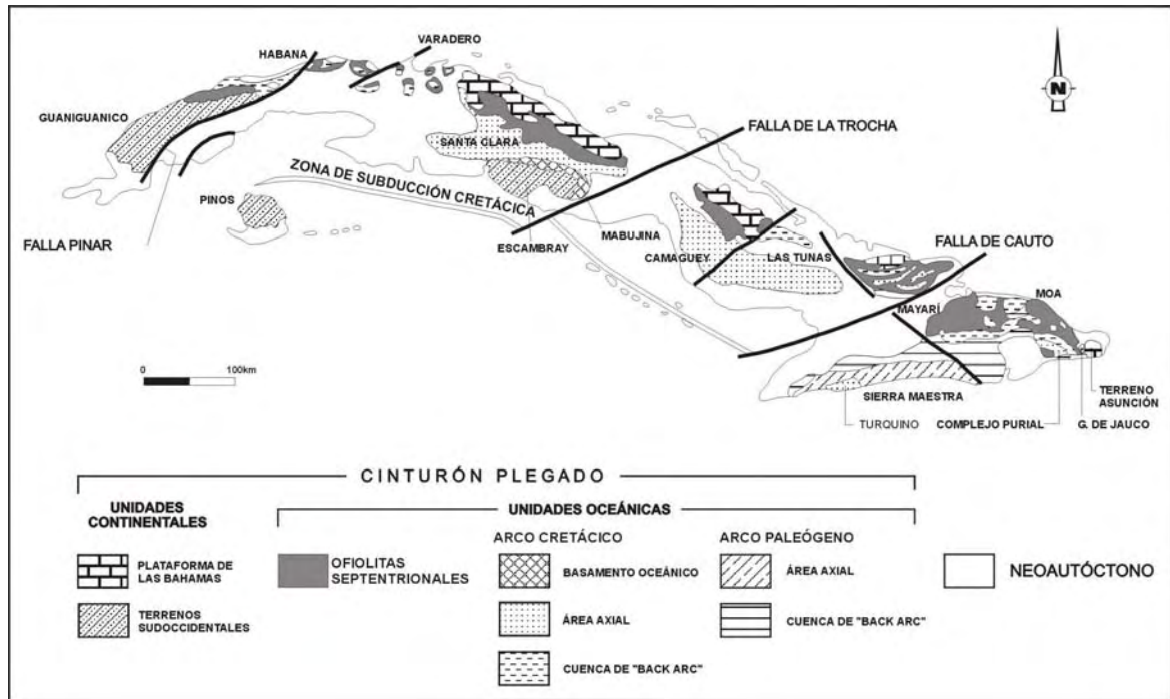


Figura I.II.3 Esquema geológico de Cuba mostrando los afloramientos del cinturón plegado y del neoaútóctono (tomado de Iturralde-Vinent, 1996)

El complejo ofiolítico Moa Baracoa ocupa un área de 1500 km², muestra un corte completo del complejo ofiolítico formado de piso a techo por peridotitas con texturas de tectonitas, cúmulos ultramáficos, cumulos máficos, diques de diabasas y secuencias efusivo-sedimentarias. En este complejo se destaca un gran desarrollo de los complejos ultramáficos, de gabros y vulcanógeno-sedimentarios. El complejo ultramáfico se caracteriza petrológicamente por un predominio de las harzburgitas y en menor medida por dunitas, se han descrito además plagioclasitas, wehrlitas, lherzolitas y piroxenitas, se consideran como restos litosféricos del manto. El complejo de gabros cumulos están mayoritariamente en contacto tectónico con las ultramafitas, el de diques de diabasas esta muy mal representado y aparecen en forma de bloques tectónicos incluidos en los niveles de gabros, el vulcanógeno sedimentario contacta tectónicamente con los demás y está representado por la formación Quiviján; también existen numerosos cuerpos de cromitas, sill de gabros y diques de gabros y de pegmatoides gabroicos localizados en la parte alta de la

secuencia mantélica en la zona de transición con los cúmulos (Proenza, 1997) (Figura I.II.4).

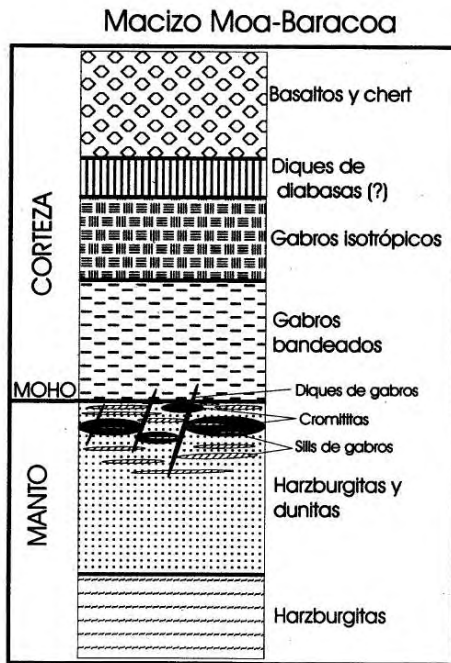


Figura I.II.4 Columna sintética ideal del complejo ofiolítico Moa-Baracoa según Proenza, 1997

Sobre todas las rocas del complejo Moa –Baracoa se desarrollan lateritas, pero solo son ricas en níquel y cobalto aquellas formadas a partir del basamento mantélico; de especial interés, para la modelación son los yacimientos formados sobre la zona de transición del manto (MTZ) donde abundan intercalaciones de rocas básicas meteorizadas, generalmente difíciles de detectar y modelar, que tienen bajos contenidos en níquel y cobalto y elevada concentración de elementos nocivos, como la alúmina y la sílice.

Lavaut, 1998, clasifica los perfiles de cortezas ferro-niquelíferas en tres grandes familias y luego las subdivide en ocho dominios, en este trabajo se prefiere no emplear esta clasificación, considerando que las mostradas por Elias, 2002 y Golightly, 1979, p.15, son más completas, se ajustan a las necesidades de la modelación y además, muestran de manera satisfactoria las particularidades y diferencias de los yacimientos lateríticos cubanos.

Los horizontes de los yacimientos lateríticos de la región, desarrollados sobre rocas ultrabásicas, son clasificados en seis categorías (Ariosa, 2002, p. 88), las que se muestran a continuación, junto a sus equivalentes aceptados internacionalmente:

- OICP: *Zona de ocrec inestructurales con concreciones ferruginosas (Ferricrete and limonitic overburden)*
- OI: *Zona de ocrec inestructurales sin concreciones ferruginosas (laterite rouge, limonite)*
- OEF: *Zona de ocrec estructurales finales (ferruginous saprolite, saprolite fine, laterite jaune)*
- OEI: *Zona de ocrec estructurales iniciales (saprolite, earthy saprolite)*
- RML: *Zona de rocas madres lixiviadas (rocky saprolite, bouldery saprolite)*
- RMA: *Zona de rocas madres agrietadas, poco meteorizadas (parent rock, bedrock)*

Lavaut, 1998, muestra varios parámetros comunes de estos horizontes (Tabla I.II.1 y Tabla I.II.2), donde el término RM se refiere a la roca madre fresca.

Tabla I.II.1 Composición química promedio de las cortezas de intemperismo de rocas ultrabásicas de Cuba Oriental según Lavaut, 1998

Horizonte	Densidad (g/cm ³)	Potencia (m)	Fe ₂ O ₃	FeO	NiO	CoO	SiO ₂	MgO	Al ₂ O ₃	Cr ₂ O ₃	Mn
OICP	1.516	2.1	59.24	0.33	0.6	0.051	6.98	1.09	14.47	2.64	0.81
OI	1.27	1.99	64.35	0.31	1.06	0.114	5.85	1.37	9.75	2.65	0.99
OEF	1.04	5.04	60.98	0.33	1.34	0.199	8.61	3.45	7.7	2.61	1.87
OEI	0.96	2.54	32.43	0.81	1.59	0.062	28.1	15.75	5.67	1.69	0.69
RML	1.36	2.19	16.2	1.08	1.43	0.032	36.88	27.16	2.57	0.8	0.31
RMA	2.26	7.4	7.52	2.12	0.46	0.024	37.9	36.13	0.95	0.39	0.16
RM	2.525	-	5.79	3.01	0.29	0.013	38.2	39.92	0.78	0.47	-

También se emplean los términos LB (laterita de balance) y SB (serpentinita de balance), para describir las lateritas y saprolitas ubicadas en los horizontes que sobrepasan el cutoff de níquel, de lo contrario se les asigna la categoría LF (laterita de fuera de balance) y SF (serpentinita de fuera de balance).

La gibbsita se encuentra en paragénesis con los óxidos de Fe, principalmente con la goethita y maghemita, lo que implica la entrada de Al en estos minerales para que puedan captar Ni y Co (Purón, et al., 2005). El principal portador de cobalto en el

horizonte limonítico es la asbolana - m (Co, Ni)O.MnO₂ . nH₂O, además de otros minerales de manganeso como la pirolusita y el psilomelano (Muñoz, et al., 2005)

Ariosa, 2002 muestra el modelo descriptivo de los yacimientos laterítico-saprolíticos (conocido en la industria cubana del níquel como perfil laterítico completo) y lateríticos (perfiles incompletos), así como los modelos de lateritas sedimentarias litorales, la cual se refiere a las formadas por redeposición en ambiente costero lacustre; estas últimas están presentes en algunos sectores del yacimiento Punta Gorda y al norte del área de estudio. Los yacimientos de perfil incompleto presentes en Cuba, con su caso más representativo en Pinares de Mayarí, no son más que un caso particular de cortezas de tipo oxidada (Elias, 2002).

Tabla I.II.2 Composición mineralógica promedio de las cortezas de intemperismo de rocas ultramáficas de Cuba Oriental según Lavaut, 1998, expresadas en porcentajes

Zonas litológicas	Goetita	Gibbsita	ARC	Serpentina	MtMg	Cuarzo	Cromita
OICP	64.1	19.68	8.62 Ferro halloysita	2.37	1.24	1.97	3.0
OI	69.7	12.96	8.26 Ferro halloysita	2.12	1.27	1.69	3.16
OEF	65.0	7.67	11.51 halloysita	5.82	1.21	1.11	3.02
OEI	33.3	5.03	22.18 Ferrisaponita	28.8	2.56	4.09	2.04
RML	14.6	0	17.9 Montmorillonita	58.2	2.38	3.79	1.46
RMA	5.9	0	9.28 Nontronita	73.8	3.16	5	1.04
RMF	Oliv.=37.0	Ortpx= 20.0	Clpx=1.3	Serpent=41.7			

Las características de los yacimientos lateríticos varían horizontalmente en función de los parámetros que controlan el proceso de meteorización, o simplemente, a causa de fenómenos geológicos que los modifican (por ejemplo la erosión y redeposición). Vera-Sardiñas, 2001 expone procedimientos para la delimitación de zonas homogéneas las que denomina dominios geológicos, con el objetivo de emplear técnicas geoestadísticas para la optimización de redes de exploración. El procedimiento garantiza un cierto grado de homogeneidad, necesaria también para la estimación de recursos y la modelación de variables.

I.III Geología del yacimiento Moa Oriental

El yacimiento Moa Oriental, al que pertenece el área objeto de estudio de esta investigación, es del tipo laterítico-saprolítico o de perfil completo, según la clasificación cubana; oxidado según la clasificación mostrada por Elias, 2002 y ecuatorial húmedo, sobre rocas ultramáficas altamente serpentinizadas en áreas bien drenadas según la clasificación de Golightly, 1979, p. 15. Se encuentra ubicado dentro del bloque morfotectónico El Toldo (Rodrigues, 1998). Dicho bloque es uno de los más extensos de la región, posee valores máximos de ascenso relativo (Figura I.III.1) y está formado por rocas ultramáficas y máficas de la secuencia ofiolítica. Su relieve es de montañas bajas con cimas aplanadas, ligeramente diseccionadas; en el área del yacimiento que presenta vaguadas con ondulaciones moderadas y mesetas de relieve favorable para las operaciones mineras.

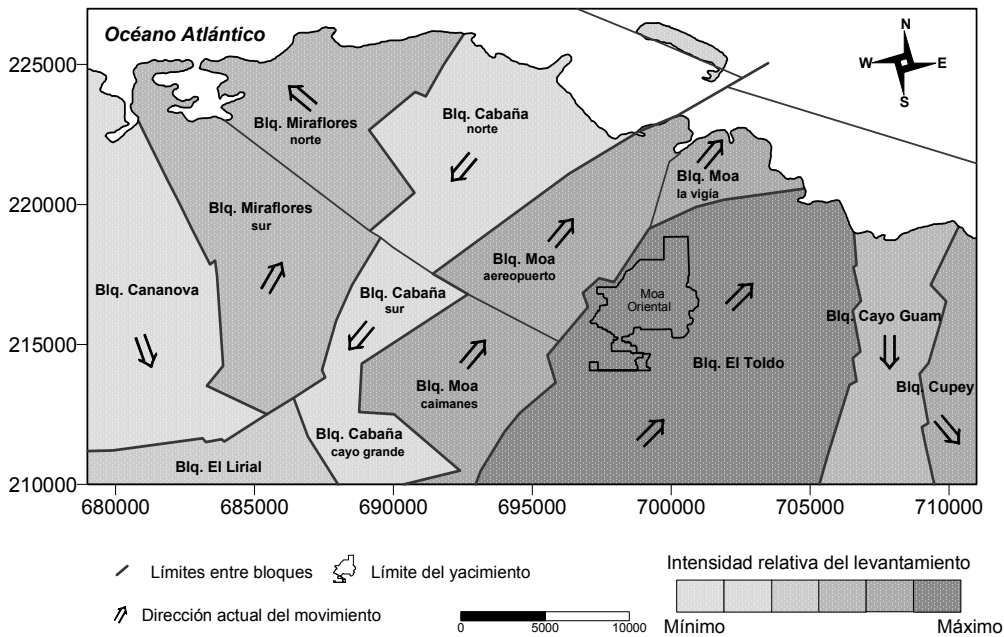


Figura I.III.1 Mapa de bloques morfotectónicos de la región de Moa (tomado de Rodríguez, 1998)

Desde el punto de vista geomorfológico resulta de interés el análisis de la variabilidad del fondo, cuyos valores máximos frecuentemente están asociados a cambios en las propiedades petrológicas y tectónicas de la roca madre; con el aumento dicho parámetro se incrementa el error de geometrización de los recursos y la complejidad de las operaciones minera de extracción.

La variabilidad del fondo, también conocida como rugosidad del fondo, se puede calcular como el operador coeficiente de variación en ventanas móviles. En la Figura I.III.2 se muestran los resultados obtenidos para el sector caso de estudio, empleando ventanas cuadradas de 70m y una rejilla de la topografía del fondo espaciada a dos metros, estimada en términos de profundidades; en este caso, el aumento de la variabilidad está en correspondencia con la complejidad del límite roca madre – corteza laterítica, obtenido en los modelos de litologías simuladas en el contexto gaussiano truncado (Capítulos II y III).

La complejidad de los contactos entre los principales horizontes del perfil laterítico es característico de este tipo de yacimientos, por ello es casi imposible establecerlos con precisión, a partir de superficies, ya sea por su forma complicada, o por su carácter transicional; la obtención de dichos límites también se afecta por la existencia de bloques flotantes de xenolitos de la roca madre.

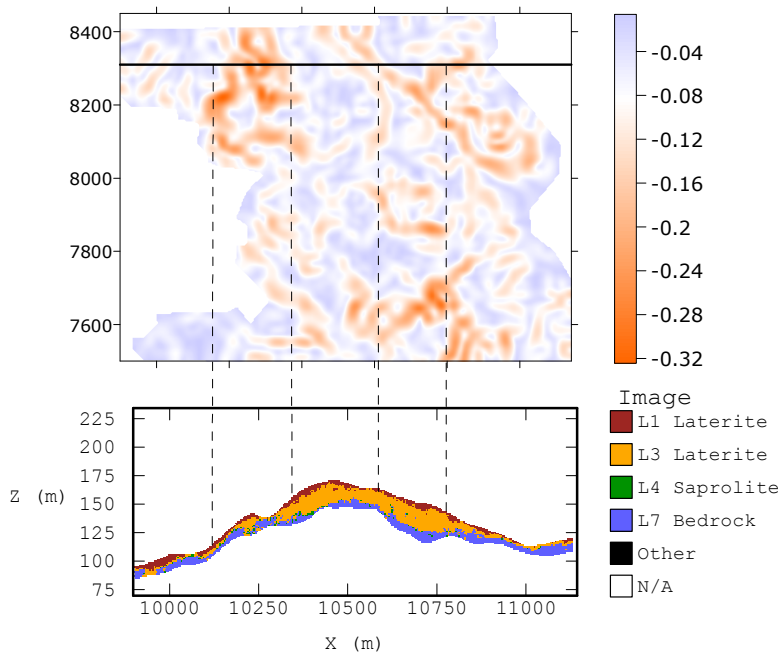


Figura I.III.2 Esquema que muestra la variabilidad del fondo calculadas con ventanas móviles de 70 m y las litologías simuladas en el contexto gaussiano truncado

Sobre el área estudiada pasa una falla probada y varias supuestas (Cruz y Díaz, 2002), con direcciones predominantes noreste– suroeste y noroeste– sureste, dichas estructuras son anteriores a la formación de la corteza de meteorización, no se tiene referencia de movimientos tectónicos posteriores (Figura I.III.3).

Cruz y Díaz, 2002 muestran que una parte de un cuerpo de gabroides, situado al oeste del yacimiento, se encuentra dentro del área de estudio, sin embargo no ha sido reflejado en las muestras que cortan el basamento (Figura I.III.3); con el inicio de la explotación minera se corroboró una composición eminentemente harzburgítica de dicho horizonte, también se detectó la existencia de un intenso desarrollo de bloques flotantes hacia la parte noreste, aún se desconoce la explicación geológica de dicho fenómeno. Al este, no muy lejos de los límites del área de estudio, aflora un cuerpo de dunitas, a las que se asocia un pequeño lente de cromitas (Figura I.III.3). La variedad de fenómenos existentes sugiere una complejidad del basamento y la corteza laterítica mayor a la reflejada en las perforaciones.

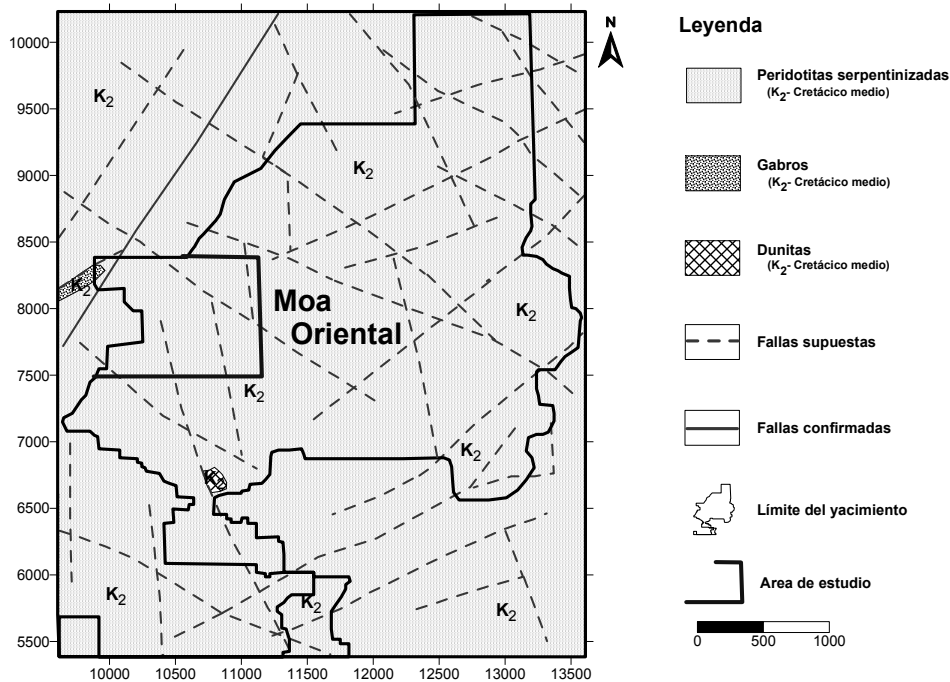


Figura I.III.3 Esquema geológico del basamento del yacimiento Moa oriental (arriba) y del sector estudiado (abajo), modificado de Cruz y Díaz, 2002

Las cortezas son generalmente in situ, solo se observan redepósitos al norte del yacimiento, fuera de nuestra área de estudio. Según Cruz y Díaz, 2002 las mayores potencias de las lateritas están asociadas a zonas con elevados niveles hipsométricos y bajas pendientes, en ellas se alcanzan los contenidos máximos de hierro. Las altas potencias en niveles hipsométricos bajos están relacionadas a procesos de redeposición (Figura I.III.4).

El agua subterránea está presente en la zona de saprolitas y en la roca madre agrietada, conformando un complejo acuífero único cuyo nivel oscila entre estos dos horizontes; la zona de aireación coincide con los horizontes de los ocreos inestructurales, la que se inunda en periodos de lluvia, pero tienen la capacidad de descargar rápidamente el agua a los horizontes inferiores.

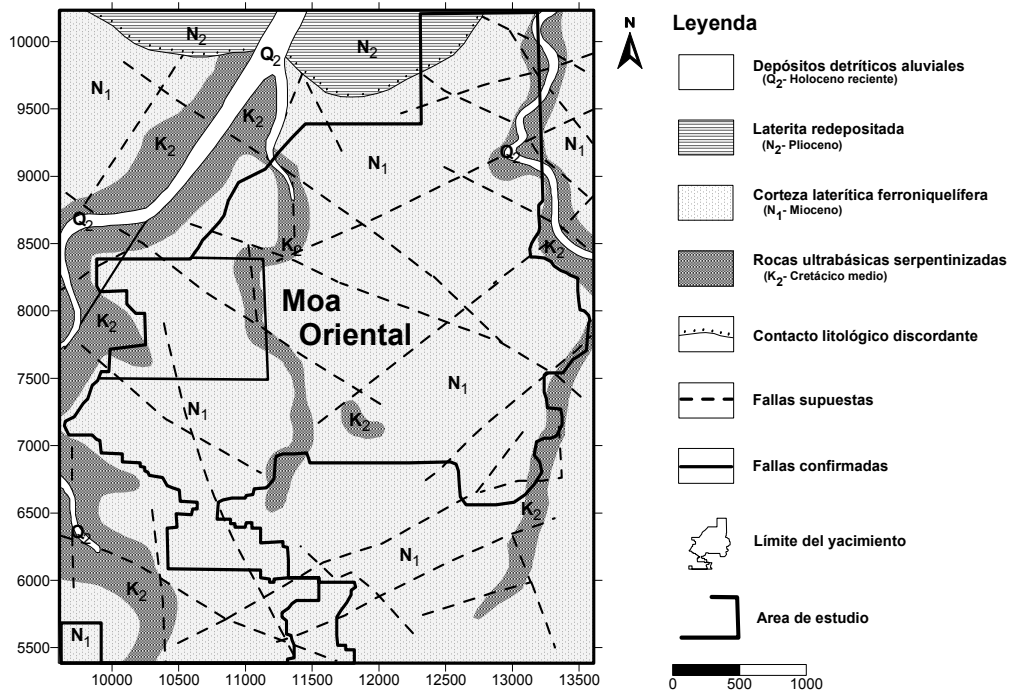


Figura I.III.4 Esquema geológico de la superficie del yacimiento Moa Oriental, tomado de Cruz y Díaz, 2002.

Menéndez, et al., 1990, estudiaron la mineralógica del yacimiento usando 119 pozos mineralógicos y 49 pozos criollos. Las menas limoníticas se analizaron a partir de un total de 80 muestras tomadas hasta los 25 metros de profundidad, en ellas se aprecia que el grado de compactación aumenta hacia los niveles inferiores y la coloración varía entre pardo amarillo, pardo claro en los horizontes económicos, a pardo oscuro y rojizo en la zona con concreciones ferruginosas. Estos autores también muestran que los horizontes que más se acercan a los OICC son los más densos (Tabla I.III.1).

La clase granulométrica más abundante en las menas limoníticas es <0.063 mm. La fracción electromagnética es mayoritaria, seguida por la magnética, la fracción no electromagnética es poco representativa y en ella se concentra el cuarzo libre,

mineral que tiende a aumentar su presencia hacia la parte superior de la corteza. La goethita es la fase mineralógica predominante (Tabla I.III.2) y los contenidos de minerales de serpentina son altos, en relación con otros yacimientos de la región; existe además abundante gibbsita (Tabla I.III.2).

Tabla I.III.1 Densidad de las menas limoníticas, según Menéndez, et al., 1990

Litología	Cantidad de Muestras	Rango (t/m ³)	Densidad (t/m ³)
OICC	24	2.35-1.21	1.67
OI	16	1.77-1.18	1.36
OEF	34	1.59-0.87	1.11

Tabla I.III.2 Composición mineralógica de las menas limoníticas, según Menéndez, et al., 1990

Composición mineralógica	OICC(%)	OI(%)	OEF(%)
Minerales de serpentina	1.87	2.43	3.44
Minerales arcillosos	2.22	2.41	4.03
Magnetita	0.58	0.67	0.54
Goethita	76.44	77.21	77.90
Cromita	3.01	3.04	3.34
Minerales de manganeso	1.00	1.01	1.19
Cuarzo	1.01	0.94	0.85
Gibbsita	12.49	11.10	7.67
Clorita	-	0.02	0.01
Carbonatos	-	0.02	0.01
Piroxenos	-	-	-

Tabla I.III.3 Comportamiento de la densidad en las menas saprolíticas, según Menéndez, et al. 1990

Litología	Cantidad de muestras	Rango (t/m ³)	Densidad (t/m ³)
OEI	7	1.22-0.87	1.02
SL	5	1.20-0.92	1.02

Tabla I.III.4 Composición mineralógica de las menas saprolíticas, según Menéndez, et al., 1990

Composición mineralógica	OEI	SL
Minerales de serpentina	27.62	53.12
Minerales arcillosos	14.92	13.86
Magnetita	0.68	0.78
Goethita	52.42	27.99
Cromita	2.62	1.53
Minerales de manganeso	0.80	0.45
Cuarzo	0.09	1.19
Piroxenos	0.05	0.16
Clorita	-	0.95

Las saprolitas son relativamente deleznales, su coloración varía desde carmelita verdoso, verde amarillo hasta verde pálido. La densidad es menor que en las menas oxidadas y disminuye hacia las zonas más próximas a las rocas madres (Tabla I.III.3). En los OEI la granulometría dominante es <0.063 mm, mientras que en la serpentinita lixiviada (SL) la granulometría más representativa es de >1.6mm. Químicamente son menas sílico-magnesianas, con valores medios de níquel que pueden estar en el orden de los 2.30 %, 19-29% de sílice y 11-23 % de magnesio. Los minerales predominantes se alternan entre goethita y minerales de serpentina, según sea el grado de oxidación (Tabla I.III.4).

Ortiz, 1991 muestra algunas de las características petrográficas de las rocas del basamento y su composición química (Tabla I.III.5), su densidad es de 1.96 t/m³. La caracterización se realizó empleando métodos petrográficos y petroquímicos a partir 46 y 12 muestras respectivamente, tomadas de los testigos de perforación que atraviesan hasta dos metros el basamento. Se describen las variedades petrográficas siguientes:

1. Harzburgitas fuertemente serpentinizadas
2. Harzburgitas serpentinizadas
3. Peridotitas serpentinizadas
4. Dunitas serpentinizadas
5. Serpentinitas crisotílicas
6. Serpentinitas
7. Rocas afectadas por procesos intensos de carbonatización

Tabla I.III.5 Composición química de las rocas del basamento en %, tomado de Gonzáles, 1991

SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	NiO	CoO	CaO	MgO	TiO ₂	Cr ₂ O ₃
38.18	1.23	7.07	0.56	0.015	0.61	36.38	0.034	0.43

Las harzburgitas fuertemente serpentinizadas son de colores gris verdoso y estructura masiva, la textura predominante es la blastoporfídica; en ellas los minerales serpentiniticos constituyen hasta el 69 % del volumen de la roca, el olivino se encuentra alrededor del 25 %, el ortopiroxeno aparece hasta cerca del 5%, la mayoría de sus cristales están sustituidos a minerales del grupo de la serpentinita por

pseudomorfosis de bastita; la magnetita solo alcanza un 1% y se encuentra en granos aislados.

La harzburgitas serpentinizadas constituyen la variedad predominante, posee tonalidades grises, verde y negro, su aspecto es masivo y ocasionalmente brechoso; la textura es variada, porfiroblástica, reticular, nodular, brechosa y fibrosa. Está constituida por minerales del grupo de las serpentinas en un 84 a 98 %, fundamentalmente lizardita, serpofita, crisotilo y escasa antigorita; los relictos de olivino ocupan un 0-10% y los de ortopiroxenos 0-3%, en ambos casos se encuentran aislados. Como alteraciones secundarias están presentes minerales arcillosos, carbonatos, clorita, talco y goethita, contienen además magnetita y cromita.

Los piroxenos rómbicos que ocupaban hasta un 20% en la roca, se encuentran bastitizados, observándose solo hasta un 3% como relictos; se observa de forma aislada hasta un 1% de clinopiroxenos; el carbonato y la clorita aparecen en las grietas, atravesando las rocas en todas direcciones y sustituyendo los granos de olivino y ortopiroxeno. Se observa polvo fino segregativo de magnetita que se aloja en las líneas de clivaje de los ortopiroxenos bastitizados y en las grietas muy finas, también se encuentra en forma de granos pequeños, corroídos y oxidados; la cromita tiene forma esquelética y aparece diseminada en la roca.

Las peridotitas serpentinizadas presentan colores gris y verde oscuro, con estructura masiva, se encuentran atravesadas por vetillas finas de carbonatos y contienen ortopiroxenos de hasta 3mm; los minerales de serpentinas ocupan el 85-96 % del volumen de la roca, representados por lizardita, serpofita, crisotilo y muy poca antigorita; también se conservan minerales relícticos de olivino en 1-10%, así como, orto y clinopiroxeno hasta un 1%. Los minerales de alteración secundaria son carbonatos, talco, clorita, nontronita y goethita; contiene además magnetita hasta 1-2% con granos pequeños de forma irregular y cromita hasta un 1%.

Las dunitas serpentinizadas son de aspecto masivo y de color verde intenso con texturas reticular y nodular, poseen olivino relíctico hasta un 30% con grano subidiomórficos, piroxeno rómbico hasta un 3%, minerales de serpentina a un 68-

70% y minerales accesorios hasta un 1%; en ellas aparece, de forma aislada, diópsido en granos xenomórficos. Los minerales de serpentina están representados por la lizardita, serpofita, crisotilo y una recristalización parcial a antigorita; aparecen espinelas cromíferas corroídas y en ocasiones atravesadas por vetillas de crisotilo, cloritas y dendritas de manganeso.

Las Serpentinitas crisotílicas son poco frecuentes, tienen coloración verde blanquizca, con textura fibrosa y estructura masiva. Están compuestas por crisotilo hasta un 90%, poseen además hasta un 5% de magnetita.

Las ultramafitas serpentinizadas -serpentinita- es el tipo de roca más abundante en el yacimiento, presenta colores gris verde oscuro con tonalidades parduscas, son densas y en ellas se encuentran escasos relictos de piroxenos anfibolitizados; la masa de la roca está estructurada en forma de nódulos, listones, rejillas, y porfiroblastos.

Las zonas con rocas que presentan intensa carbonatización son producto de la alteración de las serpentinitas. Tienen color blanco –blanco verdoso, son masivas y en ocasiones brechosas. El carbonato constituye el 70% de la roca, supuestamente enriquecido en magnesio.

La composición química de las rocas del basamento se caracteriza por bajos contenidos de SiO₂, TiO₂, CaO, Na₂O, K₂O y por altos contenidos de magnesio y FeO. Los análisis petroquímicos indican su carácter eminentemente harzburgítico.

El volumen de información geológica sobre el basamento es insuficiente, al igual que la información relacionada con aspectos específicos de la corteza, en la actualidad la compañía Moa Nickel S. A. realiza estudios para mejorar el conocimiento geológico de este yacimiento. Autores como Cruz y Díaz, 2002 se han esforzado en este sentido, a partir de la reinterpretación de la información disponible y la aplicación de la metodología de obtención de dominios geológicos mostrada por Vera, 2001; sus trabajos se analizaron y se llega a la conclusión de que son de utilidad para la toma de dediciones mineras, pero no para implementar la metodología propuesta en esta

investigación, pues introducen índices, como la potencia de la corteza, de mineral útil, entre otros, que son redundantes en el modelo que proponemos.

I.IV La modelación de los yacimientos de menas lateríticas cubanos y su relación con la prospección geológica, la minería y el proceso metalúrgico

Campos, Guerra y Gé, 2005 exponen las bases para lograr un desarrollo armónico entre las fases de la investigación geológica y el desarrollo sostenible en la industria minera del níquel. Según estos autores hasta inicios de la década de los 90 la exploración geológica estuvo marcada por el empleo de patrones preconcebidos, no se tenía en cuenta las necesidades de la minería, y como consecuencia existían problemas de alimentación a las plantas metalúrgicas. Por otra parte, los métodos de estimación no permitían describir detalladamente los parámetros geólogo-industriales y no tenían en cuenta las características de la variabilidad y correlación espacial de las menas, por lo que no se adaptaban a las complejidades de estos yacimientos. No se tomaba en cuenta la influencia de las diferentes clases mineralógicas en el proceso metalúrgico y los estudios no caracterizaban el comportamiento de los diferentes minerales que alimentaban las plantas de procesamiento. Muchas de estas dificultades han sido heredadas y son irremediables, una de ellas es la insuficiente cantidad de elementos medidos (Fe, Ni y Co) en la red de exploración espaciada a 33.33 m de distancia, lo que dificulta la caracterización de las particularidades del perfil laterítico. Se destaca además la incorporación de métodos geofísicos en la exploración.

La minería realizada en los yacimientos de menas lateríticas se encuentra en un proceso de modernización, marcados por el reemplazo de las *Draglines* por retroexcavadoras, lo que permite mayor selectividad de la explotación. Belete, et al., 2005 demuestran que el sistema Retro-Camión (Figura I.IV.1) es más ventajoso que el sistema *Dragline*-Camión y muestra la forma adecuada de la extracción en los bancos. Rodríguez y Guerra, 2005 arriban a una conclusión similar y recomienda la adopción de este sistema en todas las minas del territorio, atendiendo a la poca

potencia de los yacimientos que restan por explotar y la gran capacidad que tiene para adaptarse a las particularidades geológicas de cada perfil laterítico.

Como puede verse el futuro en la minería de los yacimientos lateríticos cubanos se resume en una explotación por bancos, equipamiento relativamente ligero y un alto grado de selectividad de la minería, lo que implica un cambio importante en cuanto al tamaño del soporte que compone al modelo de bloques. Actualmente, en la compañía minera Moa Nickel S.A. se emplean unidades de selectividad minera de 8.33x8.33x3 m (Figura I.IV.1).

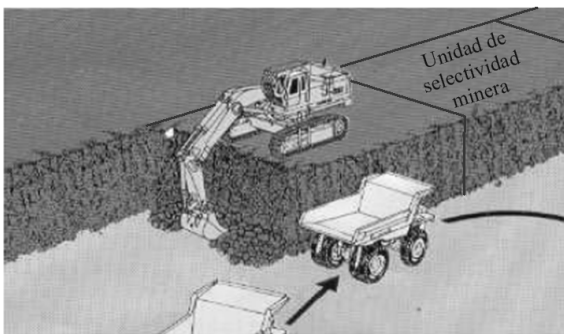


Figura I.IV.1 Extracción por bancos, empleando el método retro-camión. Modificado de Belete, et al., 2005

Para tener idea del impacto del cambio de soporte en la modelación de los contenidos de hierro considérese un yacimiento de 10 m de potencia, donde se pasa de paneles de 33.33 m a unidades de selectividad minera de 8.33x8.33x3 m; si se emplea el krigage con el modelo de variograma de hierro mostrado en el Capítulo 3 de este trabajo, para cada unidad de selectividad minera, el error asociado a la disminución del volumen del soporte aumenta aproximadamente en un 27.86 % en los ocres con concreciones, en un 27.26% en los ocres estructurales finales y en un 43.03% en las saprolitas, con respecto al error total. Esta deducción se realiza a partir de la formulación de la varianza de krigage, definida en el caso univariado como $\sigma_{KO}^2 = \sum \lambda_i \bar{\gamma}(x_i, v) - \bar{\gamma}(v, v) + \mu$ (Armstrong, 1998, p. 87), el error asociado al volumen está fundamentalmente relacionado al término $\bar{\gamma}(v, v)$.

Castellanos y Picayo, 2005, muestran un interesante análisis sobre los avances y tendencias en el desarrollo de las tecnologías de procesamientos de minerales de cortezas lateríticas ricas en níquel y cobalto. Los procesos que se emplean

actualmente a nivel internacional son: el carbonato amoniacal (proceso CARON), el de ferroniquel (o mata) y el de lixiviación ácida a presión (PAL); este último es el utilizado para procesar las menas del yacimiento Moa Oriental.

Según estos autores, en el proceso PAL que se realiza en la planta procesadora de la Moa Nickel S.A., el cambio de la calidad de las menas ha conllevado a la producción de una pulpa cruda de malas propiedades reológicas.

La planta de la Moa Nickel S. A. desde 1960 ha operado exitosamente con pachucas (reactores verticales agitados con vapor), para su expansión se evalúa usar autoclaves horizontales o pachucas a presión y se trabaja en la preparación de la pulpa cruda y su espesamiento, modificando su composición iónica, buscando sobre todo un incremento del porcentaje de sólidos, menor viscosidad de la pulpa y mayor fluidez. Con el agotamiento de la limonita y bajo el principio de un aprovechamiento integral a menor costo del depósito de laterita, se ha considerado la posibilidad de comenzar a procesar la serpentina usando la tecnología EPAL (lixiviación a presión mejorada).

La composición mineralógica juega un papel importante en la eficiencia de la extracción metalúrgica, pero dicho parámetro no es medido sistemáticamente en el yacimiento Moa Oriental, una aproximación puede ser modelar la litología, la que se emplea además para controlar la calidad de la masa minera, junto a contenidos de algunos elementos químicos, como el hierro, el magnesio, la sílice, entre otros.

I.V Trabajos relacionados con la estimación de recursos y modelación matemática de yacimientos lateríticos cubanos

El uso en Cuba de la geoestadística para la modelación de yacimientos minerales no se ha limitado solamente a los depósitos de menas lateríticas; Gómez, et al., 2005, aplican el krigage de indicadores de CaO para determinar la composición litológica en un modelo de bloques del yacimiento Pastelillo, Nuevitas, Camagüey, de materia prima para cemento; este trabajo es uno de los pocos ejemplos de modelación

espacial de litologías empleando técnicas geoestadísticas no lineales en yacimientos cubanos.

Pimentel, et al., 2005 muestran un buen ejemplo de empleo de los resultados de la modelación matemática de las litologías y quimismo del yacimiento Golden Hill, de menas cupro-auríferas, localizado en el municipio Jobabo, provincia Las Tunas, en la optimización económica de la explotación a cielo abierto, empleando el algoritmo Lersh-Grossman. Es la primera vez que se aplican estos métodos en yacimientos cubanos, sobre el empleo de la optimización de la secuencia óptima de explotación (algoritmo Milawa) no se encontró ninguna referencia. Rodés y Noa, 2005, muestran un método para calcular cutoff dinámicos en lateritas teniendo en cuenta las particularidades geoquímicas de los elementos útiles y nocivos (Fe, Ni, Co, Mg, Si y Al) y costo del metro cúbico de escombros, así como otros parámetros usualmente empleados en estos cálculos, como los precios de los metales y sus subproductos, precios de los insumos, etc.

Villavicencio, 2005, muestra el resultado de una experiencia llevada a cabo con un modelo de redes neuronales artificiales (RNA) con fines predictivos mediante una aproximación funcional a un set de datos de valores de curvas geofísicas de pozo. Peña., et al., 2005 aplican técnicas de estadística multivariada para la selección de muestras tecnológicas, con una representatividad adecuada.

Arias, et al., 2005, exponen los principales resultados del estudio geoestadístico realizado en el yacimiento Yamanigüey, localizado en la región de Moa, para la determinación de la continuidad del horizonte de serpentinitas duras níquelíferas (SD) mediante la simulación secuencial indicatriz. Este trabajo constituye uno de los mejores ejemplos del empleo de métodos no lineales de simulación aplicados en la minería del níquel.

Otros trabajos de referencia en la temática son los de Vera, 2001; Cuador, 2002; Legrá, 1999, Martínez y Pérez, 2005, todos aplicados a las lateritas cubanas. Las geoestadísticas junto a otros métodos de interpolación son ampliamente usadas en las empresas mineras del territorio, incluidas aquellas que prestan servicios, como el

Centro de Proyectos del Níquel, el Centro de Investigaciones del Níquel y la Empresa Geominera Oriente.

I.V.I Empleo de métodos geofísicos en los yacimientos de menas lateríticas cubanos

Recientemente se comenzaron estudios de aplicación de métodos geofísicos en la exploración de las lateritas. Acosta, et al., 2005 muestran los resultados del empleo del georadar (GPR) para determinar los contactos entre los horizontes lateríticos, saprolíticos y el basamento. Los límites obtenidos tienen una alta resolución y la variabilidad propia de este tipo de depósito, además resaltan los bloques flotantes y las zonas con características morfológicas especiales, como las cortezas lineales.

Luego de revisar las técnicas geoestadísticas más conocidas se propone modelar las litologías y sus contactos, usando los radargramas filtrados como variables auxiliares en las variantes siguientes:

- 1) Para la modelación del fondo del yacimiento se emplea:
 - a. Krigeage o simulación con drift externo, donde el drift externo es la información de GPR
 - b. Cokriging y cosimulación con colocación, donde el GPR es una variable secundaria colocada.
- 2) La modelación de las litologías en el contexto gaussiano truncado, con información auxiliar, en la etapa de simulación de las gaussianas.
 - a. Simulación de las gaussianas con drift externo, donde el drift externo es la información de GPR.
 - b. o su cosimulación con colocación, donde el GPR es una variable secundaria colocada.
- 3) La modelación de los bloques flotantes o *boulders*
 - a. Simulación booleana, empleando como proceso de intensidad de Poisson los radargramas.

La modelación de las litologías en el contexto gaussiano truncado, con información auxiliar se puede implementar fácilmente, en la etapa de simulación de las

gaussianas. No existen referencias sobre la aplicación de ésta posibilidad en la literatura internacional, pero, según Armstrong, et al., 2003, el método de simulación de las gaussianas es irrelevante en dicho contexto. No obstante quedan dos grandes problemas por resolver para poder emplear dicha información en la simulación plurigaussiana:

- a) el problema de la onda directa y otras interferencias.
- b) el tipo de postprocesamiento (o filtrado) que se debe dar a los datos primarios para que los valores sean “utilizables” en el método antes propuesto.

Una solución preliminar del problema b), puede ser la relación de la textura del radargrama y la litología, la que se puede expresar en términos de varianzas calculadas con ventanas móviles (Figura I.V.1).

Gentoiu, et al., 2005, emplean el sondeo eléctrico vertical en la variante de polarización inducida (SEV-PI) como variable para modelar los límites de la capa friable entre pozos de perforación; la solución consistió en corregir la estimación de la potencia empleando SEV-PI con una función de regresión lineal entre esta variable y la potencia medida en pozos, pero este estimador no es exacto, es sesgado y la varianza del error no es minimizada.

Una solución más robusta es emplear SEV-PI de forma similar a la que se propone para los radargrama; también se pueden emplear ambas variables de forma simultánea y bajo diferentes combinaciones de estimación con drift externo y variables secundarias colocadas.

Teixidó, 2005, discute algunas particularidades negativas del GPR; se destacan el problema de las potencias aparentes, que dificultan la determinación precisa de las profundidades; la atenuación de la señal con la profundidad, lo que provoca que un mismo tipo de roca tenga respuestas diferentes en el radargrama; las capas superiores producen apantallamiento de las inferiores. Dicho método es imposible aplicarlo en rocas saturadas de agua y cuando la rocas tienen una conductividad extremas

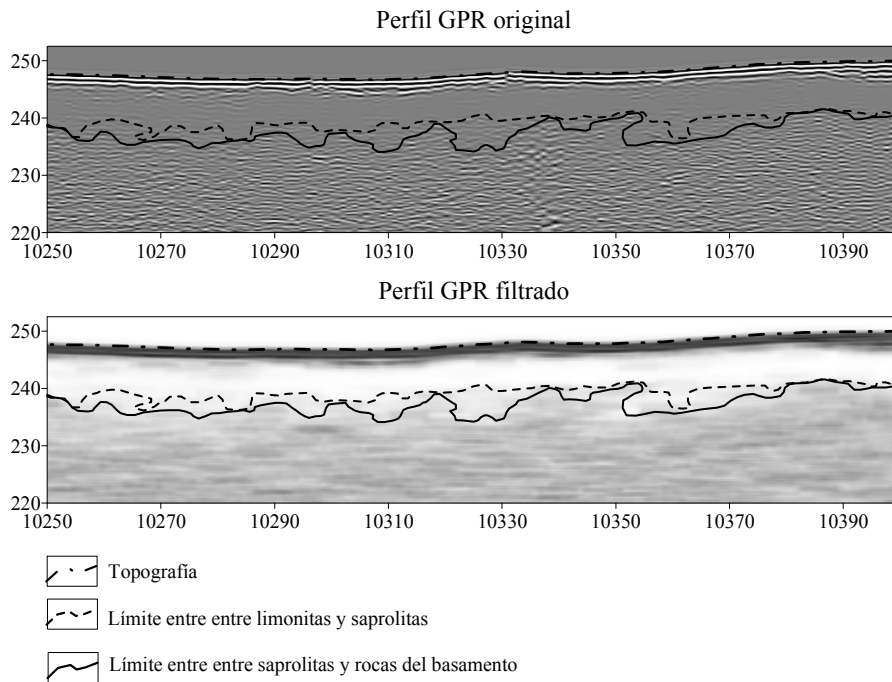


Figura I.V.1 Radargramas interpretados, arriba perfil filtrado, abajo el mismo perfil con filtro de ventana móvil y operador coeficiente de variación (cortesía de la empresa Geominera de Oriente)

El método de GPR y el de SEV-PI se encuentran en la etapa de experimentación en los depósitos de lateritas ferro-niquelíferas de la región, aunque se pretende aplicar el GPR de forma extensiva en algunos yacimientos.

I.VI Comentarios sobre el estado actual de la geoestadística en la esfera mundial

Una de las herramientas más completas para modelar los contenidos de hierro es la geoestadística, la cual ha probado su efectividad como método de estimación durante los últimos 30 años, en la industria minera. Su empleo ha sido extendido a otros campos, incluso a la pesca, donde el factor tiempo, al igual que la variabilidad espacial, juegan un papel importante (Armstrong, 1998).

La herramienta básica de la geoestadística es el variograma, se emplea para cuantificar la correlación entre observaciones; los modelos de variograma se usan en la estimación sobre puntos no muestreados, procedimiento que se conoce como krigage (o kriging en inglés) en honor al ingeniero sudafricano Danie Krige, quien,

junto Herbert Sichel llevaron a cabo los primeros pasos de la naciente ciencia en las minas de oro de Witwatersrand. Las principales bases teóricas de la geoestadística fueron creadas por Georges Matheron hacia los años 60 y 70, en el Centro de Investigación de Fontainebleau, junto a su equipo de jóvenes investigadores.

En este acápite se analiza el estado actual de la geoestadística y las perspectivas de su desarrollo en el futuro, con el objetivo de censar las técnicas disponibles para modelar los yacimientos lateríticos ferro-niquelíferos y en especial los contenidos de hierro, las litologías y las superficies que conforman el modelo geométrico.

I.VI.I La geoestadística como ciencia

La geoestadística se encarga del estudio de muestras repartidas en el espacio a partir de modelos aleatorios y se define como la ciencia que estudia las variables regionalizadas (VR) (Loc'h, 2005, Chilès y Delfiner, 1999, p.2). Los pasos básicos para su aplicación práctica son:

1. análisis exploratorio de los datos
2. análisis estructural (cálculo y modelado de los variogramas)
3. predicción (krigeage o simulación)

La mayoría de los autores resaltan en sus publicaciones sobre geoestadística básica conceptos tales como: variable regionalizada, función aleatoria, hipótesis estacionaria e intrínseca, función de covarianza espacial, variograma experimental y modelos admisibles, anisotropía, drift, efecto proporcional; efecto soporte y el soporte de una variable regionalizada, efecto información, regularización y teoría del krigeage; otros como la relación de aditividad de Krige (Armstrong, 1998, p. 77) o el teorema de la aditividad (Armstrong, 1998, p. 94) son solo tratados en algunas publicaciones. En textos más específicos aparecen conceptos menos citados aún, se destaca el teorema de la microergodisidad (Chilès y Delfiner, 1999, p. 20) y la teoría transitoria o geoestadística transitoria (Chilès y Delfiner, 1999, p. 24), desarrollada por Matheron en 1965 y se emplea actualmente para determinar el error geométrico asociado a estimaciones globales de los recursos, donde los límites del área mineralizada no se conocen a priori (Armstrong, 1998, p. 134).

Otro aspecto poco trabajado que comienza a ganar en popularidad es la representación espectral de las funciones aleatorias, la que representa una herramienta teórica poderosa, especialmente aplicable a las simulaciones (Chilès y Delfiner, 1999, p. 17). De la representación espectral de las funciones aleatorias se desprenden herramientas como el krigeage de variables complejas (Wackernagel, 1998, p. 187) y el modelo bilineal de correogionalización, empleado en la modelación de funciones de covarianzas cruzadas no simétricas (Wackernagel, 1998, p. 194).

Los planteamientos anteriores sugieren que la geoestadística es una ciencia, del campo de las matemáticas aplicadas, que se enriquece diariamente, gracias a un sinnúmero de investigaciones paralelas; una gran parte de sus técnicas y enfoques de reciente creación prácticamente no se conocen, otras simplemente han quedado casi en el olvido. Por otra parte, su estudio sistematizado a nivel internacional gira en torno a un grupo de técnicas básicas, las que se presentan a continuación.

I.VI.II Principales técnicas geoestadísticas y sus particularidades

La geoestadística es una ciencia joven, por ello sistematizar su conocimiento a partir de una separación adecuada de sus principios y técnicas resulta imprescindible para su estudio y comprensión; se recomienda la clasificación propuesta por el Centro de Geoestadística de la Escuela de Minas de París:

1. Geoestadística lineal
2. Geoestadística no estacionaria
3. Geoestadística multivariada
4. Simulaciones
5. Geoestadística no lineal

I.VI.II.I Geoestadística lineal

La geoestadística lineal univariada constituye la base de la geoestadística en general, está relacionada con el estudio de las variables regionalizadas que satisfacen la hipótesis estacionaria de segundo orden o la intrínseca.

Dado un dominio o campo geométrico $D \subset R^n$, con volumen positivo y un espacio probabilístico (Ω, A, P) , una función aleatoria (FA), también llamada proceso

estocástico, es aquella de dos variables $Z(x, \omega)$ de forma tal que cada punto con coordenada $x \in D$, ω denota las variables o realizaciones en el espacio probabilístico (Ω, A, P) (Chilès y Delfiner, 1999, p.12). En la práctica las FA se denotan de forma simplificada como $Z(x)$; sus realizaciones no son más que las variables aleatorias regionalizadas (VR) y se denotan como $z(x)$. Estos dos conceptos son la base de la geoestadística, junto a la hipótesis estacionaria de segundo orden y la intrínseca; también es necesario considerar el drift, denotado como la función no aleatoria o determinística $m(x)$.

La hipótesis estacionaria de segundo orden plantea que los dos primeros momentos de $Z(x)$ existen y son invariantes por traslación (Chilès y Delfiner, 1999, p.16):

$$\begin{aligned} E[Z(x)] &= m(x) = m \\ E[Z(x)Z(x+h)] - m^2 &= C(h) \end{aligned}$$

La hipótesis intrínseca es menos restrictiva, plantea que los dos primeros momentos de los incrementos de primer orden $Z(x+h) - Z(x)$ existen y son invariantes por traslación (Armstrong, 1998, p.19), si el drift $m(x)$ es cero, entonces:

$$\begin{aligned} E[Z(x+h) - Z(x)] &= 0 \\ \text{Var}[Z(x+h) - Z(x)] &= 2\gamma(h) \end{aligned}$$

Donde la función $\gamma(h)$ es conocida como variograma y constituye el útil principal para el estudio de la variabilidad espacial en las geoestadísticas.

En el caso de yacimientos heterogéneos puede existir más de un dominio $D \subset R^n$, con espacios probabilísticos (Ω, A, P) diferentes, a los que pertenecen las FA cuyos dos primeros momentos de $Z(x)$ y sus incrementos $Z(x+h) - Z(x)$ reflejan covarianzas espaciales y variogramas diferentes. La unión de dichas FA hace inestable las definiciones de estacionaridad de segundo orden y la intrínseca, por ende, también se hacen inestables los métodos de estimación y simulación empleados para modelar $Z(x)$ y sus realizaciones; esto explica el incremento del error en la estimación de los contenidos de hierro de los yacimientos lateríticos.

Aunque existen varias funciones de variabilidad espacial, para la estimación solamente son usados el variograma y la función de covarianza, esta última generalmente se infiere a partir del variograma, cuyo estimador más usual es el mostrado por Chilès y Delfiner, 1999, p.37, Wackernagel, 1998, p. 45 y Deutsch y Journel, 1998, p. 44, entre otros:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N} \sum_{x=1}^N [z(x+h) - z(x)]^2$$

Este estimador es una alternativa práctica de obtención del variograma regional definido dentro del dominio D (Chilès y Delfiner, 1999, p. 38):

$$\gamma_R(h) = \frac{1}{2|D \cap D_{-h}|} \int_{D \cap D_{-h}} [z(x+h) - z(x)]^2 dx$$

La imposibilidad de obtenerlo de forma experimental está dada por la limitada cantidad de muestras disponibles en el dominio D.

Una FA es estacionaria si el variograma es finito (acotado). Las funciones aleatorias intrínsecas poseen variogramas no acotados, pero debe cumplir la propiedad $\gamma(h)/|h|^2 \rightarrow 0$ cuando $|h| \rightarrow \infty$ (Chilès y Delfiner, 1999, p. 59), de lo contrario estamos en presencia de una FA intrínseca de orden k (IRF-k), la cual se encuentra en el dominio de las geoestadísticas no estacionarias.

Una vez definidas las propiedades estadísticas y la variabilidad espacial de la función aleatoria, si éstas son adecuadas, se pueden emplear las técnicas de estimación lineal; en el caso intrínseco se usa el krigeage ordinario, en el estacionario de segundo orden se puede utilizar además el krigeage simple con media conocida; este último es rara vez empleado, dada la dificultad de inferir la media, solo se aplica frecuentemente como base de las simulaciones y los métodos no lineales, pues la media de los datos transformados por anamorfosis gaussiana, es conocida e idéntica a cero (Armstrong, 1998, p. 94). Dentro de estas técnicas también se encuentra el krigeage de la media y el krigeage factorial.

Generalmente la estimación se realiza sobre soportes puntuales, de bloques o sobre soportes irregulares, la varianza del bloque se calcula por métodos numéricos, de los cuales el más aceptado es la discretización regular, con desplazamiento aleatorio de los puntos de discretización secundarios (Bleines, et al., 2004, p. 608).

Como aspecto novedoso podemos citar el empleo de derivadas asociadas a las ecuaciones de kriging para la estimación del gradiente (Bleines C, et al., 2004, p. 611).

I.VI.II.II Geoestadística no estacionaria

Las FA no estacionarias son el caso opuesto a las estacionarias, siendo las intrínsecas la posición intermedia entre estas dos; analizando la no estacionaridad en el contexto de las Funciones Aleatorias de orden k (IRF- k) vemos que las funciones aleatorias intrínsecas son un caso particular con $k=0$ (Chilès y Delfiner, 1999, p. 231).

Las FA no estacionarias poseen media, varianza y covarianzas variables por traslación, efecto con un impacto nefasto para la aplicación de métodos lineales de estimación; para afrontar este problema existen dos enfoques principales: el modelo de residuos y los incrementos de órdenes superiores; ambos persiguen obtener FA transformadas, que se ajustan en cierta medida a la estacionaridad de segundo orden y la intrínseca.

El modelo de residuos

Este es el modelo básico del kriging universal expresado por la dicotomía:

$Z(x) = m(x) + Y(x)$, donde $m(x)$ es el drift y $Y(x)$ son los residuos, que pueden ser estacionarios de segundo orden o intrínsecos. En la práctica $m(x)$ se obtiene como polinomios a partir de las realizaciones disponibles de $Z(x)$, en otras ocasiones es una función externa “conocida”.

La no estacionaridad se verifica con el crecimiento parabólico del variograma; el drift frecuentemente aparece a larga distancia, en este caso es posible evadir la no estacionaridad empleando un tamaño de vecindad adecuado en la estimación. El variograma de los residuos es altamente sesgado, excepto para cortas distancias

(Chilès y Delfiner., 1999, p. 122), además de esto, la definición del drift en la mayoría de los casos es espuria.

Por tales motivos es preferible trabajar en el contexto IRF-k, aunque éste tiene algunos detractores como Deutsch y Journel, 1998, aludiendo fundamentalmente la complejidad del ajuste de los modelos bajo dicho contexto.

El krigeage universal debe ser empleado solamente cuando la definición del drift es clara, por ejemplo asociada a un fenómeno físico bien conocido y determinado (Renard, 2005).

Las funciones intrínsecas de orden k (IRF-k)

Las funciones intrínsecas de orden k son una generalización de las funciones intrínsecas a órdenes superiores, éstas presumen que las diferencias de orden 2+k son invariables por traslación. El variograma también puede extenderse a órdenes superiores (variograma generalizado), para k=1 éste queda (Chilès y Delfiner, 1999, p. 122):

$$\Gamma_1(h) = \frac{1}{6} \text{Var}[Z(x+2h) - 2Z(x+h) + Z(x)]$$

Lamentablemente para su construcción se requiere un muestreo regular, lo que no es común, especialmente en el caso tridimensional, por esta razón en la práctica se emplean las covarianzas generalizadas, que no tienen representación gráfica, pero pueden obtenerse para cualquier arquitectura de muestreo.

Una IRF-k es admisible para una IRF-k+1, en el orden inverso dicha afirmación no es cierta; esto implica que el número de funciones disponibles para modelar la variabilidad espacial es mayor que en el caso de FA estacionarias o intrínsecas.

Las técnicas propias del caso intrínseco tienen sus equivalentes no estacionarios: estimación del drift (como generalización de la estimación de la media), estimación del gradiente, filtrado de componentes de estructuras, krigeage con error medido, etc.; también considera el krigeage con drift externo definido a partir de la ecuación $E[Z(x)] = a_0 + a_1 S(x)$, donde $S(x)$ es una función conocida (Bleines, 2004, p. 612).

El kriging IRF-k puede ser generalizado al caso multivariado, pero aún no ha sido implementado, a causa de la dificultad de obtención del modelo de covarianza.

El kriging con drift externo es particularmente útil cuando se tiene información extra, con alta densidad de muestreos en toda el área; el ejemplo típico es la estimación de la profundidad de una capa a partir de unos pocos puntos medidos en sondeos de exploración y una data auxiliar densa obtenida a partir de perfiles sísmicos 2D (Bleines, 2004, p. 286); como contrapartida de este método tenemos el cokriging con colocación, empleado cuando existe correlación espacial entre las variables.

Para el kriging de una combinación lineal admisible de orden k (ALC-k), debe cumplirse la ecuación de existencia definida como $\lambda^\alpha f_\alpha^l - f_0^l = 0 \quad \forall l \leq k$, donde f es la función que caracteriza el drift. Para que el sistema de ecuaciones sea regular no deben existir duplicados, el modelo que caracteriza la variabilidad espacial debe ser condicionalmente definido positivo y las funciones que caracterizan el drift no deben ser combinación lineal de la posición de los puntos de muestreo (Renard, 2005); esta última condición implica que existen configuraciones donde el método se indefina o se vuelve inestable, por ejemplo si el drift es lineal ($k=1$) los datos agrupados en una línea indefinen el sistema de ecuaciones lineales de kriging; también existen limitaciones con el número de puntos mínimos, que crece rápidamente con el orden del drift y el número de dimensiones del dominio D (Renard, 2005).

I.VI.II.III Geoestadística multivariada

La geoestadística multivariada presupone la existencia de dos o más variables espacialmente correlacionadas, las funciones que caracterizan dicha correlación son empleadas para estimar y simular las realizaciones de las funciones aleatorias o combinaciones lineales de estas; las herramientas estructurales son similares, por lo tanto se dispone de matrices de covarianzas espaciales y de variogramas, pero aparecen algunas especificidades.

Aparece una nueva herramienta para el análisis estructural, aunque solo con interés orientativo, pues no puede emplearse en las estimaciones; se trata del pseudo-variograma cruzado, para su cálculo las variables deben tener la misma unidad y las diferencias a distancia cero deben ser estacionarias; puede ser empleada en el caso heterotópico puro.

La heterotropía no es un fenómeno asociado a la geoestadística, es simplemente una situación circunstancial, que indica que en un sistema multivariado solo ha sido medida una variable en algunos de los n puntos con coordenadas x , si el fenómeno ocurre para los n puntos, entonces se dice que el sistema es heterotópico puro; el caso opuesto es la isotopía, la que indica que todas las variables han sido medidas en los n puntos de medición.

En la actualidad solo están implementados estimadores basados en Funciones Aleatorias Multivariadas cuyo modelo de covarianza es simétrico. Wackernagel, 1998, Chilès y Delfiner, 1999, entre otros, muestran dos modelos para ajustar la correogionalización de las variables:

- el modelo intrínseco (o proporcional) de correogionalización.
- el modelo lineal de correogionalización

El primero es el más simple y presupone la existencia de una matriz B cuyos elementos satisfacen $C_{ij}(h) = b_{ij}\rho(h)$, donde $\rho(h)$ es la estructura de correlación y b_{ij} son las varianzas asociadas a cada componente, en ausencia de correlación estadística no existe correlación espacial entre las variables.

El modelo lineal de correogionalización es una generalización al contexto multivariado de los modelos de variograma anidados (Le Loc'h, 2005); se define como una combinación lineal de modelos intrínsecos, donde a cada estructura le corresponde una matriz de coeficientes B de manera tal que $C_{ij}(h) = \sum_l b_{ij}^l \rho^l(h)$.

En ambos casos la o las matrices B deben ser definidas positivas, para ello se debe cumplir la condición $|b'_{ij}| \leq \sqrt{b'_i b'_{jj}}$, solo suficiente para el caso bivariado; cuando existen más de dos variables esta condición se aplica a las covarianzas factorizadas.

Para el caso de las covarianzas asimétricas existe además el modelo bilineal de correogionalización (Wackernagel, 1998, p. 194), pero aún no ha sido implementado en la estimación, ni en el caso intrínseco multivariado.

Los métodos de estimación más utilizados son el cokrigeage simple y el ordinario; para datos heterotópicos se emplea además el cokrigeage con colocación (Wackernagel, 1998, p. 164) y el cokrigeage con colocación extendida (o cokrigeage multicolocado) (Bleines, et al. 2004, p. 616)

En el caso isotópico estas técnicas tienen algunas ventajas sobre el modelo univariado, la más importante es que se cumple la condición $Z^{CK}(x) = \sum_{i=1}^n Z_i^{CK}(x)$, por ejemplo, en la estimación de las potencias a partir del techo y el fondo de un cuerpo mineral se verifica que: $Potencia^{CK}(x) = Z_{topográfica}^{CK}(x) - Z_{fondo}^{CK}(x)$

Bajo ciertas condiciones el cokrigeage puede ser simplificado a krigeage, esto ocurre si las estructuras cruzadas tienen varianza cero o el modelo de correogionalización es intrínseco (autokrigeable). El concepto de autokrigeabilidad se emplea explícitamente en la formulación del modelo ortogonal de indicadores con residuales (Rivoirar, 1994)

Dentro de los estimadores multivariados también tenemos: el krigeage con modelo aleatorio del drift (Deutsch y Journel, 1998, p. 68); el cokrigeage ordinario puede ser tradicional como lo muestra Wackernagel, 1998, p. 170, y con variables estandarizadas, para hacer adimensionales los variogramas cruzados (Deutsch y Journel, 1998, p. 74); Wackernagel, 1998, p. 181, muestra un enfoque interesante del análisis krigeante (en inglés, factorial kriging analysis) con diferentes procedimientos de cálculo, según el modelo de coreogionalización, también expone dos variantes para

el krigeage de variables complejas: krigeage complejo y cokrigeage de la parte imaginaria y la real; otro método poco visto en la práctica es el krigeage de varias variables ligadas por derivadas parciales (Bleines, et al. 2004, p 615).

I.VI.II.IV Simulaciones

Bleines, et al., 2004, p 637, define la simulación de una FA en un dominio determinado como una realización del modelo que la describe, que reproduce su variabilidad estadística y geoestadística (histograma y variograma). Contrario a la realidad, la cual puede ser considerada como una realización particular de la FA, la simulación se conoce en todo el dominio, por lo que puede ser empleada para cálculos empíricos, como simulación de fluidos, estudios de sensibilidad y la evaluación de los resultados bajo condiciones restrictivas, como el cutoff. En el caso de que las simulaciones sean iguales a los valores medidos en los puntos de medición, entonces se dice que estas son condicionales; el condicionamiento se puede realizar a partir de la expresión $Z_{sc}(x) = Z_s(x) + [Z(x) - Z_s(x)]^K$ (Bleines, et al., 2004, p 639):

Un aspecto de vital importancia en la simulación es el rango integral, definido como

$$A = \frac{1}{\sigma^2} \int C(h) dh ; \text{ si este es finito, entonces la FA que caracteriza es ergódica}$$

(Chilès y Delfiner, 1999, p. 74); sea V el dominio donde se simula la FA, se requiere $V \gg A$ para que las propiedades del modelo original se mantengan en el modelo simulado (Lantuéjoul, 2002).

Cuando se van a construir simulaciones lo primero es determinar las propiedades estadísticas y geoestadísticas del campo simulado y luego se define el algoritmo matemático que garantice reproducir las cualidades de interés, la clave del éxito descansa en gran medida en la selección adecuada de la combinación de métodos de simulación.

Generalmente se producen n realizaciones en paralelo, especialmente si se pretenden simular funciones multigaussianas (Bleines, et al. 2004, p 639); entre los métodos multigaussianos más conocidos se encuentran: el espectral, el de dilución, el de

teselación (del inglés *tesselation*), el de bandas rotantes, el de descomposición LU y la simulación secuencial gaussiana.

Una adaptación a las familias de variables indicatrices (*random set*) del método secuencial gaussiano es el secuencial indicador. Como alternativa a este modelo, para simular variables categóricas, se tienen los métodos gaussiano y plurigaussiano truncados, una explicación detallada se muestra en Armstrong, et al., 2003.

También existen modelos poco usados, como el de sustitución y el de mosaico (Bleines, et al. 2004, p 653), así como, el modelo Fractal, basado en el movimiento fraccionario Browniano; además de estos métodos existen otros que modifican las características de la imagen inicialmente simulada para forzar sus propiedades a propiedades determinadas, de ellas las más conocidas son el método autoregresivo determinístico (Bleines, et al. 2004, p 662) y el método de templado (en inglés Annealing) (Deutsch y Journel, 1998).

Lantuéjoul, 2002, muestra con bastante detalle los modelos de funciones aleatorias basados en objetos, los que son controlados por un proceso de Poisson, una familia de *random sets* y variables aleatorias con la misma ley. Hasta la actualidad este modelo es uno de los más apropiados para simular objetos como lentes de arena, bloques flotantes en una corteza laterítica, entre otros, además, es bastante flexible y brinda un gran número de posibilidades en cuanto a la forma de los objetos, su rotación y combinación, así como, la intensidad del proceso Poisson, que controla la cantidad de objetos generados; dicho proceso de Poisson, en el caso de los yacimientos lateríticos, puede ser construido a partir de información geofísica de GPR o SEV-PI, que resalte las zonas con mayor probabilidad de ocurrencia de bloques flotantes, su obtención a partir de pozos de exploración es casi imposible.

Estos son algunos de los métodos de simulación más conocidos, además existen los equivalentes multivariados, con drift externo, entre otros, aún no han sido implementadas bajo el contexto IRF-k, al menos para el modelo multigaussiano, aunque Chilès y Delfiner, 1999, p. 510, muestra la solución para IRF-0 y IRF-k.

I.VI.II.V Geoestadística no lineal

Bajo el término de geoestadística no lineal se agrupan las técnicas que implican una transformación no lineal de los datos; estas se crearon para modelar variables que luego de transformadas pueden ser tratadas con técnicas lineales, los ejemplos más conocidos son el krigage lognormal o de logaritmos y el krigage multigaussiano, donde la estimación se realiza con FA gaussianas obtenidas por anamorfosis gaussiana.

En otro grupo se encuentra el krigage de los indicadores de variables categóricas o variables continuas transformadas a indicatrices; el objetivo es determinar la distribución de la FA analizada en un soporte puntual o de bloque y con ella inferir probabilidades o recursos, expresados en porcentajes de tonelajes de metales y menas. Un tercer grupo que se emplea con objetivos similares, es deducido a partir de los indicadores, pero se basa en el enfoque gaussiano, el más conocido de estos métodos es el krigage disyuntivo.

Si la distribución es lognormal es posible efectuar el krigage de los logaritmos normalmente distribuidos; el problema está en la transformación inversa, Bleines, et al., 2004, p 622, muestran las expresiones que garantizan que esta sea insesgada. Esta técnica tiene muchos detractores a causa de la sensibilidad a los valores extremos.

Un método similar es el krigage multigaussiano, donde la transformación se realiza por anamorfosis gaussiana; generalmente se emplea el krigage simple y la transformación inversa no tiene mayores complicaciones (Olea, 1999, p.35), aunque, también es posible emplear el krigage ordinario. Martínez y Pérez, 2005 muestran que la aplicación de este método brinda resultados ligeramente inferiores al krigage ordinario, para el caso del bloque O48 del yacimiento Punta Gorda; la debilidad fundamental se encuentra en la transformación de datos con histogramas multimodales.

El krigage indicador provee una estimación por mínimos cuadrados de la distribución condicional acumulativa (ccdf) para un valor de corte z_k , según la

expresión $[i(x; z_x)]^* = E\{I(x; z_k) | (n)\}^* = \text{Prob}^* \{Z(x) \leq z_k | (n)\}$ (Deutsch y Journel, 1998, p. 76). Es una técnica muy flexible dada las combinaciones posibles, entre las que se encuentran el Krigeage indicador simple, el indicador simple con media conocida a priori, el indicador ordinario, el indicador mediano (una aplicación del modelo de mosaico), el indicador con inigualdades, el cokrigeage indicador, el krigeage probabilístico y el krigeage con modelo Markov Bayes.

Una aplicación frecuente del krigeage de los indicadores y sus equivalentes en el contexto de las simulaciones es la modelación de variables categóricas, como las litologías de un yacimiento mineral; el estimado brinda un resultado que puede ser asumido como la probabilidad de ocurrencia, o proporción, de la litología en un punto x , o un volumen v .

La no estacionaridad de los variogramas de los indicadores puede ser fácilmente confundida con la estacionaridad, debido a que estos están acotados por el valor 0.5; los variogramas indicatrices estacionarios no exceden el valor 0.25, debido a que $\text{Var}[1_F(x)] \leq 0.25$ (Armstrong, et al., 2003). Los variogramas de una indicatriz y su complemento son iguales, para más de dos indicatrices el sistema es multivariado y las estructuras cruzadas deben tenerse en cuenta.

Las indicatrices presentan algunas propiedades indeseables para su modelación: aquellas que componen un *random sets* no son independientes; por otra parte, sus variogramas poseen crecimiento lineal en el origen y son acotados, por ello el modelo gaussiano y los variogramas sin meseta no son admisibles en este contexto; la admisibilidad del modelo esférico aún se desconoce; la dificultad está data en que el teorema de Bochner, empleado para demostrar que las funciones de variogramas son definidas positivas en caso de variables continuas, no es aplicable en el caso de las indicatrices (Armstrong, et al., 2003); por todos estos motivos se han creado métodos basados en funciones gaussianas para evadir su empleo. Armstrong, et al., 2003, también muestran que el krigeage y la simulación de las indicatrices no es capaz, en muchos casos, de reproducir los patrones espaciales reales de variables categóricas

Existen condiciones especiales donde los indicadores ameritan ser empleados, tal es el caso del krigage disyuntivo; este término está asociado al hecho de que la sumatoria de los *random sets* son disyuntivos, es decir son una codificación en términos de 0,1 y su sumatoria siempre es uno, esto permite desarrollar una FA empleado *random sets* de la forma $f(Y(x)) = \sum_i f_i 1_{Y(x)=i}$. El krigage disyuntivo no es más que $[f(Y(x))]^{DK} = \sum_i f_i [1_{Y(x)=i}]^{CK}$, el krigage disyuntivo de un indicador es $[1_{Y(x)=0}]^{DK} = [1_{Y(x)=0}]^{CK}$.

Rivoirar, 1990, p.7; insiste en la necesidad del uso del cokriging, y las simplificaciones que éste puede tener; si el modelo de correogionalización es intrínseco entonces los indicadores pueden ser estimados de forma independiente con krigage (modelo de mosaico); en el caso del modelo isofactorial sin efecto de borde los residuales de los indicadores son ortogonales y el cokrigage puede simplificarse al krigage independiente de los residuos de los indicadores. En el caso del modelo isofactorial con efecto de borde no existe simplificación posible, por ello se emplea el modelo gaussiano en lugar de las indicatrices, donde los factores son los polinomios de hermite; el krigage disyuntivo se obtiene por estimación con krigage de cada factor por separado.

Otros métodos no lineales basados en el modelo gaussiano son: la Probabilidad a Partir de la Esperanza Condicional, el Condicionado Uniforme y las Variables de Servicio (Bleines, et al., 2004, p 635).

Aún existen muchos problemas por resolver, quizás el de mayor interés para la industria del petróleo sea la modelación de forma aceptable de fracturas. Chilès y Delfiner, 1999, p. 554, muestra algunas soluciones preliminares basadas en el empleo del modelo booleano, pero no logra definir la forma y la extensión de las fallas.

Estas son las técnicas más conocidas en las geoestadísticas; como puede verse el desarrollo que ha alcanzado esta ciencia es considerable, atendiendo a que a principios de los 90 la mayoría de los métodos antes mencionados no se habían creado; muchas de las posibilidades que brindan no han sido empleadas en Cuba.

Una nueva tendencia es la de fusionar otras técnicas con la geoestadística, un ejemplo es mostrado por Painho y Bação, 2000, quienes aplican algoritmos genéticos a problemas de clusterización; también se tiende a remplazarla por algoritmos genéticos y el razonamiento fuzzy (Huang, Wong, Gedeon T., 1998).

En la literatura internacional no se encontró una solución explícita para resolver el problema de la mezcla de poblaciones de poblaciones estadísticas, cuando estas son difíciles de separar espacialmente; éste es en sí el problema que debemos resolver, pues dicha mezcla afecta la precisión de la estimación de los contenidos de hierro; no obstante, como se muestra en el Capítulo II y III de este trabajo, algunas de las técnicas mostradas permiten solucionar problemas específicos, que forman parte de la solución final buscada.

I.VII Conclusiones

- 1) Es necesario considerar los contenidos de hierro asociados a cada clase litológica como variables diferentes, para modelarlos en las unidades de selectividad minera, debido a que las transformaciones mineralógicas que tienen lugar durante la formación de las lateritas ferro-niquelíferas gobiernan el comportamiento de los elementos mayoritarios, entre ellos el hierro.
- 2) Las diferencias entre algunos yacimiento de lateritas ferro-niquelíferas de Cuba es bien explicada por las clasificaciones de Elías, 2002, y Golightly, 1979; estas también permiten definir un modelo geólogo-genético representativo y sencillo que caracteriza adecuadamente las lateritas del sector del yacimiento Moa Oriental seleccionado como objeto de estudio; dicha clasificación es inapropiada para algunos yacimientos, considerados como atípicos.
- 3) La poca potencia y la alta variabilidad del yacimiento Moa Oriental afecta la minería y la metalurgia de sus menas, por tal motivo las unidades de selectividad minera definidas como paneles de 33.33x33.33m, a toda la potencia del perfil, se remplazaron por unidades de solo 8.33x8.33x3m; dicha disminución del tamaño aumenta los errores de estimación, por lo que se requieren métodos más precisos para modelar los contenidos de hierro.

- 4) Para modelar los contenidos de hierro de forma precisa, empleando técnicas geoestadísticas, es necesario separar las poblaciones estadísticas mezcladas, las que en este caso están definidas por los contenidos asociados a cada litología. Dicho planteamiento se basa en la definición de función aleatoria y las definiciones de hipótesis estacionaria de segundo orden, así como la intrínseca, las cuales se vuelven inestables si existe mezcla de poblaciones estadísticas.
- 5) Es necesario crear un modelo o método que considere de forma explícita funciones aleatorias y variables aleatorias regionalizadas con mezcla de poblaciones estadísticas, para disminuir el error de estimación de los contenidos de hierro. A pesar del desarrollo alcanzado por la geoestadística, a nivel internacional, no se tienen referencias de modelos o métodos con tales características.
- 6) Se concluye que el empleo de técnicas geoestadísticas permite hacer un mejor uso de la información geofísica de GPR y SEV-PI, si esta es empleada como variable auxiliar en la modelación de las superficies que limitan los contactos entre algunos horizontes del perfil laterítico, en la simulación tridimensional de las litologías en el contexto gaussiano truncado y como proceso de Poisson en la simulación basada en objetos, la que permite modelar los bloques flotantes de roca dura.

Capítulo II Parte Teórica: Procedimientos y métodos para la modelación

II.I Introducción

Como se pudo apreciar en el capítulo anterior, la modelación de los contenidos de hierro se ve afectada por la mezcla de poblaciones estadísticas, las que están asociadas a los distintos tipos litológicos que componen el perfil laterítico; por otra parte resulta complicado definir los límites entre cada una de las litologías, debido a su naturaleza transicional, su complicada forma y su elevada variabilidad espacial.

También se muestra que no existe ningún método explícitamente destinado a modelar variables afectadas por mezclas de poblaciones estadísticas difíciles de separar. Para solucionar el problema que atañe a esta investigación, se crea un nuevo procedimiento, el cual debe analizarse en el contexto de la modelación de yacimientos minerales.

A continuación se discuten los aspectos teóricos relacionados con la metodología propuesta para modelar los contenidos de hierro, entre los que se destacan: la modelación de yacimientos lateríticos, el modelo matemático propuesto para modelar los contenidos de hierro, la determinación de las proporciones de litologías en las unidades de selectividad minera, así como, el problema del modelo de variograma para datos puramente heterotópicos.

II.II Modelación de yacimientos lateríticos

“Deposit interpretation and modeling consist of establishing the continuities, the distribution, the limits, and the grade of the mineral/metal of interest, thereby establishing a discrete zone or body. The basic principle for deposit interpretation is to make maximum use of geological framework to establish the geological continuity of the mineral/metal or other specific property of interest.”

(David, 1977)

De esta manera Michel David define el concepto de modelación de yacimientos y recalca la importancia que tiene el conocimiento geológico en este proceso; en la actualidad esta tarea está marcada por un elevado empleo de la informática, donde se destaca el uso de sistemas mineros generalizados, como el *Gemcom*, *Datamine*, *Vulacan*, *Surpac*, entre otros; dichos sistemas se complementan con la utilización de software de usos específicos para la modelación económica, geoestadística, ambiental y la gestión de bases de datos; también garantizan un uso óptimo de los modelos creados en la planificación y control de la minería.

Martínez y Pérez, 2000, p.21, dividen los modelos de yacimientos en los componentes siguientes:

1. Modelo geólogo-genético
 - a. Modelo descriptivo
 - b. Modelo genético
2. Modelo geométrico
3. Modelo matemático o de bloques

En su conjunto explican las particularidades del yacimiento modelado, lográndose la estimación y simulación del fenómeno analizado de forma eficaz.

II.II.I Modelo geólogo-genético

El modelo genético recoge toda la información geológica relacionada con el yacimiento objeto de estudio a partir de datos experimentales o inferidos; para ello resulta útil establecer los procesos de evolución del depósito y la reconstrucción de los sucesos a partir de criterios estratigráficos, mineralógicos, geoquímicos, petrológicos, tectónicos, entre otros; para su confección se debe tener en cuenta la mayor cantidad posible de parámetros que permitan modelar de forma efectiva cada variable.

También resulta útil clasificar los yacimientos para sistematizar las combinaciones y secuencias de métodos adecuados para cada grupo; tal y como se muestra en el capítulo anterior, las mejores clasificaciones disponible hasta el momento son las

propuestas por Golightly, 1979 y Elias, 2002; además, se debe considerar un grupo especial, compuesto por depósitos lateríticos atípicos.

El objetivo de este modelo es hacer un uso máximo de la geología durante la modelación matemática de los contenidos de los elementos químicos y definir que cualidades geológicas deben reflejar los modelos resultantes.

II.II.II Modelo geométrico

El modelo geométrico tiene como objetivo separar el depósito de las *rocas de caja* y subdividirlo, de forma tal que los límites espaciales de cada subzona constituyan campos geométricos D , donde las variables regionalizadas caractericen poblaciones estadísticamente homogéneas; en cuanto a su representación, pueden ser:

- Límites físicos o explícitos
Definidos fundamentalmente a partir de superficies o sólidos.

- Límites matemáticos o implícitos
No tienen una representación física clara, pero permiten establecer proporciones en un dominio v , definido en un espacio R^n . Donde v constituyen las unidades de selectividad minera.

Para la determinación de los límites físicos se emplean criterios geológicos y geofísicos, donde juegan un papel importante la cartografía y la perforación; los sólidos y superficies se modelan de forma manual o empleando interpoladores matemáticos.

En el caso de estudio que se presenta en el capítulo tercero solo se consideran aquellos que limitan el modelo de bloques, éstos son: la superficie topográfica y el fondo del depósito, definido por el contacto entre la roca madre y el horizonte saprolítico; el fondo del depósito es difícil de estimar con precisión, su función durante el proceso de modelación es limitar el número excesivo de unidades de selectividad minera en profundidad, por ello se desplaza algunos metros más abajo (Figura II.II.1).

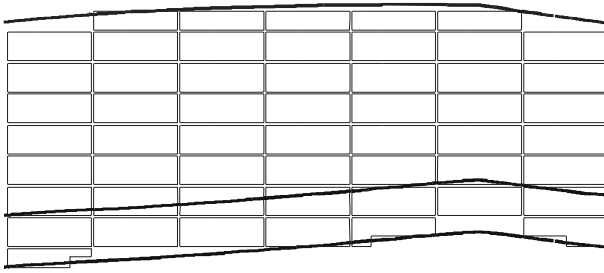


Figura II.II.1 Esquema de modelo geométrico y de bloques de 8.33 x 8.33 x 3 m visto en perfil donde se muestran: topografía, fondo del depósito y fondo desplazado cinco metros hacia abajo

Una estimación más precisa del fondo puede lograrse empleando como información auxiliar la superficie obtenida por interpretación de los radargramas o los datos de SEV-PI; se recomienda utilizar una de estas dos variantes:

- a) Krigage con drift externo
- b) Cokrigage con colocación

Ambos estimadores son exactos, pero debe tenerse extrema precaución en la calidad de los perfiles de georadar, teniendo en cuenta que la estimación en puntos no muestreados tenderá en mayor o menor medida a la forma de dicha superficie.

Para estimar con krigage con drift externo la superficie que define el drift debe ser más suave que el fondo real; esta condición no es necesaria para aplicar el cokrigage con colocación, en este caso solo debe cumplirse que exista correlación espacial entre la superficie real, medida en los pozos y aquella medida en los radargramas; de estos dos métodos el más apropiado es el cokrigage con colocación, el cual permite evaluar, a partir de los variogramas cruzados, hasta que punto la interpretación está en correspondencia con el fondo definido con los pozos. La ventaja de estos métodos es que no dependen de la magnitud de la variable secundaria o el drift externo, sino de su comportamiento en el espacio (Chilès y Delfiner, 1999).

Los límites implícitos en las proporciones de las litologías en las unidades de selectividad minera fueron utilizados para dar solución al problema de la complejidad de los contactos entre las distintas clases litológicas; como se muestra más adelante dichos límites forman parte del modelo matemático que describe el

comportamiento del hierro en el perfil laterítico y permite separar las poblaciones estadísticas de este metal.

II.II.III Modelo de bloques

El modelo numérico o de bloques no es más que el conjunto de soportes de volumen v sobre el cual se estiman o simulan las variables regionalizadas, por ejemplo, los contenidos de hierro; las variantes más utilizadas son:

- Modelo de paneles: generalmente representado en dos dimensiones, es regular y frecuentemente cada panel contiene varias unidades de selectividad minera; similar a este existe el *grid* o *seam model* (Gemcom©, 1999 y Lynx Mining Systems©, 1998); formado por paneles tridimensionales e irregulares solo en una de las tres dimensiones
- Modelo de bloques clásico: con paralelepípedos regulares de igual forma, orientación y tamaño, los que coinciden con la unidad de selectividad minera básica (Figura II.II.1); (Lynx Mining Systems©, 1998)
- Modelo de bloques irregulares o poligonales (Lynx Mining Systems©, 1998)
- Modelo con soporte puntual

En los yacimientos de menas lateritas de níquel y cobalto los más empleados son el modelo de paneles, definido como el área de influencia de pozos de la red espaciada a 33.33 m y el modelo de bloques clásico, con un soporte de 8.33 x 8.33 x 3.00 m (Figura II.II.1). El modelo puntual es empleado para obtener superficies o puntos de discretización de las unidades de selectividad minera.

II.III Estimación de variables

Los contenidos, las distribuciones estadísticas y las continuidades espaciales de los elementos químicos, en cada horizonte del perfil laterítico, difieren como consecuencia de los cambios en la composición mineralógica y otros factores que controlan el proceso de lateritización.

Este fenómeno adquiere mayor relevancia en el caso de los elementos mayoritarios (hierro, magnesio y sílice) y trae como resultado mezclas de poblaciones estadísticas

y geoestadísticas, que dificultan el análisis estructural y aumentan el error de las estimaciones; para mitigar su efecto se propone un modelo multivariado que considera los contenidos de hierro en cada grupo litológico como variables diferentes, una explicación teórica de dicho modelo se muestra a continuación.

II.IV Modelo general propuesto

Sea $Z(x)$ una función aleatoria, dígase los contenido de hierro, $p_i(x)$ la proporción de la litología i en el punto con vector de coordenadas x y $1_i(x)$ la función indicatriz correspondientes a la litología i , para separar las poblaciones estadísticas en el soporte puntual se propone la combinación lineal siguiente:

$$Z(x) = \sum_{i=1}^n p_i(x)Z_i(x) = \sum_{i=1}^n 1_i(x)Z_i(x) = Z_{i_0}(x)$$

considerando como conocidas las proporciones $p_i(x)$ el estimador queda:

$$Z^*(x) = \sum_{i=1}^n p_i(x)Z_i^*(x) = \sum_{i=1}^n 1_i(x)Z_i^*(x) = Z_{i_0}^*(x)$$

donde la función indicatriz se define como:

$$1_i = \begin{cases} 1 & \text{si } i = i_0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$Z_{i_0}^*(x)$ es el estimador de la variable aleatoria correspondiente a la litología i_0 en el punto x

Como puede verse el estimador $Z^*(x)$ no depende de las proporciones de las litologías ni de los indicadores, pero estos deben conocerse a priori en cada posición x , además, se deben considerar determinísticas.

Algunas de las propiedades de este modelo son:

La media:

$$E\{Z(x)\} = E\left\{\sum_{i=1}^n p_i(x)Z_i(x)\right\} = E\left\{\sum_{i=1}^n 1_i(x)Z_i(x)\right\} = E\{Z_{i_0}(x)\}$$

La varianza:

$$V\{Z(x)\} = V\left\{\sum_{i=1}^n p_i(x)Z_i(x)\right\} = V\left\{\sum_{i=1}^n 1_i(x)Z_i(x)\right\} = V\{Z_{i_0}(x)\}$$

La covarianza:

$$\begin{aligned} C(Z(x+h), Z(x)) &= C\left(\sum_{i=1}^n p_i(x+h)Z_i(x+h), \sum_{i=1}^n p_i(x)Z_i(x)\right) \\ &= C\left(\sum_{i=1}^n Z_i(x+h), \sum_{i=1}^n Z_i(x)\right) \\ &= \sum_{i=1}^n C(Z_i(x+h), Z_i(x)) + \sum_{i \neq j} C(Z_i(x+h), Z_j(x)) + \sum_{i \neq j} C(Z_j(x+h), Z_i(x)) \end{aligned}$$

El variograma:

$$\begin{aligned} \gamma(Z(x+h), Z(x)) &= \gamma\left(\sum_{i=1}^n p_i(x+h)Z_i(x+h), \sum_{i=1}^n p_i(x)Z_i(x)\right) \\ &= \gamma\left(\sum_{i=1}^n Z_i(x+h), \sum_{i=1}^n Z_i(x)\right) \\ &= \sum_{i=1}^n \gamma(Z_i(x+h), Z_i(x)) + 2\sum_{i \neq j} \gamma(Z_i(x+h), Z_j(x)) \end{aligned}$$

Dicho modelo puede ser implementado a partir del uso de las técnicas clásicas de la geoestadística multivariada para estimar o simular cada una de las n variables $Z_{i_0}^*(x)$; el problema está en como definir el modelo de covarianza si el sistema es puramente heterotópico y los variogramas experimentales cruzados no están definidos (Wackernagel, 1998, p. 159).

Para el soporte de bloques v el modelo se define como:

$$Z(v) = \sum_{i=1}^{n_i} p_i(v)Z_i(v)$$

$$Z^*(v) = \sum_{i=1}^{n_i} p_i(v) Z_i^*(v) = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^{n_i} \int_v p_i(x_0) Z_i(x) dx = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^{n_i} p_i(v) \int_v Z_i(x) dx$$

Donde $p_i(v)$ es conocido a priori y $\sum_{i=1}^{n_i} p_i(v) = 1$; además, para que el modelo sea válido se asume que las proporciones son homogéneas dentro del volumen v , es decir $p_i(x_o) = p_i(v) \forall x_o \in v$; dicha propiedad no es del todo realista, debido a que la composición litológica depende de la posición dentro del bloque.

Otro problema que se presenta en el modelo definido para el soporte de bloque es que el variograma y la covarianza media en v , y entre un punto y v dependen de las proporciones, las que solo reescalan la varianza, pero no transforman ni el alcance ni el modelo de variabilidad espacial, debido a la suposición $p_i(x_o) = p_i(v) \forall x_o \in v$; la demostración se muestra a continuación:

$$\bar{C}_{Fe_j Fe_k}(v, x) = Cov\{p_j(v) Fe_j(v), Fe_k(x)\}$$

considerando la definición:

$$\bar{C}_{Fe_j Fe_k}(v, x) = \frac{1}{V} \int_V Cov\{p_j(y) Fe_j(y), Fe_k(x)\} dy$$

considerando nuevamente que: $p_i(x_o) = p_i(v) \forall x_o \in v$

$$\bar{C}_{Fe_j Fe_k}(v, x) = p_j(v) \frac{1}{V} \int_V Cov\{Fe_j(y), Fe_k(x)\} dy$$

$$\bar{C}_{Fe_j Fe_k}(v, x) = p_j(v) Cov\{Fe_j(v), Fe_k(x)\}$$

De forma similar

$$\bar{C}_{Fe_j Fe_k}(v, v) = p_j(v) p_k(v) Cov\{Fe_j(v), Fe_k(v)\}$$

Partiendo de que dichas proporciones son homogéneas, si se obvian, el resultado de la estimación usando cokriging no se afecta, pero sí la varianza de estimación, lo que limita su empleo en las simulaciones; aunque, se supone que esta es igual a la varianza de estimación multiplicada por la proporción en el caso del cokriging simple.

Una solución práctica a este problema es emplear un modelo discretizado del soporte v , para que ni los estimadores $Z_{i_0}^*(x)$ ni las covarianzas dependan de las proporciones; en tal caso, la irrealista suposición de que $p_i(x_o) = p_i(v) \forall x_o \in v$ es innecesaria; la discretización se implementa usando puntos regularmente espaciados y con una densidad adecuada; los valores medios de la variable estimada en v se obtienen promediando los valores estimados en cada uno de los Q puntos de discretización.

II.V Estimación de los contenidos de los elementos químicos, según el modelo propuesto

El modelo propuesto en el acápite anterior tiene la particularidad de ser multivariado y puramente heterotópico, con un número de variables igual a la cantidad de grupos litológicos presentes en el depósito; las proporciones de las litologías se asumen conocidas a priori y no deben tener ninguna influencia en el sistema de ecuaciones de cokriging, para poder emplear software comerciales durante su implementación.

El cokriging se define partiendo del modelo general propuesto para el soporte puntual, el estimador es:

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n p_i(x_0) Z_i^*(x_0) = \sum_{i=1}^n 1_i(x_0) Z_i^*(x_0) = \sum_{i=1}^n 1_i(x_0) \sum_j^m \lambda_i^j Z_i^*(x_j)$$

como solo existe una litología i_0 en x_0

$$Z^*(x_0) = Z_{i_0}^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \sum_j^m \lambda_i^j Z_i^*(x_j)$$

$$\text{Donde } \sum_j^m \lambda_i^j = \begin{cases} 1 & \text{si } i = i_0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Éste es el estimador clásico de cokriging ordinario en soporte puntual, por lo que no depende de las proporciones de las litologías, a partir de él se deducen las ecuaciones que conducen al cokriging ordinario:

Condición de no sesgo:

$$\begin{aligned} E[Z^*(x_0) - Z(x_0)] &= E[Z^*(x_0) - Z_i(x_0)] \\ &= E\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \lambda_i^j Z_i^*(x_j) - Z_i(x_0)\right] \\ &= E[Z_i^*(x_0) - Z_i(x_0)] \\ &= 0 \end{aligned}$$

La varianza del error:

$$\begin{aligned} \sigma_E^2 &= E\left[\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \lambda_i^j Z_i^*(x_j) - Z_i(x_0)\right)^2\right] \\ &= E\left[\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m \lambda_i^j Z_i^*(x_j)\right)^2\right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{j=0}^{m_j} \sum_{p=0}^{m_p} \lambda_i^j \lambda_k^p C_{ik}(x_j, x_p) \end{aligned}$$

en términos de variogramas

$$\sigma_E^2 = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m \lambda_i^j \gamma_{ii_0}(x_j, x_0) - \gamma_{ii_0}(x_0, x_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{m_j} \sum_{p=1}^{m_p} \lambda_i^j \lambda_k^p \gamma_{ik}(x_j, x_p)$$

Esta covarianza del error es exactamente igual a la usada para deducir el sistema de cokriging ordinario clásico, por lo tanto, para implementar el método se pueden emplear software comerciales como ISATIS de Geovariances (www.geovariances.fr).

Un ejemplo:

Suponga que se quiere estimar el contenido de hierro en el punto $(Fe(x_0))$, conocemos a priori que en la posición x_0 la litología definida es la 2; también se conocen los valores de $Fe_1(x_\alpha)$ y $Fe_2(x_\beta)$; en notación matricial el sistema queda:

$$\begin{pmatrix} \gamma_{Fe_1}(x_\alpha, x_\alpha) & \gamma_{Fe_{1,2}}(x_\alpha, x_\beta) & 1 & 0 \\ \gamma_{Fe_{1,2}}(x_\alpha, x_\beta) & \gamma_{Fe_2}(x_\beta, x_\beta) & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{Fe_1(x_\alpha)} \\ \lambda_{Fe_2(x_\beta)} \\ -\mu_1 \\ -\mu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{Fe_{1,2}}(x_0, x_\alpha) \\ \gamma_{Fe_{2,2}}(x_0, x_\beta) \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

el estimador es:

$$Fe^*(x_0) = Fe_2^*(x_0) = \lambda_{Fe_1(x_\alpha)} Fe_1(x_\alpha) + \lambda_{Fe_2(x_\beta)} Fe_2(x_\beta)$$

y la varianza de cokriging es:

$$\sigma_{CK}^2 = \lambda_{Fe_1(x_\alpha)} \gamma_{Fe_{1,2}}(x_0, x_\alpha) + \lambda_{Fe_2(x_\beta)} \gamma_{Fe_{2,2}}(x_0, x_\beta) + \mu_2$$

Para estimar los contenidos medios de hierro en v , a partir del estimador puntual, se emplea un modelo de discretización regular (Figura II.V.1); los pasos a seguir son:

1. Se estiman los valores de hierro por litología en cada punto de discretización q , empleando cokriging ordinario puntual, con el estimador:

$$Fe_i^*(q) = \sum_{i=1}^n \sum_j^m \lambda_i^j Z_i^*(x_j)$$

$$\text{donde } \sum_j^m \lambda_i^j = \begin{cases} 1 & \text{si } i = i_0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

2. Se calculan las medias de los q valores estimados en el bloque v , para cada variable $Z_i^*(v)$.

$$E^*[Z_i^*(v)] \cong \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q (Z_i^q)^*(x_q) \quad \forall q \in v$$

3. Para obtener el estimador del contenido global de hierro en el soporte de bloques discretizado, según el modelo general propuesto, se emplea la expresión:

$$Z^*(v) = \sum_{i=1}^{n_i} p_i(v) E^*[Z_i^*(v)]$$

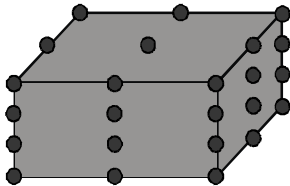


Figura II.V.1 Esquema de discretización regular del bloque v , con dimensiones 8.33 x 8.33 x 3 m

Es posible extender este método de cálculo a otros tipos genéticos de yacimientos, en tal caso, si los límites entre una litología y otra están bien definidos, para calcular la

media de $Z_{i_0}^*(v)$ solo se tienen en cuenta los puntos de discretización donde la litología es $D \subset R^n$.

Esta metodología también puede emplearse para simular los contenidos de hierro en el soporte v , en lugar de estimarlos; la varianza de las N realizaciones simuladas condicionalmente sirve como criterio sólido de la incertidumbre asociada a la estimación, la media debe converger a los valores krigeados.

Si las proporciones de las litologías también son simuladas, la incertidumbre se puede descomponer en aquella relacionada con la simulación de las litologías y la relacionada con la simulación de los contenidos de hierro, ambas pueden verse afectadas ligeramente por los valores de las muestras empleadas en el condicionamiento de las simulaciones.

Es importante destacar que las proporciones, consideradas como determinísticas, son realmente estimadas o simuladas y aportan un error extra, por lo que la metodología propuesta se recomienda solamente para los casos donde el error aumenta considerablemente a causa de las mezclas de poblaciones estadísticas, o se pretende tratar de conocer los contenidos asociados a cada litología en los bloques v .

Nótese que el hecho de lograr separar por litologías los contenidos, en una unidad de selectividad minera, constituye una mejoría importante en la calidad de la información que brindan los modelos; esto permite conocer en una mezcla de menas cuanto hierro, níquel u otro elemento químico modelado aporta cada litología. Dicho aspecto tiene especial relevancia para la planificación minera, pues el proceso metalúrgico no se comporta igual con dos volúmenes de material de composición mineralógica diferente, aunque los contenidos medios de algunos elementos químicos sea el mismo.

Este procedimiento es fácilmente extensible al campo de las simulaciones estocásticas, también es posible considerar el contexto IRF-k y la dicotomía del krigeage universal. Para el caso de la estimación con métodos no lineales, como el krigeage disyuntivo, no se tiene certeza de su aplicabilidad.

II.VI Procedimiento para determinar el modelo de variograma multivariado, en el caso de datos puramente heterotópicos

El modelo multivariado propuesto está definido sobre datos con heterotopía pura, por lo que resulta imposible calcular los variogramas experimentales cruzados (Wackernagel, 1998, p. 159); esto no implica la indefinición del modelo de variabilidad espacial; la heterotopía pura generalmente es un fenómeno circunstancial, dado por la medición de solo una variable del sistema multivariado $Z(x)$, en los puntos de medición con coordenadas x . Dicho sistema multivariado puede definirse como:

$$Z(x) = \sum_{i=1}^n 1_i Z_i(x)$$

En esta combinación lineal las funciones aleatorias $Z_i(x)$ están definidas en x , aunque no jueguen ningún papel sobre $Z(x)$.

Para obtener el modelo se propone un método basado en el principio de prueba y error; el procedimiento consiste en crear arbitrariamente un listado de modelos candidatos y seleccionar de ellos el que mejores resultados muestre en la validación cruzada, la solución no es única y el listado debe definirse cuidadosamente a partir de los criterios siguientes:

- Propiedades de los modelos multivariados de covarianza admisibles.
- Criterios orientativos, análisis del fenómeno físico y herramientas alternativas, como el seudo variograma cruzado.

II.VI.I Propiedades de los modelos multivariados de covarianza admisibles y ajuste del sistema multivariado

La geoestadística multivariada tiene varias especificidades, las que deben tenerse en cuenta para modelar la variabilidad espacial cruzada de las funciones aleatorias $Z_i(x)$. Los útiles fundamentales para esta tarea son:

1. La covarianza cruzada

a. Centrada

$$C_{ij}(h) = \text{Cov}[Z_i(x), Z_j(x+h)]$$

b. No centrada

$$K_{ij}(h) = E[Z_i(x)Z_j(x+h)]$$

2. La correlación cruzada

$$\rho_{ij}(h) = \frac{C_{ij}(h)}{\sigma_i \sigma_j}$$

3. El variograma cruzado

$$\gamma_{ij}(h) = \frac{1}{2} E[(Z_i(x+h) - Z_i(x))(Z_j(x+h) - Z_j(x))]$$

4. El seudo variograma cruzado

$$\psi_{ij}(h) = \frac{1}{2} E[(Z_j(x+h) - Z_i(x))^2]$$

La covarianza centrada no es afectada por la heterotropía, pero su estimador solamente es admisible bajo condiciones estrictas de estacionaridad de segundo orden y la media debe ser conocida; el seudo variograma cruzado, requiere que las FA $Z_i(x)$ sean estacionarias a distancia cero y próximas a la estacionaridad de segundo orden, además siempre es positivo. La práctica ha demostrado que en la mayoría de los casos el ajuste solo se logra a partir de los variogramas experimentales, directos y cruzados; las otras herramientas del análisis estructural tienen un carácter orientativo, algunas de sus ventajas y desventajas fueron discutidas en el acápite I.VI.II “*Principales técnicas geoestadísticas y sus particularidades*”

En la geoestadística multivariada la variabilidad espacial se modela bajo dos contextos fundamentales: la coregionalización intrínseca, caracterizada por una

matriz de coeficientes B y un modelo único de correlación espacial ($[B]\rho(h)$) y la lineal, la cual no es más que una combinación lineal de P términos del tipo $([B]\rho(h))_p$. En ambos casos la suma de las estructuras están acotadas por la desigualdad $b_{ii}b_{jj} - b_{ij}^2 \geq 0 \forall i,j$, lo que reduce considerablemente el campo de existencia de los posibles modelos que se probarán en la validación cruzada; la lista será pequeña, si se eligen variaciones groseras de cada uno de los miembros de las matrices B_p (Figura II.VI.1).

Atendiendo a esto, el procedimiento a seguir para modelar los variogramas multivariados en el contexto puramente heterotópico es:

1. Calcular los componentes directos de los variogramas experimentales multivariados.
2. Ajustarlos, bajo el modelo lineal o intrínseco de correogionalización, asignando correlaciones cruzadas nulas.
3. Realizar un análisis del fenómeno físico, e investigar otros indicadores como la covarianza y pseudo variograma cruzado, para determinar a priori el grupo de modelos que se comparará; recordando que si las estructuras directas no son estacionarias de segundo orden los estimadores de $\psi_{ij}(h)$ y $C_{ij}(h)$ serán altamente sesgados.
4. Definir el listado de estructuras que serán comparadas, considerando posibles iteraciones.
5. Realizar validación cruzada con cada uno de estos modelos y seleccionar el más adecuado.
6. Si resulta conveniente y evidente la convergencia hacia una estructura en específico se repite el procedimiento a partir de 4, tratando de refinar el modelo.

Varios modelos diferentes pueden dar resultados similares, no se conoce ningún teorema que demuestre la existencia de una solución única y la convergencia hacia esta; por otra parte, los variogramas cruzados pueden tener formas complejas debido a las posibles combinaciones de los coeficientes b_{ij}^p , esto también aumenta considerablemente el número de modelos candidatos.

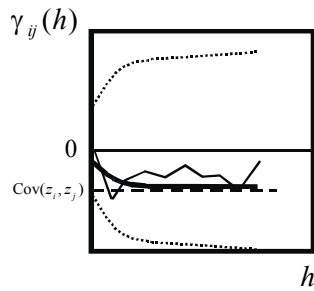


Figura II.VI.1 Ejemplo de variograma cruzado y su modelo. En líneas discontinuas se representa el límite de admisibilidad (modificado de Bleines, et al., 2004, p. 203)

II.VI.II Criterios orientativos para la selección de los parámetros de las estructuras cruzadas del modelo de variograma

Es posible reducir la cantidad de modelos a probar partiendo de los criterios siguientes:

- a) El fenómeno físico
- b) Herramientas de auxiliares para el análisis estructural.
- c) Modificación de la base de datos a una base de datos parcial o totalmente isotópica:
 - a. Por medio de una regularización
 - b. Por medio de un cambio de dimensión de los datos de los sondeos.

Dichos criterios no permiten obtener directamente los coeficientes b_{ij}^p de las estructuras cruzadas, pero brindan una idea de la correlación espacial y su signo; éstos son solo para orientar la selección a priori de los modelos.

Analizando el fenómeno físico, es decir, el comportamiento de los contenidos de hierro en el perfil laterítico, se puede asumir que la correlación espacial de dicha variable regionalizada es mayor en dos horizontes consecutivos, esta afirmación es particularmente cierta a medida que la transición de uno hacia el otro es más gradual.

Las herramientas auxiliares para el análisis estructural son aquellas con estimadores de la correlación espacial cruzada que están definidas para el caso heterotópico puro y permiten obtener una idea preliminar de la forma y el valor aproximado de la

meseta en el caso estacionario; entre ellas se destacan la parte simétrica de la covarianza cruzada y el pseudo-variograma cruzado.

Otra alternativa es la reconstrucción de la base de datos, pasando a dos dimensiones o regularizando las muestras; en el primer caso se toma la media de los contenidos de hierro por litología en cada pozo; en el segundo, se efectúa la regularización tratando de que coexistan al menos dos variables en una misma muestra. Estas variantes deben ser tratadas cuidadosamente pues tales artificios pueden mostrar estructuras falsas; en el método de regularización solo se revela, de forma artificial, el comportamiento en las zonas de contacto.

II.VII Estimación de las proporciones de las litologías en el volumen v

Las proporciones consideradas como conocidas y determinísticas en el modelo general realmente propuesto en el acápite II.IV, en realidad son desconocidas y aleatorias, por lo que es necesario estimarlas o simularlas a partir de la variable $L(x) = \{A, B, C, \dots, N_L\}$, la cual representa las clases litológicas en el depósito; para ello $L(x)$ debe ser transformada en una familia de indicadores (*random set*)

$$1_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } L(x) = L_i \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad \text{donde } i = 1, \dots, N_L$$

Las proporciones de cada litología en las unidades de selectividad minera pueden ser expresadas en términos de probabilidades a partir de la siguiente expresión:

$$P\{1_i(v) = 1\} = E\{1_i(v)\}$$

y se debe cumplir que:

$$0 \leq P\{1_i(v) = 1\} \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^{N_L} P\{1_i(v) = 1\} = 1$$

En el campo de las geoestadísticas existen dos contextos fundamentales para modelar las litologías:

- El kriging y la simulación de los indicadores
- La simulación en el contexto gaussiano y plurigaussiano truncado

Algunas propiedades de las familias de indicadores fueron discutidas en el acápite I.VI.II.V “*Geoestadística no lineal*”.

Muchas veces el kriging y la simulación de los indicadores no reproducen la textura real de las litologías y sus contactos, debido a que dichos aspectos no están incluidos en la definición y formulación matemática del método, aunque, son innumerables los ejemplos donde han sido empleados exitosamente para modelar yacimientos minerales y reservorios de petróleo y gas; otra desventaja es que son muy sensibles al muestreo selectivo, lo que implica que los sondeos de exploración deben cortar todos los horizontes del perfil laterítico y la roca tenderá a estar muy mal representada en las estimaciones, debido a su muestreo limitado.

Las gaussianas truncadas constituyen un enfoque más elaborado, el cual permite modelar depósitos formados por litologías con relaciones complejas. La idea básica es simular una variable gaussiana (modelo gaussiano truncado), o dos (modelo plurigaussiano) y luego, empleando el *rock type rule*, las proporciones locales y la correlación entre las gaussianas, se truncan y se reconvierten nuevamente a valores categóricos que representan las litologías.

Una explicación detallada de este método es mostrada por Armstrong, et al., 2003; su principal ventaja está en la capacidad de controlar la naturaleza y aspecto de los contactos entre las litologías, incluso, evita aquellos que no son admisibles; también puede reproducir la textura original del yacimiento simulado; en ocasiones es necesario combinarlo con otros métodos de simulación basados en objetos para modelar algunas litologías con características especiales, como los bloques flotantes, meandros y diques.

Los pasos básicos de la simulación plurigaussiana son:

1. Selección del tipo de modelo, definido por el *rock type rule*
2. Estimación de los valores de los parámetros necesarios para simular las litologías, éstos son:
 - a. Las proporciones verticales, para un nivel de referencia dado
 - b. Los variogramas plurigaussianos y sus modelos
3. Generar los valores de las gaussianas en los pozos de exploración empleando el *gibbs sampler*
4. Simular condicionalmente las gaussianas en una rejilla densa
5. Transformarlas nuevamente en variable categórica por truncado

El paso 4 se realiza con las herramientas tradicionales de la geoestadística, en ISATIS 5.1 está implementado usando el método de bandas rotantes mejorado. Teóricamente en esta etapa se pueden emplear todas las potencialidades de la simulación en el contexto gaussiano (Armstrong, et al., 2003), por lo que es posible:

- a) Cosimular las variables gaussianas empleando como variables secundarias los contenidos de los elementos mayoritarios del perfil laterítico.
- b) Cosimular con colocación las gaussianas empleando como variable colocada radargramas filtrados u otro dato geofísico que caracterice correctamente las litologías.
- c) Simular con drift externo, empleando como drift externo las mismas variables auxiliares del caso b).

Como la simulación plurigaussiana está implementada solamente para el soporte puntual, las proporciones se calculan a partir de un modelo discretizado de los bloques v , similar al mostrado en el acápite II.V (Figura II.V.1).

II.VIII Otros modelos

El modelo general propuesto para el soporte de bloques: $Z(v) = \sum_{i=1}^{n_i} p_i(v)Z_i(v)$, el cual separa las poblaciones con características desiguales, quizás pueda ser reemplazado por uno que disminuya el efecto de dichas diferencias; Martínez y Pérez, 2005, hacen una comparación de varios métodos, sin separar poblaciones

estadísticas, demuestran que los resultados son aproximadamente similares para el caso de estudio analizado (Bloque O48 del yacimiento de lateritas ferro-niquelíferas Punta Gorda), los métodos fueron:

1. Inverso del cuadrado de la distancia
2. Krigeage simple
3. Krigeage ordinario
4. Krigeage multigaussiano
5. Krigeage lognormal
6. Krigeage con modelo de spline
7. Simulación gaussiana secuencial
8. Simulación condicional por el método de bandas rotantes

Con los mismos datos también se probó el krigeage universal y el krigeage IRF- k, el primero resultó ser menos preciso y el segundo mostró valores similares a los obtenidos por los otros métodos, pero con errores extremos en zonas poco muestreadas y extrapoladas; por ello se considera que para encontrar modelos alternativos es necesario buscar en el contexto multivariado.

La precisión de las estimaciones pudiera mejorarse obviando las diferencias entre las poblaciones estadísticas, pero empleando un modelo de variabilidad espacial más robusto que explique de forma “implícita” el cambio de una población estadística a otra; tal modelo pudiera ser uno multivariado, donde se tenga en cuenta los elementos mayoritarios del perfil laterítico (Fe, Si, Mg y posiblemente Al).

También es posible, desde el punto de vista teórico, combinar ambos enfoques: separando los contenidos por litologías y considerando otros elementos químicos; se tendría entonces un sistema de $N \times M$ variado, donde N indica el número de poblaciones estadísticas y M el número de elementos químicos, éste sería mucho más informativo, pero demasiado complejo para modelar en el contexto de la coregionalización lineal, debido a la cantidad de estructuras cruzadas y directas existentes.

II.IX Conclusiones

- 1) Se muestra que el enfoque sistémico de la modelación de yacimientos minerales, formado por tres componentes básicos, el modelo geólogo-genético, el geométrico y el matemático, permite integrar de forma eficiente la información geológica durante la modelación matemática.
- 2) El modelo geólogo-genético puede ser expresado por medio de los modelos geométricos y matemáticos, y en especial, por el modelo matemático que describe el comportamiento del hierro en el perfil laterítico, si este es sencillo y representativo.
- 3) Los límites implícitos en las proporciones de las litologías constituye una novedad en cuanto a la geometrización de yacimientos con límites complejos; permite evitar la necesidad de modelar las complicadas, variables y mal definidas superficies que limitan cada horizonte del perfil laterítico, cuyo error de modelación es usualmente elevado.
- 4) El modelo matemático que se propone para describir el comportamiento del hierro en el perfil laterítico permite deducir un estimador que disminuye el error de estimación, a partir de la separación de los contenidos por litología. Debido a que la litología controla el comportamiento de los elementos químicos mayoritarios del perfil laterítico, este modelo puede ser generalizado al caso del magnesio y la sílice; además, brinda un mayor grado de información, pues permite conocer los contenidos asociados a cada litología en la unidad de selectividad minera.
- 5) El método interactivo propuesto para modelar los variogramas multivariados a partir de datos con heterotopía pura permiten realizar el cokrigeage en el caso heterotópico puro, considerado hasta entonces sin solución.
- 6) Se propone, como método geoestadístico más apropiado para modelar las litologías, la simulación en el contexto gaussiano truncado, el cual nunca antes se ha utilizado para modelar los yacimientos ferro-niquelíferos cubanos y no se tiene referencia de su aplicación en otros yacimientos similares, de otras regiones del mundo; su efectividad puede ser mejorada a partir del empleo de variables auxiliares densamente muestreadas (GPR y SEV-PI)
- 7) La discretización de las unidades de selectividad minera, que se propone, permite estimar las proporciones de las litologías simuladas en el contexto gaussiano

truncado, además posibilita el uso de softwares comerciales para implementar los estimadores deducidos a partir del modelo matemático que se definió para describir el comportamiento del hierro en el perfil laterítico.

Capítulo III Modelación de los contenidos de hierro en un sector del yacimiento Moa Oriental

III.1 Introducción

El yacimiento Moa Oriental está situado en el municipio Moa, al noreste de la provincia de Holguín (Figura III.1.1); está concesionado a la empresa Comandante Pedro Soto Alba (Moa Nickel S.A.), quien extrae el níquel y el cobalto empleando la tecnología PAL, por lo que generalmente solo se explotan las limonitas, aunque, se ha considerado la posibilidad explotar las menas saprolíticas, como parte de un proceso de expansión de dicha empresa.

La minería se realiza a cielo abierto por el método de bancos, los que tienen tres metros de altura y están seccionados en bloques o unidades de selectividad de 8.33x8.33x3.00 m; los contenidos de hierro modelados en dicho soporte se utilizan para controlar la calidad de la masa mineral, pero el error con que se estiman se incrementa considerablemente a causa de su desigual comportamiento en las distintas clases litológicas que componen el perfil laterítico.

Para este trabajo se seleccionó un sector de un kilómetro cuadrado de superficie, situado al oeste del yacimiento, donde se comenzó a minar recientemente; en esta zona coexisten tres campañas de exploración, por lo que la densidad de pozos es bastante alta, la primera se efectuó por la empresa Geominera de Oriente a partir del 1985, con una red regular cuadrada de 33.33 m de espaciado (R33); las campañas subsiguientes fueron realizadas por la empresa Pedro Soto Alba quien inicia en el 1999 a perforar una red con pozos separados a 66.66m (R66) centrados en R33 y en el año 2000 otra densificación hasta aproximadamente 16.66m (R16), ésta última solo para el área donde se planificó iniciar la explotación minera.

La arquitectura de las redes de pozos de estas campañas se muestra en la Figura III.1.2, las dos últimas fueron perforadas solamente hasta el tope de las saprolita y los ensayos se efectuaron para las muestras ubicadas en los horizontes de interés industrial, debido a razones económicas; la red R33 corta el depósito en toda su

potencia, pero en ella solo se analizaron los contenidos de Co, Fe, Ni y se describió la litológica.

Para analizar los contenidos de hierro se emplearon tres técnicas analíticas diferentes: absorción atómica, espectroscopia de fluorescencia de rayos X e ICP, sin embargo, los valores de hierro medidos son comparables y las tres campañas de exploración son empleadas en la modelación (Anexo III: “*Reconciliación de los datos*”)

Antes de utilizar estos datos se chequeo cuidadosamente la existencia de posibles errores y duplicados. En la Tabla III.I.1 se muestran los códigos litológicos locales y sus categorías equivalentes en el contexto internacional; la caracterización de las muestras obtenidas durante la perforación se realizó de forma visual.

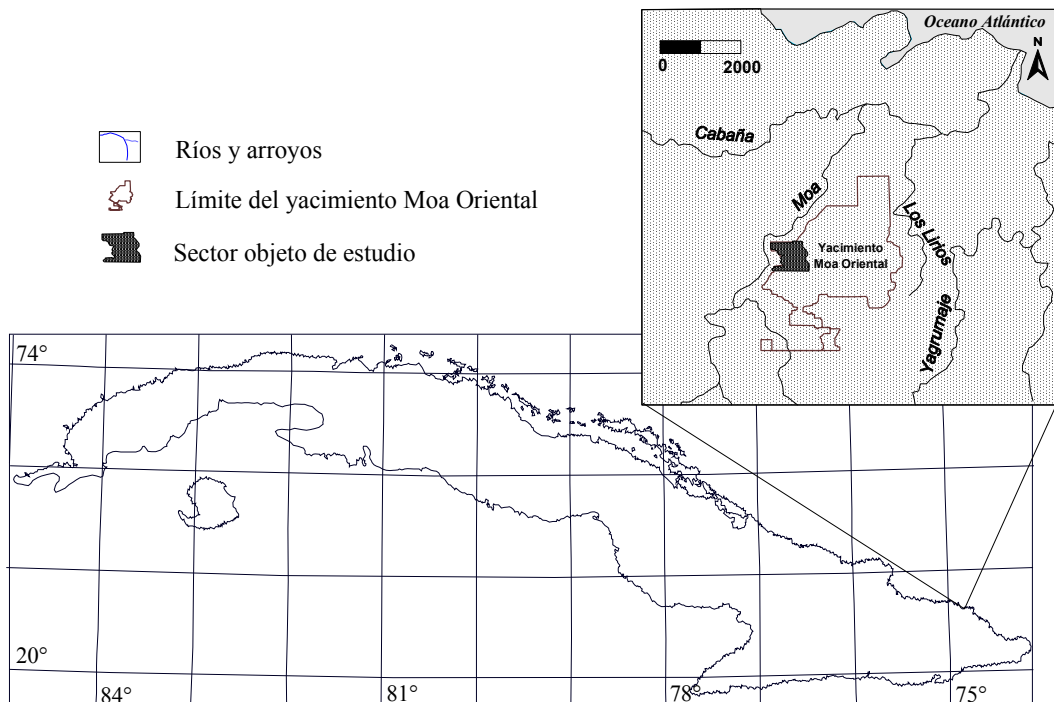


Figura III.I.1 Esquema con ubicación geográfica del sector objeto de estudio.

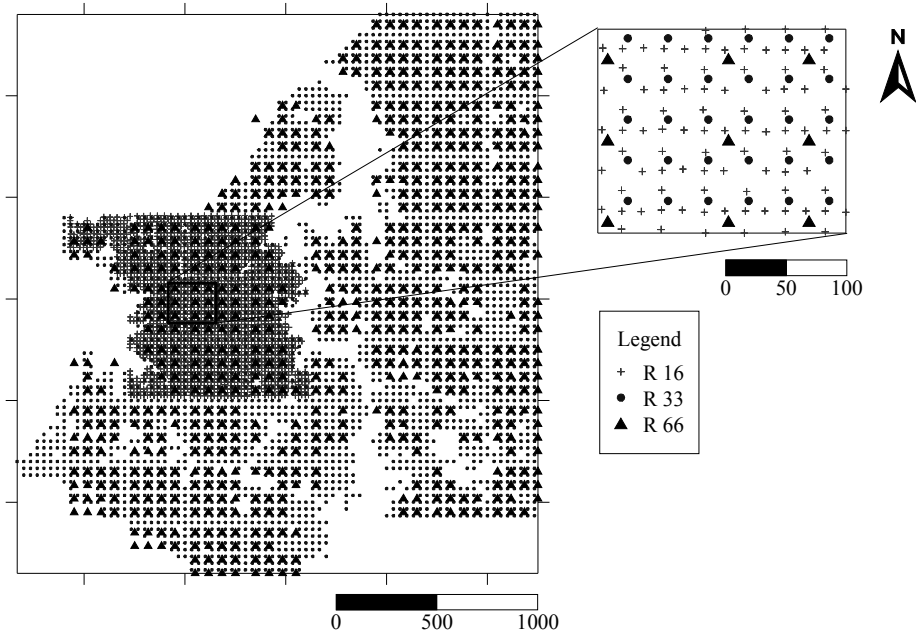


Figura III.I.2 Plano de datos reales del área de estudio

Tabla III.I.1 Códigos litológicos

Código litológico	Clasificación Local	Equivalente internacional
1	Ocres Inestructurales con Perdigonos	Ferricreta y cobertura limonítica
2	Ocres Inestructurales sin Perdigonos	Limonita
3	Ocres estructurales Finales	
4	Ocres estructurales Iniciales	Saprolita
5	Serpentinitas alteradas	
6	Rocas básicas alteradas	Roca madre
7	Serpentinita dura	
17	Harzburguita	
47	Dunita	

III.II Análisis estadístico

El análisis estadístico es una herramienta que permite comprender el comportamiento de las variables estudiadas y algunos aspectos geológicos; además, es una etapa inviolable de cualquier estudio geoestadístico, por las implicaciones que pueden tener la varianza, la media y la distribución en el análisis estructural y la adecuada selección de los métodos de estimación y simulación.

III.II.I Calidad de los datos

Se analizaron las cualidades de las base de datos que pueden influir negativamente en las subsiguientes etapas de la investigación, una de ellas es la existencia de tres campañas de exploración perforadas, descritas y analizadas por compañías, laboratorios y técnicas analíticas diferentes. Para determinar si es posible emplearlas a todas se realizó un análisis del grado de similitud de la información referente a los contenidos de hierro y la litología, los resultados se muestran en el Anexo III.

La longitud predominante de las muestras ensayadas, de las tres campañas de perforación, es de aproximadamente un metro (Tabla III.II.1), por lo tanto, para estimar o simular los contenidos de hierro no es necesaria la regularización; aunque, en el basamento las muestras suelen ser pequeñas, debido a razones económicas y técnicas.

En las campañas de exploración R16 y R66, el escombros superior no es ensayado y los testigos de perforación pueden alcanzar hasta dos y tres metros de longitud; los pozos de estas dos campañas solo llegan hasta los primeros metros de la litología 4, por lo tanto, la densidad de muestras con información de los contenidos de hierro, en la dirección vertical, aumenta hacia los horizontes con litologías 2 y 3; esto se conoce como clusterización de los datos (del inglés clustering) y puede introducir errores durante la modelación de los contenidos de hierro y las litologías.

Las litologías están descritas en muestras de diferente tamaño, las que pueden ser cortas hacia la clase litológica L7 y muy largas hacia la litología 1, por lo que se recomienda realizar la discretización de los intervalos muestreados, a un metro de longitud, antes de modelar esta variable.

Las rocas del basamento están mal caracterizadas, con respecto a la descripción litológica, además, las perforaciones solo cortan unos pocos metros bajo el límite inferior de las saprolitas; al modelar las litologías esto puede afectar los resultados, teniendo en cuenta que las proporciones juegan un papel importante en la simulación gaussiana truncada y pueden afectar la estimación de las indicatrices; la diferencia entre las proporciones de las distintas clases litológicas también puede provocar

errores de estimación sistemáticamente localizados en los horizontes menos potentes del perfil laterítico.

Tabla III.II.1 Resumen de la longitud de los intervalos de muestreo por campaña de exploración

Campaña de exploración	Longitud del intervalo de muestreo (L) en metros	Frecuencia (%)	
		Muestras ensayadas	No ensayadas
R 33	$0.00 < L \leq 0.60$	2.22	-
	$0.60 < L \leq 1.12$	97.27	-
	$1.12 < L \leq 1.18$	0.00	-
	$1.12 < L \leq 3.00$	0.50	-
	$L > 3.00$	0.00	-
	$L = 1.00$	96.73	-
	Total	100	-
R 16	$0.00 < L \leq 0.60$	2.76	3.51
	$0.60 < L \leq 1.12$	96.31	47.47
	$1.12 < L \leq 1.18$	0.16	3.10
	$1.12 < L \leq 3.00$	0.04	31.48
	$L > 3.00$	0.00	14.14
	$L = 1.00$	93.92	46.34
	Total	100.00	100.00
R 66	$0.00 < L \leq 0.60$	4.51	4.47
	$0.60 < L \leq 1.12$	93.46	26.81
	$1.12 < L \leq 1.18$	0.00	0.00
	$1.12 < L \leq 3.00$	1.91	35.75
	$L > 3.00$	0.12	32.97
	$L = 1.00$	90.77	25.22
	Total	100.00	100.00

III.II.II Estadística descriptiva general

Para el análisis estadístico se consideró R33 como una muestra representativa, donde no se pone de manifiesto el muestreo preferencial introducido por los pozos de las campañas de exploración R16 y R66, los que causan sesgo en los estimadores de los estadígrafos (Tabla III.II.2); otra fuente de sesgo es la existencia de mezcla de poblaciones estadísticas, bien representada en la bimodalidad de los histogramas (Figuras III.II.1 y III.II.4).

Tabla III.II.2 Estadística descriptiva de los contenidos de hierro

	Fe	Fe en R33
Número de valores	53063	36012
Mínimo	3.00	3.00
Máximo	57.40	57.40
Media	39.03	35.66
Mediana	47.10	46.00
Primer cuartil	37.20	16.30
Tercer cuartil	49.00	48.50
Varianza	253.00	313.30
Desviación estándar	15.906	17.70
Coefficiente de variación	0.41	0.50
Coefficiente de asimetría	-1.34	-0.90
Curtosis	4.08	-1.00
Estadígrafo de Kolmogorov-Smirnov (K-S)	0.29	0.27
Valor crítico del estadígrafo K-S, alpha=.10	0.005	0.01
Valor crítico del estadígrafo K-S, alpha=.05	0.006	0.01
Valor crítico del estadígrafo K-S, alpha=.01	0.007	0.01

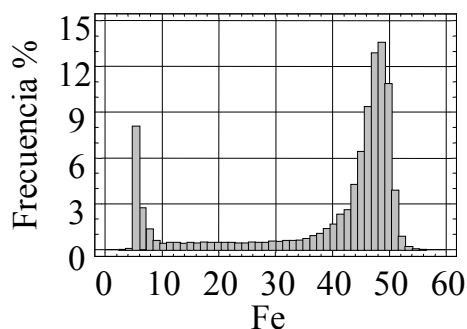


Figura III.II.1 Histogramas de los contenidos de hierro en R 33

III.II.III Análisis estadístico de las litologías

La principal característica a describir en la variable litología es la proporción que ocupa cada clase en el yacimiento, éstas se calcularon empleando R33 (Tabla III.II.3); se revela que el predominio de limonitas (litología 1, 2 y 3) es una característica distintiva de este depósito, donde las saprolitas solo representan un 5% de la potencia total, medida en los pozos.

Para simplificar algunos cálculos las litologías se reorganizaron en 4 grupos, con similar comportamiento de los contenidos de hierro (Anexo II):

- L1, correspondiente a la litología 1 y 2 (OI)
- L3, correspondiente a la litología 3 (OEF)
- L4, correspondiente a la litología 4 y 5 (OEI)
- L7, correspondiente a la litologías 7, 17 y 47 (rocas ultrabásicas)

Tabla III.II.3 Proporciones de las litologías

Litología	Proporción en R 33 (%)	Proporción sin roca madre en R 33 (%)
1	23.62	30.12
2	17.57	22.40
3	33.27	42.42
4	3.97	5.06
7	0.09	-
17	20.71	-
47	0.78	-
L1	41.19	52.52
L3	33.27	42.42
L4	3.97	5.06
L7	21.58	-

En la Figura III.II.2 se muestra la posición típica en profundidad de cada una de las litologías y la estrecha relación que éstas tienen con los elementos mayoritarios; en algunos lugares el perfil puede estar incompleto.

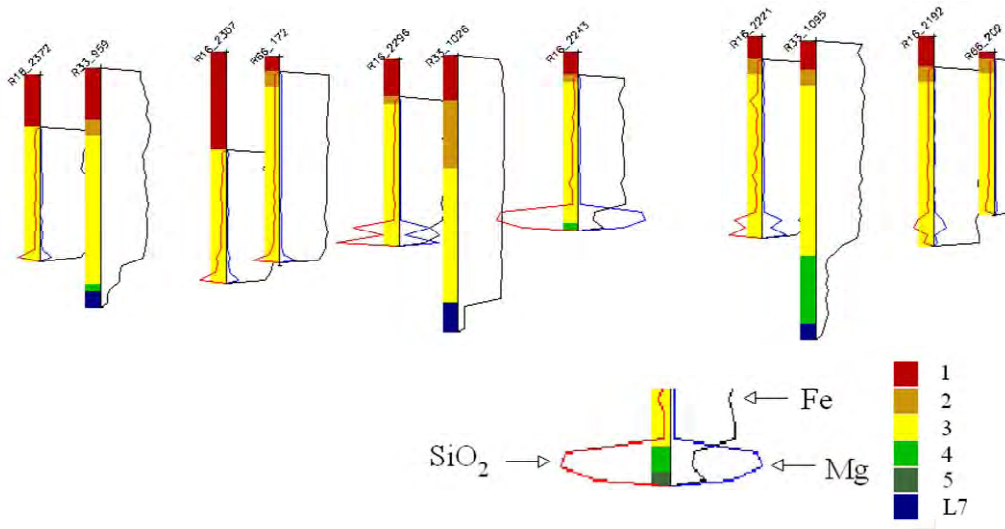


Figura III.II.2 Ejemplo de la posición típica de las litologías en el perfil y el comportamiento de los elementos mayoritarios

III.II.IV Análisis estadístico de los contenidos de hierro por litologías

Debido a la existencia de mezcla de poblaciones estadísticas de los contenidos de hierro, revelada por la bimodalidad su histograma (Figura III.II.1) y el desigual comportamiento en los horizontes del perfil laterítico (Figura III.II.2), para el análisis estadístico éstos se separan por clases litológicas, haciendo más robustos los estimadores de los estadígrafos mostrados en la Tabla III.II.4.

Para facilitar la interpretación de los resultados se muestran las variaciones de la media y la varianza por litología en la Figura III.II.3, los contenidos de hierro decrecen de L1 a L7, los grupos más variables son L3 y L 4; nótese además la considerable diferencia entre la varianza de los datos globales y los separados por litologías (Tabla III.II.4); aunque la prueba de Kolmogorov-Smirnov indica que los datos separados no son normales la similitud de las medidas de tendencia central indican una mayor proximidad a la distribución gaussiana, en comparación con el hierro global (Tabla III.II.4).

Un criterio más informativo sobre el comportamiento del hierro en cada clase litológica lo brinda la superposición de sus histogramas, calculados con los mismos rangos de clases (Figura III.II.4); de esta manera se refleja la existencia de dos poblaciones principales, constituidas por el hierro correspondiente a las litologías oxidadas (L1 y L3) y el horizonte más rico en sílice (L7). También es posible definir una población con características intermedias representada por las saprolitas (L4); otro aspecto a destacar es la existencia de un pequeño porcentaje de hierro en L3 y L4 donde la separación no ocurre del todo bien y sus histogramas se cruzan.

Se considera que la separación en los grupos L1, L3, L4 y L7 es lo suficientemente detallada para evitar las mezclas poblacionales estadísticas.

Tabla III.II.4 Resumen estadístico de los contenidos de hierro por litología

Litología	Fe por litología en R 33				Fe global en R33
	L1	L3	L4	Basamento (L7)	
Número de valores	18361	23837	1789	7721	36012
Mínimo	12.10	8.70	4.30	3.00	3.00
Máximo	57.40	56.40	50.90	49.40	57.40
Media	47.38	44.51	16.07	6.21	35.66
Mediana	48.30	47.60	12.40	6.00	46.00
Primer cuartil	46.30	44.00	8.50	5.80	16.30
Tercer cuartil	49.70	49.00	21.60	6.50	48.50
Varianza	16.83	63.86	100.3	1.36	313.30
Desviación estándar	4.10	7.99	10.01	1.17	17.70
Coefficiente de variación	0.09	0.18	0.62	0.19	0.50
Coefficiente de asimetría	-3.06	-2.11	1.30	19.77	-0.90
Curtosis	16.05	3.92	1.14	658.47	-1.00
Estadígrafo de Kolmogorov-Smirnov	0.15	0.24	0.15	0.20	0.27
Valor crítico K-S, para alpha=.01	0.01	0.01	0.04	0.02	0.01

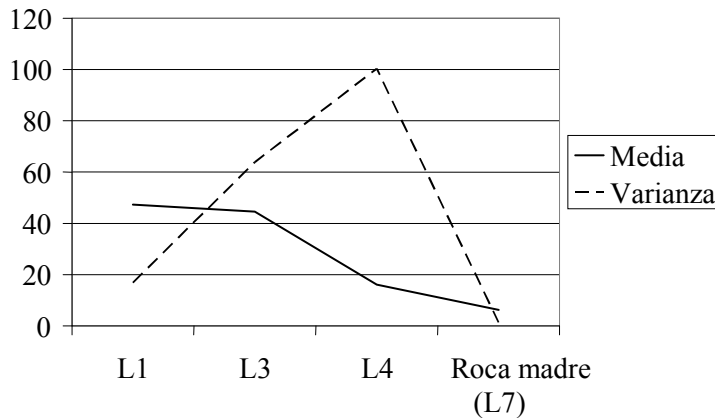


Figura III.II.3 Media y varianza de los contenidos de hierro por litología

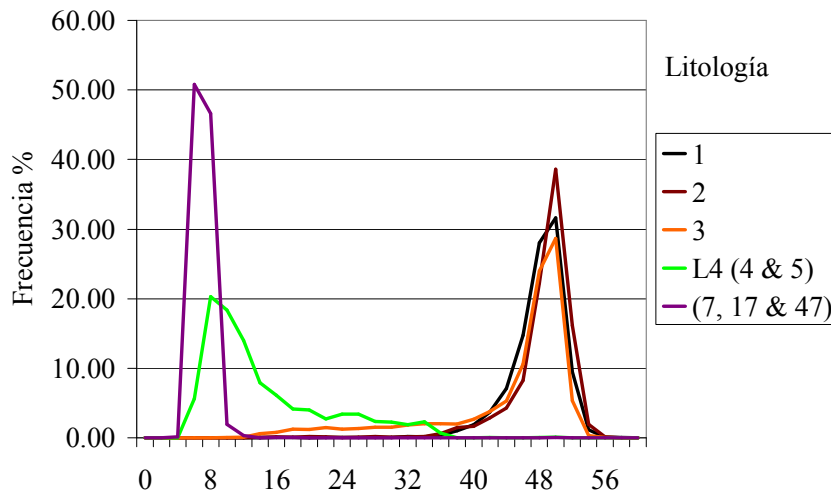


Figura III.II.4 Histograma de los contenidos de hierro separados por litología, empleando R 33

III.III Modelo geométrico

El modelo geométrico tiene dos fines fundamentales:

1. Definir el dominio D que ocupa el depósito, cuyos límites físicos son posibles de determinar, con el objetivo de disminuir el número de cálculos y extrapolaciones innecesarias y rectificar el volumen de las unidades de selectividad minera cortadas por el fondo y techo del depósito
2. Limitar las poblaciones estadísticas con características similares; en este caso, según el modelo propuesto, se usan límites implícitos en las proporciones que ocupan las litologías en las unidades de selectividad minera.

En este acápite se trata el primer caso, donde los límites se definen a través de las superficies del techo y el fondo del depósito, en el área que ocupa el modelo de bloques; éstas se modelan en rejillas regulares finas que se denominan Modelo Digital del Terreno (MDT) y Modelo Digital del Fondo (MDF).

Para obtener el MDT es preferible emplear datos topográficos tomados adecuadamente sobre el terreno. Martínez, et al., 2003, muestran algunos problemas que comúnmente ocurren cuando solo la cota de la boca de los pozos es usada para este propósito, a causa de la falta de representatividad de dicha información, la que

usualmente es tomada sobre el relieve modificado. Lamentablemente, durante el procesamiento de los datos solo se contó con este tipo de información topográfica; para disminuir al máximo los errores asociados a la mala calidad de las mediciones se empleó la combinación de datos de R33 y 66, correspondiente a toda el área del yacimiento, la cual brinda los mejores resultados en la validación cruzada (Anexo I).

Para estimar el MDT se calcularon los variogramas direccionales, estos mostraron una marcada ausencia de estacionaridad (Figura III.III.1), por ello la topografía es modelada bajo el contexto IRF-k; el ajuste se realizó empleando la metodología propuesta por Bleines, et al., 2004, p.577, con vecindades de búsqueda de 100, 200 y 1000 m, 8 sectores angulares y 10 puntos de medición como óptimo para cada sector; los detalles se muestran en las Tabla III.III.1 y III.III.2 (solo para la vecindad de 200 m, la que mostró los mejores resultados); para evaluar dicho modelo se realizó una validación cruzada, el error medio experimental para datos robustos fue de -0.01 y la varianza de 1.0.

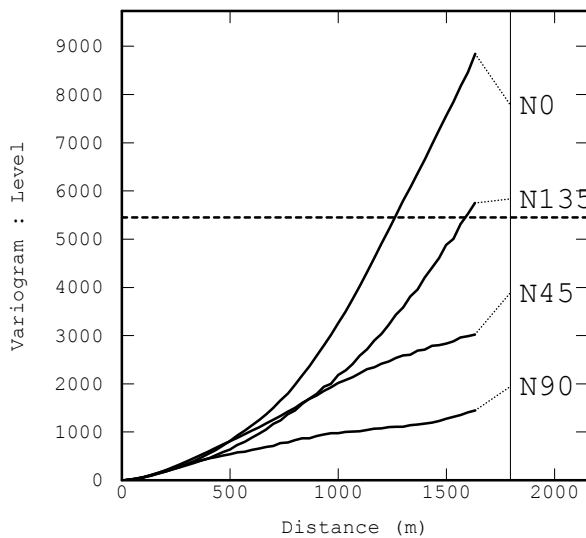


Figura III.III.1 Variograma no estacionario, calculado con un espaciado (lag) de 33.33 m y cuatro direcciones

El resultado de la estimación del MDT empleando krigeage IRF-k se muestra en la Figura III.III.2; este método es extremadamente sensible a las extrapolaciones, por ello se anularon los nodos con altos valores de varianza de estimación.

El fondo del depósito también fue modelado bajo el contexto IRF-k, pero en la definición del modelo fue incluida la topografía como drift externo, esto garantiza que la superficie resultante sea menos rugosa; el ajuste se realizó con el mismo procedimiento usado en el caso anterior, la covarianza y el drift seleccionados fueron:

Drift: 1 x y x2 xy y2; Drift Externo (Topografía)

Covarianza: Covarianza Generalizada de tipo Spline

La varianza del error en la validación cruzada de los puntos que definen el fondo del depósito fue de 10.39; debido a su alta variabilidad se decidió desplazar dicha superficie 5 metros hacia abajo; los volúmenes de las unidades de selectividad minera que se encuentran próximos a ella se rectifican a partir de las proporciones de roca madres.

Tabla III.III.1 Estructuras probadas para el ajuste de la covarianza generalizada

S1 : Efecto Pepita	$C(h) = \begin{cases} C(0) & \text{if } h = 0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$
S2 : Covarianza Generalizada Orden-1	$K(h) = b h ^1$
S3 : Covarianza Generalizada Spline	$K(h) = b_s h ^{2n} \ln(h)$
S4 : Covarianza Generalizada Orden-3	$K(h) = b h ^3$

Para chequear los resultados de las estimaciones del MDT y el MDF se calculó la potencia, la cual no debe ser negativa y se compararon dichas superficies con los pozos que no se tuvieron en cuenta en la estimación.

Tabla III.III.2 Prueba para selección de las estructuras de covarianza, con vecindad de 200 m

Rank medio	Media del error	Varianza del error	Drift probado
2.4	-0.014	7.884	1 x y x2 xy y2 x3 x2y xy2 y3
2.7	-0.037	8.537	1 x y x2 xy y2

Etapa de identificación de la covarianza				
Puntuación	Estructura 1	Estructura 2	Estructura 3	Estructura 4
0.99642	0	0.51974	1181.9	0
0.99615	0.0046854	0	1186.1	0
0.99594	0	0	1187.2	0

- Estructura descartada: Efecto Pepita				
- Estructura descartada: Covarianza Generalizada Orden-3				

*** Los resultados no relevantes fueron excluidos

*El drift y la covarianza generalizada seleccionada fueron:

Drift: 1 x y x2 xy y2 x3 x2y xy2 y3

Covarianza: C.G. Orden-1, C.G. Spline

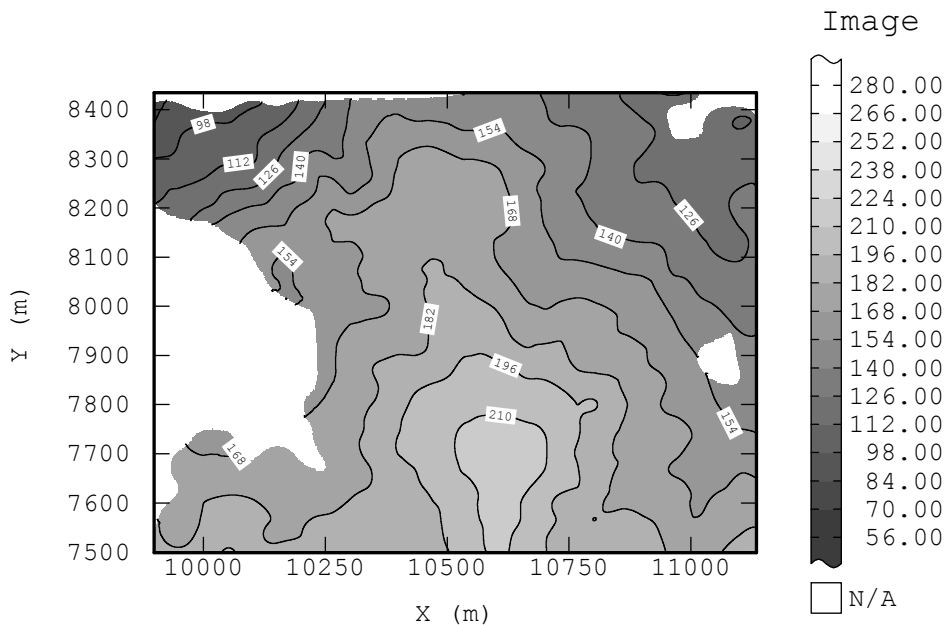


Figura III.III.2 MDT obtenido con krigeage IRF-k, empleando cotas de los pozos R33 y R66

III.IV Modelo matemático

Este modelo comprende las partes siguientes:

1. El soporte v .
2. El modelo matemático que explica de forma general el comportamiento del hierro en el depósito.

3. La estimación de los contenidos de hierro, según el modelo matemático general, el cual incluye además las proporciones de las litologías en el soporte v.

La modelación depende de las características específicas del depósito, la calidad y cantidad de los datos disponibles y los intereses de la industria; algunos de estos aspectos fueron discutidos, pero se debe destacar que los contenidos de hierro cambian de una litología a otra; dichas litologías tienen como tendencia un orden que va desde L1 en el tope del perfil hasta L7 en la base.

El depósito es similar a un gran manto estratificado y plegado, cuyos pliegues siguen la superficie topográfica; el intervalo de muestreo es de un metro y la distancia mínima entre pozos es de 11.30 m. En la planta metalúrgica solo es procesado el material blando, preferentemente limonítico, las saprolitas se tienen en cuenta considerando que se prevé su explotación en un futuro próximo; el material duro, con alta granulometría es eliminado por un proceso de cribado.

El modelo de bloques de 8.33x8.33x3.00 m se definió a partir de la discretización de paneles cuadrados de 33.33m, centrados en los pozos de R33, su arquitectura se muestra en la Figura III.IV.1.

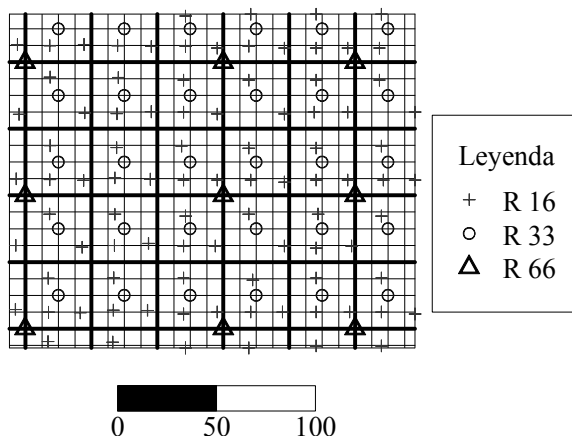


Figura III.IV.1 Arquitectura del modelo de bloques; con líneas continuas gruesas se muestran los paneles cuadrados centrados en R33, con línea fina la vista en planta de los bloques de 8.33x8.33x3.00m

III.IV.I Análisis estructural

En esta etapa de la modelación se hace una disertación de las funciones que describen el comportamiento espacial de las variables aleatorias de los contenidos de hierro; dicho comportamiento puede estar enmascarado por la morfología del depósito y por la influencia de la mezcla de poblaciones estadísticas, así como, por el carácter puramente heterotópico de la data que describe el modelo general propuesto en el acápite II.IV.

Los variogramas experimentales se calcularon en las direcciones horizontales hasta una distancia de 1000 m, a lo largo de 4 direcciones con tolerancia angular de 22.5°, espaciado (*lags*) de 66.66 y 33.33 m y corte vertical (*slicing heigh*) de 0.5 m; en la dirección vertical el cálculo se realizó a lo largo de las líneas de pozos con *lag* de 1 m.

Teniendo en cuenta la morfología del depósito se emplearon dos bases de datos: una en el sistema de referencia original (denominada “datos plegados”) y otra donde la cota de la boca de los pozos han sido desplazadas a un plano horizontal con altitud cero (“datos desplegados”) (Legrá, 1999).

Las variables utilizadas fueron los contenidos de hierro en L1, L3, L4 y global, para todas ellas no se detectó una anisotropía importante en la dirección horizontal, especialmente en los variogramas con datos desplegados, por ello, a lo largo de este plano se recalcularon con una sola dirección y tolerancia angular de 90°.

Las diferencias entre los variogramas horizontales calculados con los datos desplegados y plegados se muestran en la Figura III.IV.2; se aprecia claramente que con el despliegue disminuyen los drift y la varianza a larga distancia, debido a que la correlación máxima se obtiene para las muestras que están en el mismo nivel horizontal del sistema transformado, las que mayoritariamente corresponden al mismo horizonte del perfil laterítico. Otra ventaja del despliegue de datos es que la cantidad de pares por *lag* aumenta.

En la Figura III.IV.2 también se muestra que el variograma del contenido global de hierro, con mezcla de poblaciones estadísticas, sobrestima la variabilidad espacial (compárese las varianzas) e introduce un drift “artificial”. Se puede afirmar que la clase litológica L3 no separa del todo las poblaciones estadísticas mezcladas, tal y como se muestra en el Anexo III y la Figura A. 6, aunque el efecto de dicha mezcla es menos severo en este caso.

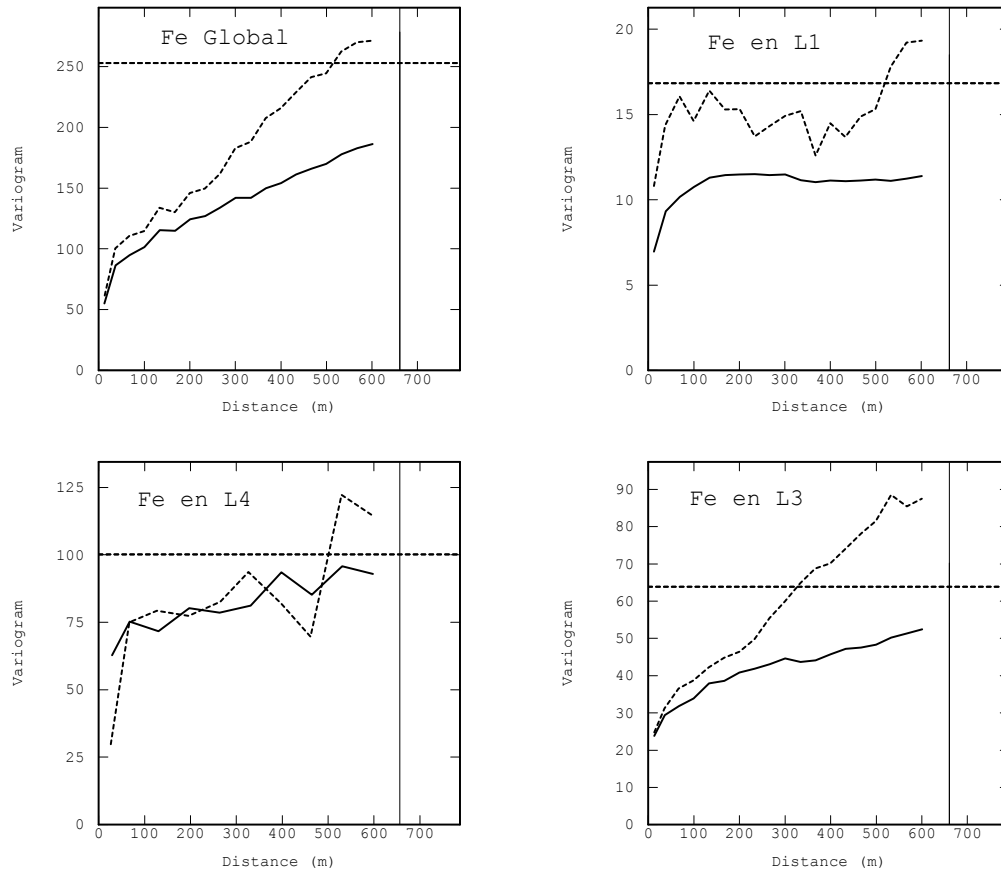


Figura III.IV.2 Variograma experimental horizontal de los contenidos de hierro, de los datos plegados (líneas discontinuas) y datos desplegados (líneas continuas)

Con esta transformación los variogramas verticales no cambian, pues son calculados a lo largo de las líneas de los pozos (Figura III.IV.3).

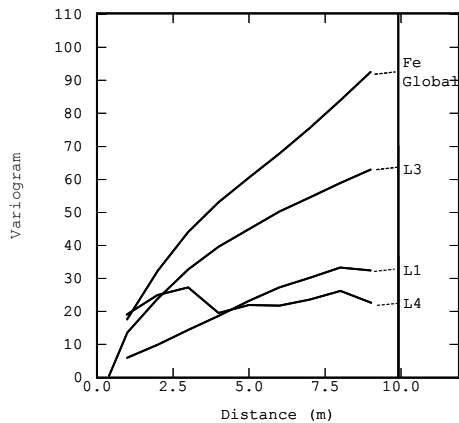


Figura III.IV.3 Variogramas verticales, calculados a lo largo de la línea de los pozos

III.IV.I.1 El problema de la heterotopía pura de los datos

El modelo general propuesto para describir el comportamiento de los contenidos de hierro en el perfil laterítico está definido a partir de las combinaciones lineales:

$$Fe(x) = p_1(x)Fe_1(x) + p_3(x)Fe_3(x) + p_4(x)Fe_4(x)$$

$$Fe(v) = p_1(v)Fe_1(v) + p_3(v)Fe_3(v) + p_4(v)Fe_4(v)$$

Dicho modelo está caracterizado por una base de datos con heterotopía pura, por lo que para modelarlo se siguió la metodología propuesta en el acápite II.VI.

Usando los datos desplegados se calculó el variograma experimental multivariado compuesto por las variables Fe_1 , Fe_3 y Fe_4 , correspondientes a los contenidos de hierro en L1, L3 y L4 respectivamente; en dicho variograma las estructuras cruzadas no están definidas a causa de la heterotropía; para modelarlo se adopta el modelo lineal de coregionalización, donde los coeficientes b_{ij}^p de las estructuras directas se ajustaron de la forma tradicional.

Para ajustar las estructuras cruzadas se emplearon dos variantes (acápite II.VI):

- a) el método interactivo
- b) y ajuste a partir del variograma de los datos transformado por regularización a intervalos de muestreo de 2m.

Como criterio para comparar los modelos candidatos se emplean los errores obtenidos con validación cruzada; pero la validación cruzada clásica es un procedimiento poco robusto en este caso, debido a que da un alto peso a las muestras que están encima y debajo de las que se estiman, generalmente todas pertenecen al mismo pozo y el modelo en la dirección horizontal influye muy poco en los resultados. Para solucionar este problema se empleó la validación cruzada de tipo jackknife, para ello se extrajo poco más de 100 pozos localizados de forma esparcida en toda el área estudiada (Figura III.IV.4) y se estimó en ellos usando un listado de modelos candidatos, donde se incluye el univariado de los contenidos de hierro; la vecindad de búsqueda se definió como un elipsoide de 200m de radio en la horizontal y 40m en la vertical, 8 sectores angulares, un óptimo de 10 muestras por sector y para el caso de la estimación con cokriging se activó la búsqueda heterotópica.

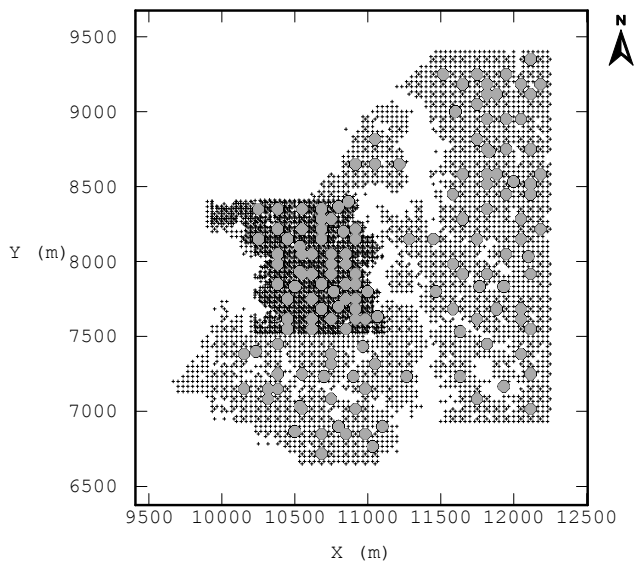


Figura III.IV.4 Localización de los datos, en círculos grises los datos jackknife, en negro los empleados para estimar

Los modelos multivariados candidatos constituyen una discretización grosera del amplio rango de posibilidades que pueden existir en la zona de admisibilidad, la cual está condicionada por las estructuras directas. El variograma univariado y el obtenido por regularización se ajustaron directamente (Tabla III.IV.1), este último solo es representativo de la zona de contacto entre litologías.

La selección del modelo más apropiado se realizó tomando como criterio las varianzas y las medias de los errores de la validación cruzada, dichos estadígrafos se pueden calcular globalmente (Tabla III.IV.2) y por litologías (Tablas III.IV.3 y III.IV.4; Figuras III.IV.5 y III.IV.6); también pueden expresarse en porcentajes y su suma constituye un criterio generalizador para la selección.

Tabla III.IV.1 Descripción general de los modelos de variogramas multivariados

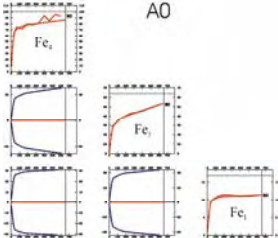
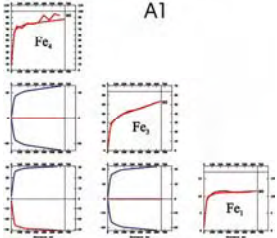
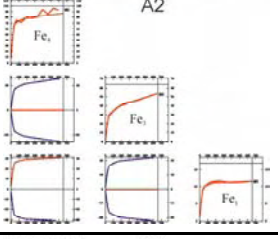
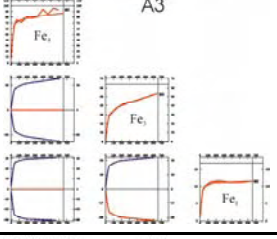
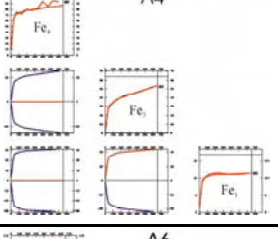
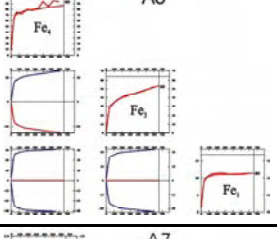
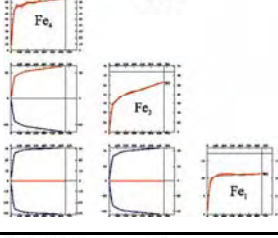
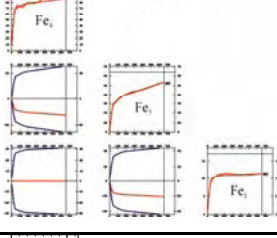
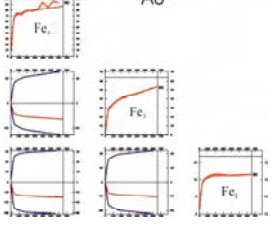
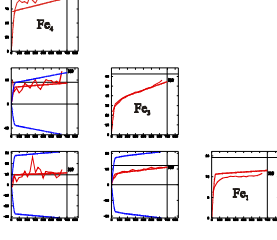
Modelo y descripción	Gráfico	Modelo y descripción	Gráfico
A0: correlación espacial nula, para todos los variogramas cruzados		A1: varianza máxima para L1-L4, asignada como negativa.	
A2: varianza máxima para L1-L4, asignada como positiva.		A3: varianza máxima para L1-L3, asignada como negativa.	
A4: varianza máxima para L1-L3, asignada como positiva.		A5: varianza máxima para L3-L4, asignada como negativa.	
A6: varianza máxima para L3-L4, asignada como positiva.		A7: 50 % de la varianza permitida asignada a L4-L3 y L3-L1, asignada como negativa.	
A8: 50 % de la varianza permitida asignada a L4-L3, L3-L1 y L1-L4 asignada como negativa		A R: Estructuras cruzadas ajustadas a partir variograma experimental regularizado	

Tabla III.IV.2 Resultado de la validación cruzada, en términos de error

Variante	Cuenta	Mínimo	Máximo	Media	Desviación. Std.	Varianza
A0	1106	-32.18	26.13	0.3	5.65	31.89
A1	1106	-31.87	26.23	0.35	5.66	32.08
A2	1106	-32.17	26.97	0.31	5.67	32.19
A3	1106	-32.43	26.13	0.19	5.61	31.42
A4	1106	-32.1	26.13	0.38	5.48	30.07
A5	1106	-32.18	28.11	0.34	5.93	35.16
A6	1106	-32.18	30.48	0.44	5.71	32.64
A7	1106	-32.21	24.99	0.22	5.73	32.87
A8	1106	-32.12	25.34	0.23	5.8	33.6
A Regularizado	1106	-32.76	42.64	0.5	5.93	35.2
Fe General Con L7	1261	-44.73	40.46	-0.03	12.53	157.09
Fe General Sin L7	1106	-39.93	22.64	0.32	7.27	52.88

Tabla III.IV.3 Varianza de los errores expresados en valores reales y porcentaje (considerando A0 -8 y A Regularizado)

	L1	L3	L4	L1%	L3%	L4%	Suma
A0	11.64	41.48	104.65	6.14	59.34	0.00	65.48
A1	11.65	41.48	113.18	6.58	59.34	10.23	76.15
A2	12.05	41.48	109.17	24.12	59.34	5.42	88.89
A3	11.53	41.15	104.65	1.32	53.93	0.00	55.25
A4	11.92	37.86	104.65	18.42	0.00	0.00	18.42
A5	11.64	40.68	188.03	6.14	46.23	100.00	152.37
A6	11.64	41.76	122.17	6.14	63.93	21.01	91.09
A7	11.53	41.6	126.48	1.32	61.31	26.18	88.81
A8	11.5	41.9	143.12	0.00	66.23	46.14	112.37
ARegularizado	13.78	43.96	131.87	100.00	100.00	32.65	232.65
Global Sin L7	52.11	92.18	112.87	1781.14	890.49	9.86	2681.49
Global Con L7	17.33	41.81	103.11	255.70	64.75	-1.85	318.61

Los mejores resultados se obtuvieron para el modelo A4, no obstante, las diferencias entre las medias y las varianzas de los errores asociadas a los variogramas multivariados es pequeña. El estimador univariado del hierro tiende a ser sesgado e inestable, pues cambia considerablemente con la adición o sustracción de las muestras de L7, las que solamente ocupan un ínfimo porcentaje en el depósito; los errores se incrementan cuando se pasa de L1 a L4; el kriging (univariado) tiende a minimizar la media del error global, pero el error, visto localmente, se incrementa considerablemente, y con él su varianza. En el contexto multivariado propuesto, el

que presupone homogeneidad de las variables y la separación previa de poblaciones desiguales, el error es más estable a medida que pasamos de un horizonte a otro.

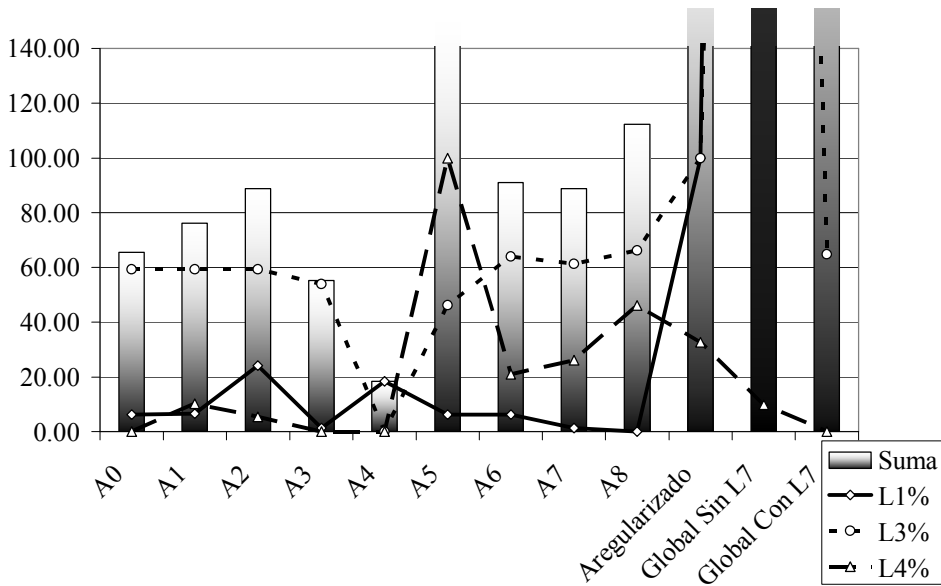


Figura III.IV.5 Varianza de los errores en porcentaje y su suma (considerando los modelos A0 - 8 y A Regularizado)

Tabla III.IV.4 Media de los errores expresados en valores reales y porcentaje (considerando A0 -8 y A Regularizado)

	L1	L3	L4	L1%	L3%	L4%	Suma
A0	-0.22	0.83	-1.74	0.22	0.83	1.74	2.79
A1	-0.17	0.83	-0.89	0.17	0.83	0.89	1.89
A2	-0.23	0.83	-1.45	0.23	0.83	1.45	2.51
A3	0.02	0.44	-1.74	0.02	0.44	1.74	2.2
A4	-0.18	0.95	-1.74	0.18	0.95	1.74	2.87
A5	-0.22	1.04	-3.82	0.22	1.04	3.82	5.08
A6	-0.22	0.99	-0.39	0.22	0.99	0.39	1.6
A7	-0.16	0.72	-2.98	0.16	0.72	2.98	3.86
A8	-0.14	0.72	-2.82	0.14	0.72	2.82	3.68
Aregularizado	-0.32	1.1	0.67	0.32	1.1	0.67	2.09
Global Sin L7	0.66	1.56	-21.74	0.66	1.56	21.74	23.96
Global Con L7	2.18	4.58	-18.9	2.18	4.58	18.9	25.66

En la Tabla III.IV.5 y las Figura III.IV.7 y III.IV.8 se muestra el ajuste de A4. El modelo empleado para estimar los contenidos de hierro en el contexto univariado (Figura III.IV.9), está compuesto por cuatro estructuras básicas:

- a) Esférica con escalas = (20.00m, 20.00m, 3.50m) y meseta 20
- b) Esférica con escalas = (200.00m, 200.00m, 25.00m) y meseta 12

- c) Power con escalas = (3000.00m, 3000.00m, 7.00m) y meseta 50
- d) Esférica con escalas = (30.00m, 30.00m, 1000.00m) y meseta 10

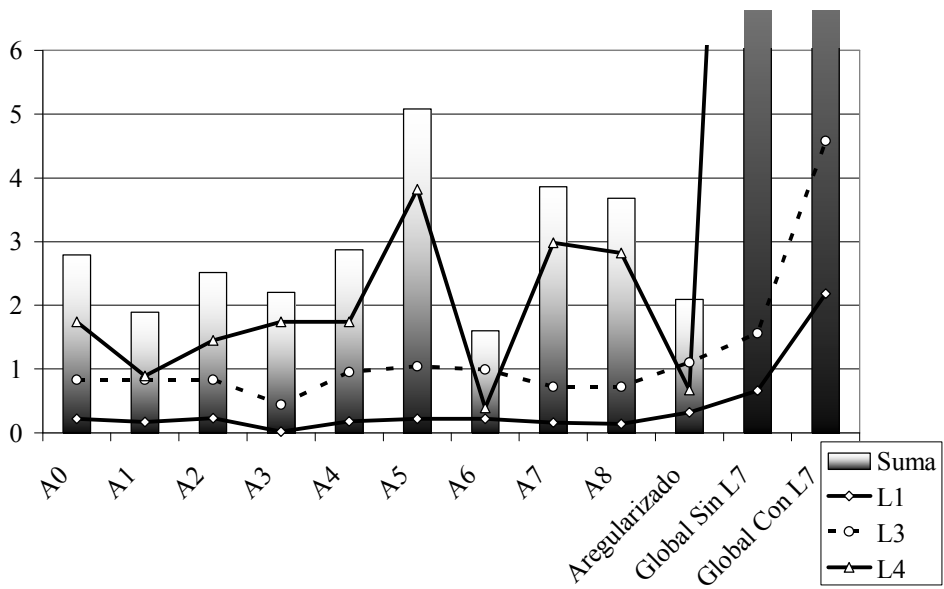


Figura III.IV.6 Media de los errores en porcentaje y su suma (considerando los modelos A0 -8 y ARegularizado)

Tabla III.IV.5 Modelo A4

Modelo/ escala en metros		Fe1	Fe3	Fe4
Efecto pepita	Fe1	1.00		
	Fe3	1.00	1.00	
	Fe4	0.00	0.00	8.00
Esférico escalas = (200.0, 200.0, 2.0)	Fe1	1.50		
	Fe3	3.80	10.00	
	Fe4	0.00	0.00	10.00
Power escalas = (1000.0, 1000.0, 5.0)	Fe1	1.00		
	Fe3	5.20	30.00	
	Fe4	0.00	0.00	18.00
Spherical escalas = (∞ , ∞ , 20.0)	Fe1	50.00		
	Fe3	0.00	0.00	
	Fe4	0.00	0.00	0.00
Spherical escalas = (50.0, 50.0, ∞)	Fe1	8.30		
	Fe3	13.8	23.00	
	Fe4	0.00	0.00	57.00

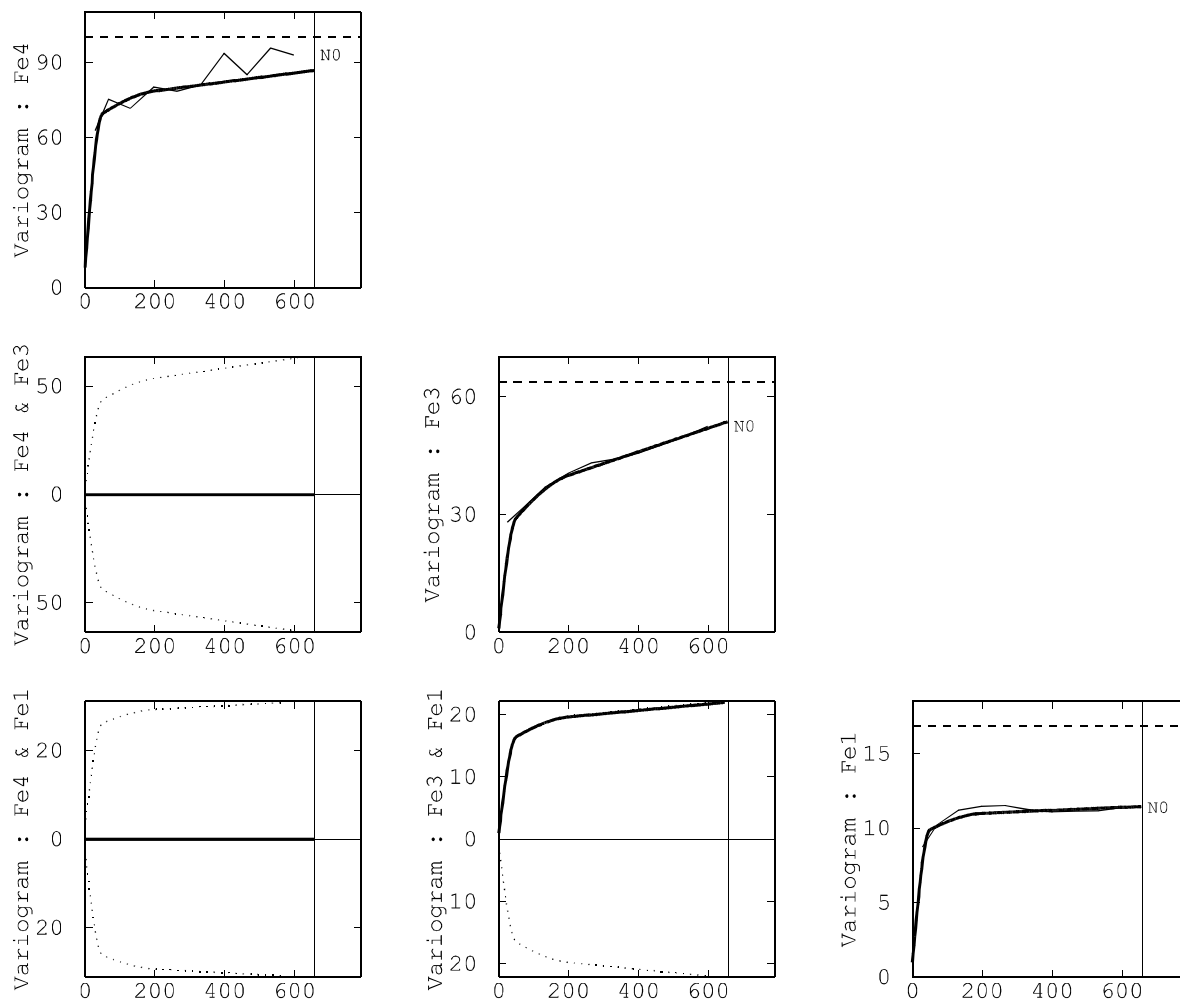


Figura III.IV.7 Variograma experimental puramente heterotópico y modelo A4, en la dirección horizontal

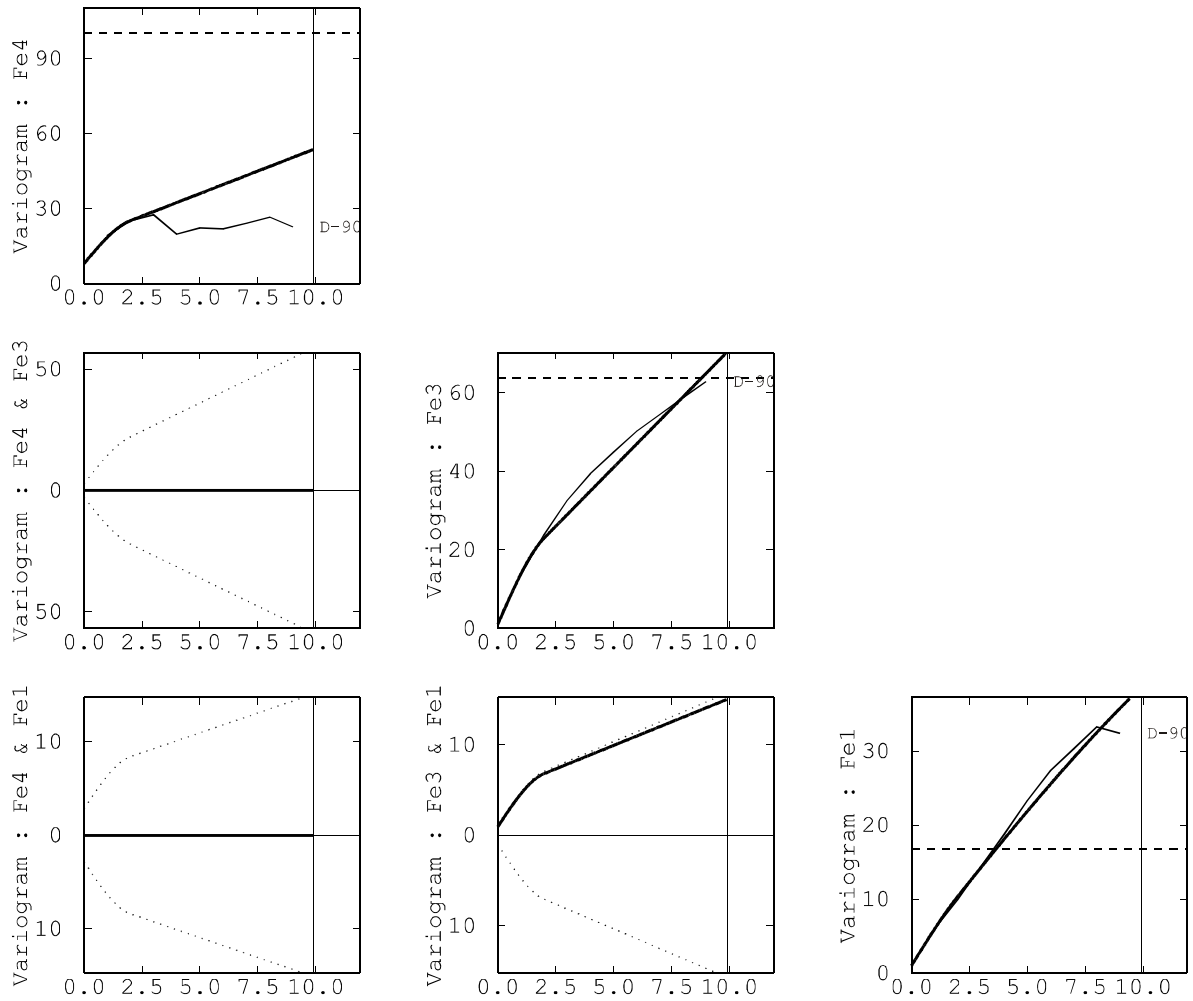


Figura III.IV.8 Variograma experimental puramente heterotópico y modelo A4, en la dirección vertical

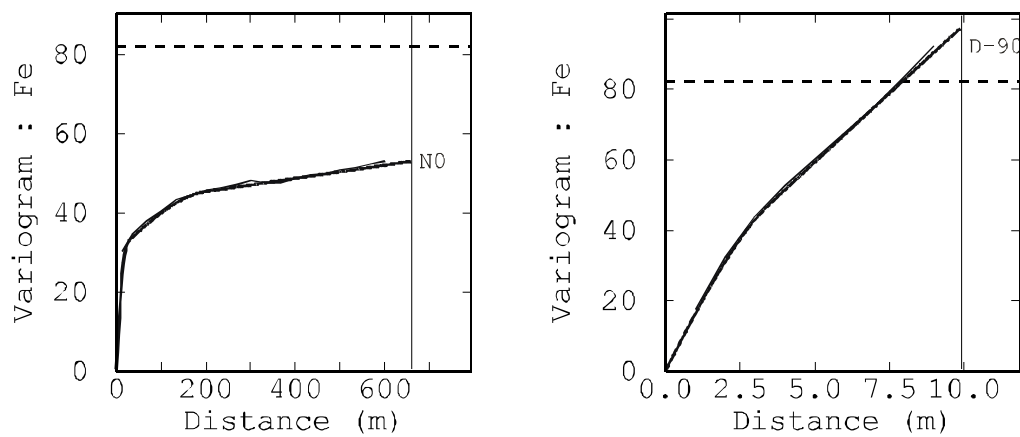


Figura III.IV.9 Variograma univariado del hierro, a la izquierda el horizontal, a la derecha el vertical

III.IV.II Determinación de las proporciones de las litologías

Teóricamente, en el modelo multivariado propuesto las proporciones de cada litología en el bloque v deben ser conocidas a priori y consideradas como determinísticas, pero ese no es el caso; una solución es considerarlas aleatorias y estimarlas, para ello existen dos enfoques fundamentales:

1. La estimación a partir de indicadores
2. La simulación en un modelo discretizado, empleando el enfoque gaussiano truncado

III.IV.II.1 Krigeage indicador de las proporciones de las litologías

El krigeage indicador se realizó bajo el contexto multivariado en dos variantes; la primera considera las indicatrices de cada litología y la segunda contiene además una variable extra representada por el contenido de global del hierro; los estimadores de cada indicatriz en el soporte de bloque v son equivalentes a las proporciones, pero requieren post-procesamiento para garantizar que su suma sea igual a la unidad.

Las pruebas para determinar la existencia de efecto borde, y simplificar las ecuaciones de cokrigeage a krigeage univariado indicaron que la relación entre los variogramas experimentales directos y cruzados no es constante; el modelo ajustado se muestra en la Tabla III.IV.5, para probarlo se realizó la validación cruzada empleando los mismos puntos y procedimientos mostrados en el acápite anterior. Los valores estimados se transformaron nuevamente en indicadores; los resultados fueron muy pobres para el soporte puntual, además, los errores se incrementan hacia las litologías que ocupan el menor porcentaje (Tabla III.IV.6).

Este método pudiera funcionar mejor si los datos fueran representativos de todo el perfil, recuérdese que solo R33 corta todos los horizontes; no obstante, por su definición matemática, muchos de los problemas propios del krigeage indicador no se eliminan (acápite I.V.II) por ello se decide emplear el contexto gaussiano truncado para calcular las proporciones.

Tabla III.IV.6 Modelo multivariado de los indicadores y los contenidos globales de hierro

Exponencial (N=200.00m,E=200.00m,L=4.00m)				
Coeficientes b de la matriz de varianza covarianza				
	L1	L3	L4	Fe
L1	0.036	-0.031	-0.005	0.142
L3	-0.031	0.041	-0.010	0.067
L4	-0.005	-0.010	0.015	-0.209
Fe	0.142	0.067	-0.209	13.501
Exponencial (N=300.00m,E=300.00m,L=25.00m)				
Coeficientes b de la matriz de varianza covarianza				
L1	0.008	-0.004	-0.004	0.343
L3	-0.004	0.002	0.002	-0.162
L4	-0.004	0.002	0.002	-0.182
Fe	0.343	-0.162	-0.182	14.334
Exponencial (N=30000.00m,E=30000.00m,L=50.00m)				
Coeficientes b de la matriz de varianza covarianza				
L1	0.546	-0.534	-0.012	2.103
L3	-0.534	0.571	-0.038	-0.239
L4	-0.012	-0.038	0.050	-1.864
Fe	2.103	-0.239	-1.864	159.706
Exponencial (N=30.00m,E=30.00m,L=1000.00m)				
Coeficientes b de la matriz de varianza covarianza				
L1	0.046	-0.048	0.003	-0.125
L3	-0.048	0.052	-0.004	0.254
L4	0.003	-0.004	0.001	-0.129
Fe	-0.125	0.254	-0.129	16.101

Tabla III.IV.7 Resultados de la validación cruzada del krigeage de los indicadores

Litología Real	Proporciones (%)	Litología estimada (%)		
		L 1	L 3	L 4
L 1	43.75	73.41	25.20	0
L 3	52.69	9.40	88.47	0.33
L 4	3.56	7.31	92.68	0

III.IV.II.II Estimación de las proporciones empleando el contexto gaussiano truncado

Las proporciones en el bloque v de 8.33x8.33x3.00 m se calcularon a partir de su discretización en 36 puntos, ordenados regularmente, en una rejilla fina, cada 4.16m en la dirección horizontal y 1.00m en la vertical (Figura II.V.1). Para ello se empleó el sistema de pozos y la rejilla desplegados, tomando como referencia la superficie

topográfica; la rejilla se limitó en su parte inferior con el modelo digital del fondo (acápite III.III “*Modelo geométrico*”) y las muestras se discretizaron a 1m de longitud; además se agregaron algunas muestras ficticias de la clase litológica L7 al final de los pozos de R33, para garantizar una estimación robusta de las curvas de proporciones verticales (CPV).

Dichas curvas se emplean para truncar las gaussianas, y tienen una gran influencia en el resultado final, por ello se prestó especial atención a la calidad de su estimación; se probaron varias variantes de cálculo y se seleccionó la que mejores resultados mostró en la simulación no condicionada, en las proporciones verticales regionalizadas y en el grado de estructuración de los variogramas plurigaussianos. Las CPV globales se muestran en la Figura III.IV.10 y las regionalizadas en la Figura III.IV.11; estas últimas no son estacionarias, para obtenerlas fue necesario fusionar algunos de los polígonos que las definen localmente, en otros casos fueron duplicados para aumentar su representatividad.

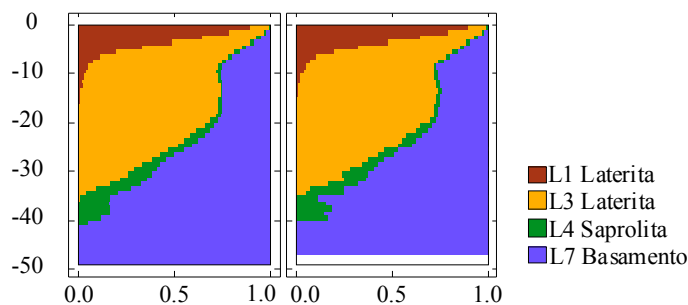


Figura III.IV.10 Curvas de proporciones verticales global, suavizada y completada a la izquierda y original a la derecha

Con las CPV regionalizadas se calcularon las proporciones a priori en cada uno de los puntos de discretización de los bloques v , empleando el krigeage con modelo lineal, los resultados se muestran en la Tabla III.IV.9 y la Figura III.IV.12.

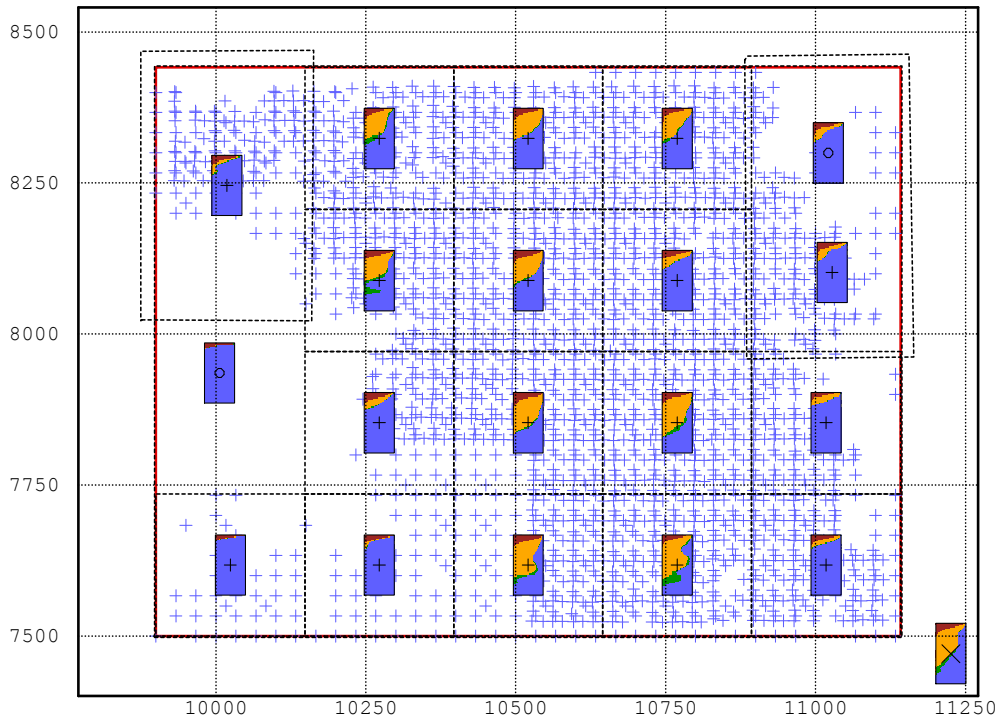


Figura III.IV.11 Plano de curvas de proporciones regionalizada, marcadas con x se representa la global, con el signo + las locales y con ° las duplicadas

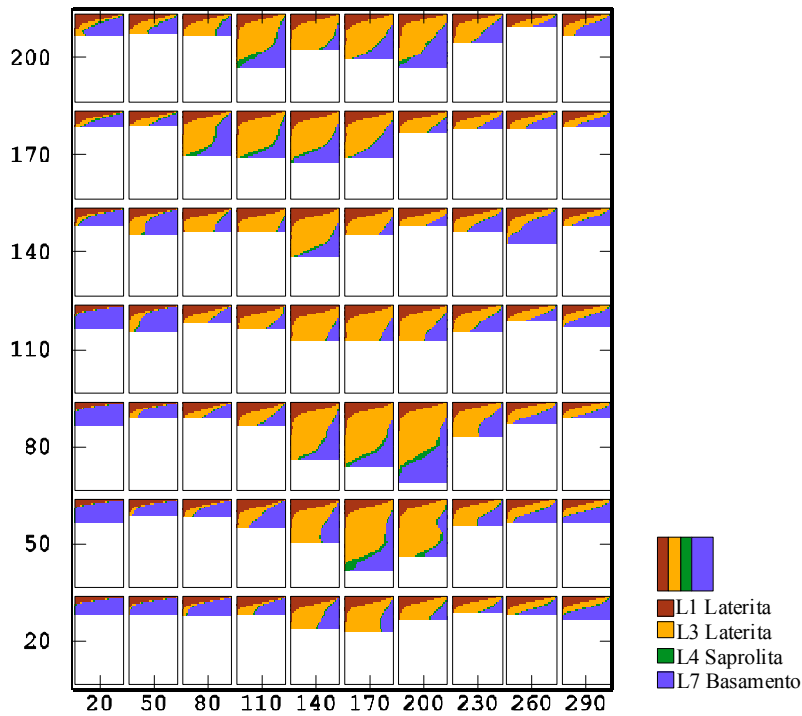


Figura III.IV.12 Vista, empleando selección de muestras, de las proporciones verticales calculadas en la rejilla densa.

El *lithotype rule* fue diseñado teniendo en cuenta las características geológicas del depósito, dado por una sucesión de horizontes desde L1 hasta L7; los contactos entre dos litologías no contiguas están asociados a la poca potencia o no existencia de horizontes intermedios.

Solo una gaussiana es empleada, su variograma fue modelado con dos estructuras esféricas:

- 1) Esférico: meseta = 0.5, escalas direccionales = (N y E 300.00m, L 20.00m)
- 2) Esférico: meseta = 0.5, escalas direccionales = (N y E 100.00m, L 60.00m)

El modelo de variograma de la gaussiana se transformó a su equivalente indicatriz por combolución, luego se comparó con el variograma experimental medio de los indicadores para verificar que el ajuste fuese adecuado (Figura III.IV.13 y III.IV.14).

Tabla III.IV.8 Resultados de la estimación de las proporciones verticales

	VPC Regionalizada	VPC Global	Calculada en el grid
Número de VPC usadas	19	-	-
Número de celdas/muestras activas.	931	49	3325777
Proporción de L1	0.071	0.077	0.070
Proporción de L3	0.199	0.359	0.193
Proporción de L4	0.026	0.056	0.026
Proporción de L7	0.705	0.508	0.711

Las estructuras se seleccionaron comparando las texturas y apariencias de las simulaciones no condicionales obtenidas con diferentes funciones de variogramas; las estructuras esféricas dan una variabilidad a corta distancia similar a la real de este depósito (Figura III.IV.15).

Una vez definido el modelo se simuló condicionalmente 30 realizaciones en los puntos de discretización (Figura III.IV.16); para cada una de dichas realizaciones se calcularon las proporciones de las litologías en las unidades de selectividad minera v (Figura III.IV.17). Las gaussianas a nivel de pozo se simuló con el *gibbs sampler*, y sus realizaciones en la rejilla densa se obtuvieron con el método de

bandas rotantes. La vecindad de búsqueda se definió similar a la empleada en el acápite III.IV.I.I.

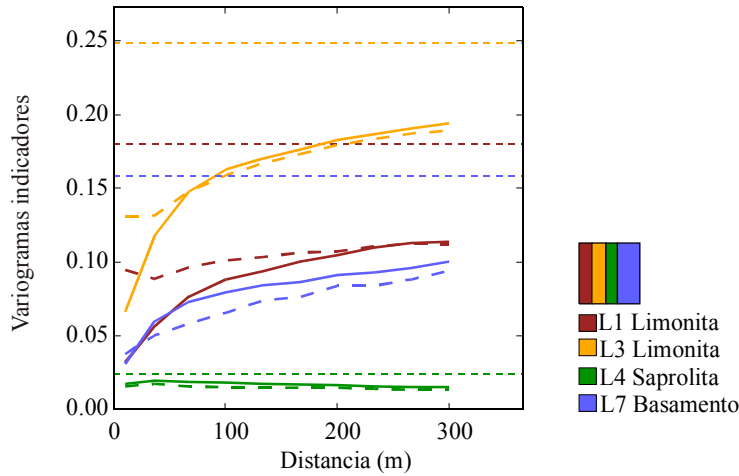


Figura III.IV.13 Variograma plurigaussiano horizontal, en línea discontinua el variograma indicador experimental medio calculado por niveles, en línea continua el modelo obtenido por combolución del variograma gaussiano

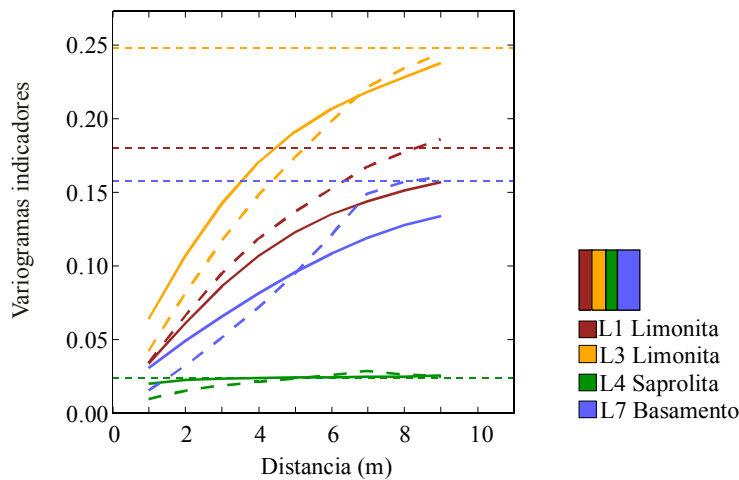


Figura III.IV.14 Variograma plurigaussiano vertical, en línea discontinua el variograma indicador experimental medio calculado por niveles, en línea continua el modelo obtenido por combolución del variograma gaussiano

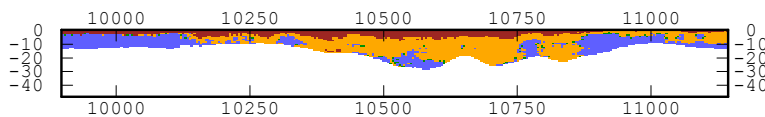


Figura III.IV.15 Realización simulada no condicionalmente

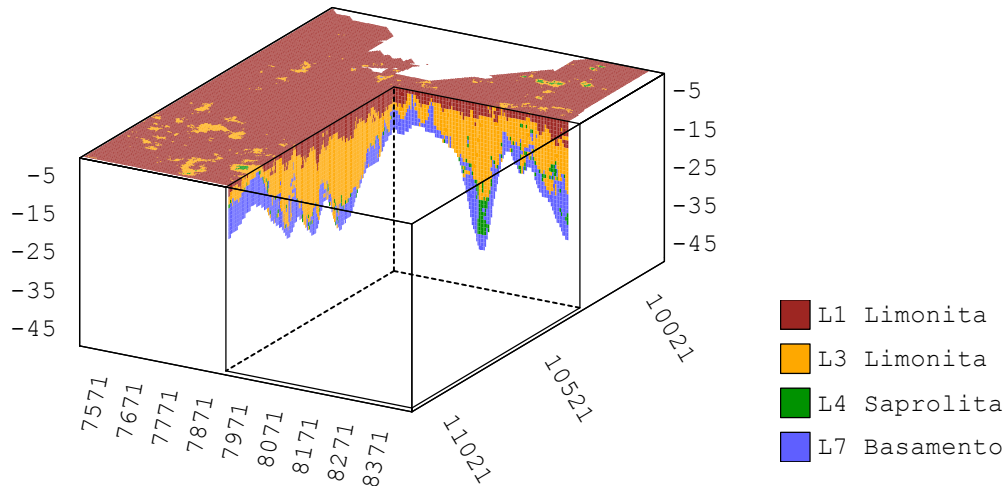


Figura III.IV.16 Primera realización de la simulación gaussiana truncada, vista 3D seccionada

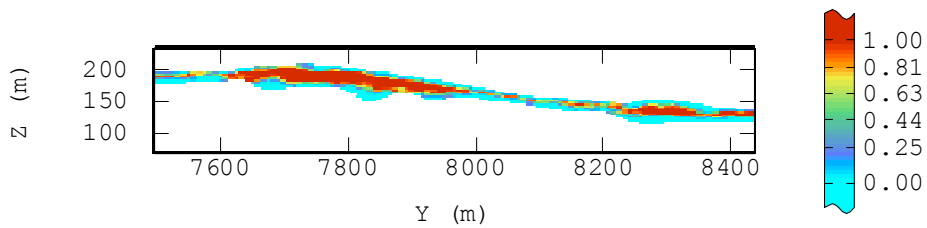


Figura III.IV.17 Proporciones de la litología L3 en los bloques v de $8.33 \times 8.33 \times 3$ m, perfil YOZ a lo largo de la línea 10730 E

III.IV.III Estimación de los contenidos de hierro

Una vez, disponibles las proporciones, se realizó la estimación de los contenidos de hierro correspondientes a cada una de las litologías en los puntos de discretización de los bloques v , para ello se utilizó el modelo de variograma A4; los valores en soporte de bloque se calcularon por promediación y el contenido global en v se obtuvo a partir la expresión:

$$\begin{aligned}
 Fe(v) &= p'_1(v)Fe_1(v) + p'_3(v)Fe_3(v) + p'_4(v)Fe_4(v) \\
 &= \frac{p_1(v)Fe_1(v) + p_3(v)Fe_3(v) + p_4(v)Fe_4(v)}{1 - p_7(v)}
 \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1,3,4} p'_i(v) = 1$$

Los contenidos correspondientes a L7 no se tienen en cuenta, pues esta litología es separada antes de ser procesada, su proporción permite rectificar el volumen de los bloques v ; la estimación se realizó con los datos y el modelo de bloques desplegado, con la misma vecindad de búsqueda utilizada en la validación cruzada. Para cada una de las treinta realizaciones de las proporciones se obtiene una de $Fe(v)$, cuyas variaciones están asociadas a la simulación de las litologías; aunque en este caso se empleó la estimación, también es posible simular los contenidos de $Fe_i(x)$.

Para comparar los resultados también se realizó la estimación en el contexto univariado y se calcularon las diferencias entre ambos métodos (Tabla III.IV.9). Las mayores diferencias están asociadas en gran medida al filtrado por el cokriging de los contenidos de hierro en L7 y a la disminución local del error; no obstante, el comportamiento global es similar en ambos casos (Figura III.IV.18 y III.IV.19).

Tabla III.IV.9 Comparación entre los resultados de la estimación empleando el modelo propuesto y el kriging univariado de los contenidos de hierro

VARIABLE	Mínimo	Máximo	Media	Dev. Std.
a) Media de las 30 realizaciones de $Fe(v)$	4.28	60.86	43.6	7.47
b) $Fe(v)$ estimado con kriging univariado, con L7	0	56.23	40.69	10.87
Diferencia a) - b)	-21.73	50.33	2.91	6.49

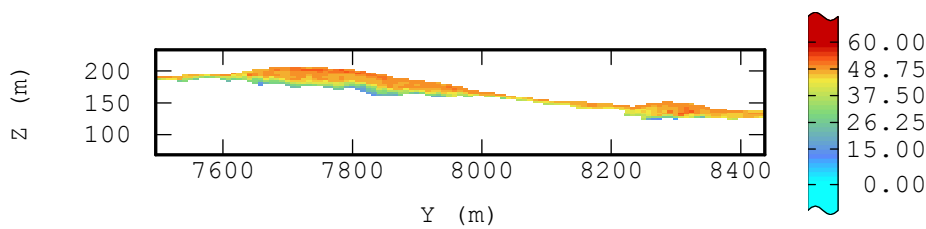


Figura III.IV.18 Media de las 30 realizaciones de los contenidos de $Fe(v)$, perfil YOZ a lo largo de la línea 10730 E

Como medida de la incertidumbre en la estimación se emplearon la desviaciones estándar de las realizaciones de $Fe(v)$ y la diferencia entre éstas y el estimador univariado, en ambos casos los resultados son similares (Figura III.IV.20 y III.IV.21); la incertidumbre en la modelación es mayor hacia el horizonte saprolítico.

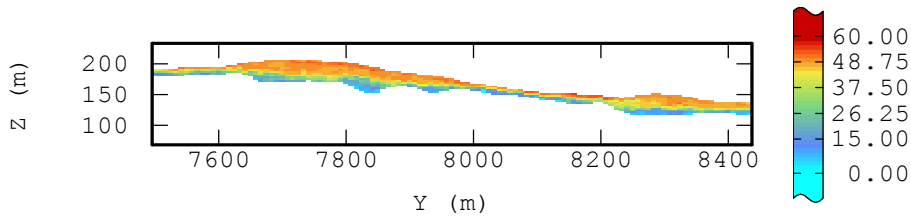


Figura III.IV.19 Valores de $Fe(v)$ estimado con krigage univariado, perfil YOZ a lo largo de la línea 10730 E

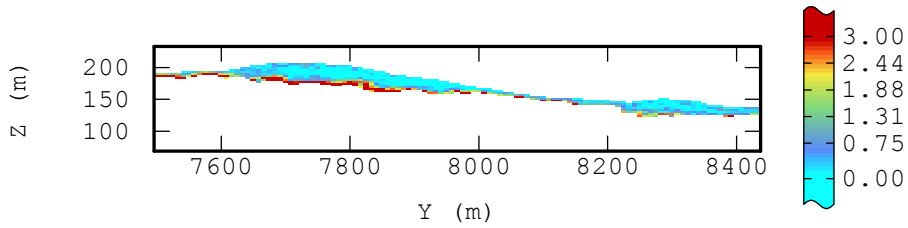


Figura III.IV.20 Desviación estándar de 30 realizaciones de las diferencias de $Fe(v)$ estimadas por cokrigage y krigage, perfil YOZ a lo largo de la línea 10730 E

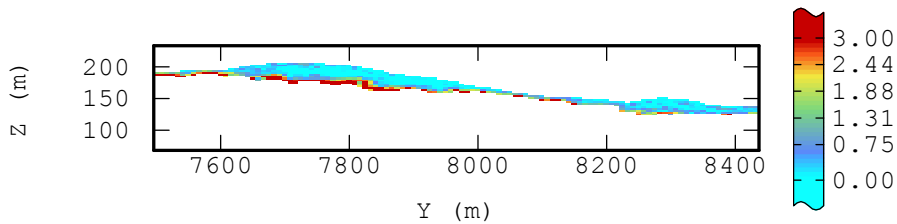


Figura III.IV.21 Desviación estándar de 30 realizaciones $Fe(v)$ estimados por cokrigage, perfil YOZ a lo largo de la línea 10730 E

La disponibilidad de varias realizaciones permite analizar la probabilidad $P\{Fe(v)>35\%$, calculada a partir de la distribución de las realizaciones de $Fe(v)$ en cada bloque v (Figura III.IV.22), el valor de corte 35% es empleado por los planificadores de la minería como límite inferior de admisibilidad de las menas. Esta forma de analizar los resultados es propia de los métodos no lineales de estimación de recursos, por lo tanto, el método propuesto para modelar los contenidos de hierro puede ser empleado en dicho contexto.

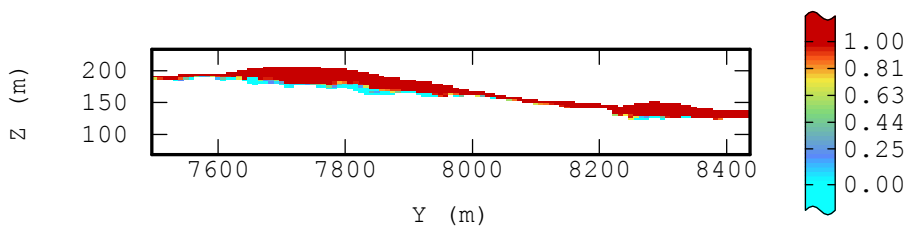


Figura III.IV.22 Probabilidad de $Fe(v)>35\%$, perfil YOZ a lo largo de la línea 10730 E

También se pueden calcular 30 realizaciones de los tonelajes de metal y mena a partir de las expresiones siguientes:

$$Q\{Fe(v)\} = v(p_1(v)Fe_1(v) + p_3(v)Fe_3(v) + p_4(v)Fe_4(v))$$

$$T\{Fe(v)\} = v(d_1p_1(v)Fe_1(v) + d_3p_3(v)Fe_3(v) + d_4p_4(v)Fe_4(v))$$

Donde d_i representan las densidades asociadas a cada litología.

III.V Conclusiones

- 1) Se demuestra, mediante la validación cruzada, que la estimación de los contenidos de hierro obtenida a partir del modelo propuesto es más precisa que la realizada con el kriging ordinario univariado; este último es el método utilizado en la actualidad para modelar la mayoría de los elementos químicos de los yacimientos de lateritas ferro-niquelíferas.
- 2) En el modelo propuesto, la disminución del error está fundamentalmente favorecida por la separación de los contenidos de hierro por litología y en menor medida por el ajuste adecuado de las estructuras cruzadas de los variogramas puramente heterotópicos.
- 3) El modelo propuesto, además de minimizar el error global, minimiza el error por litología, lo que hace que la distribución espacial de los errores sea más estable. El kriging univariado solo minimiza el error global, pero tiende a concentrar los mayores errores locales hacia las saprolitas.
- 4) El método interactivo que se creó para modelar los variogramas multivariados puramente heterotópicos funciona y permite disminuir el error de estimación de los contenidos de hierro, gracias a su empleo en el cokriging puramente heterotópico, el cual se consideraba sin solución hasta el momento, debido a la no existencia de modelo de variograma.
- 5) En el sector caso de estudio se definen satisfactoriamente los límites implícitos en las proporciones de las litologías, obtenidas con simulación gaussiana truncada, a pesar de que solo se utilizó la información litológica disponible en los sondeos de exploración durante la modelación.
- 6) El uso de la simulación gaussiana truncada permitió modelar adecuadamente las litologías en tres dimensiones, empleando solamente la información disponible en los pozos; además, se muestra que ésta no es afectada por el muestreo

selectivo que introducen las campañas de exploración R16 y R66 y la estructura variable y heterogénea del perfil laterítico quedó reflejada en los resultados.

- 7) Se demuestra que la determinación de las proporciones de las litologías empleando el método de estimación o simulación de las indicatrices no brinda resultados precisos y no reproduce la textura propia del perfil laterítico, además, tiende a subestimar las litologías menos abundantes, como L4 y es severamente afectado por el muestreo selectivo introducido por R16 y R66.
- 8) El modelo de bloques obtenido es más informativo que los anteriormente utilizados y refleja las particularidades del modelo geólogo-genético; en cada unidad de selectividad minera se conocen: las proporciones de las litologías y los contenidos de hierro asociados a ellas; el volumen rectificado con las proporciones de las rocas del basamento; también se filtran los contenidos correspondientes a esta litología, la cual no es procesada por la planta metalúrgica.
- 9) Se muestra que, gracias al uso de simulaciones, se conocen criterios de incertidumbre calculados a partir de la varianza de las realizaciones simuladas y la distribución estadística en cada unidad de selectividad minera, lo que permite brindar los resultados en forma de probabilidades por encima de un *cutoff*, como lo hacen las técnicas geoestadísticas no lineales, diseñadas para la estimación de recursos.

Conclusiones Generales

- 1) Se obtiene por primera vez, un modelo matemático para describir el comportamiento de los contenidos de hierro en el perfil laterítico, lo que permite realizar estimaciones más precisas que las obtenidas con el kriging ordinario univariado, tradicionalmente empleado para modelar esta variable; además, la distribución de los errores es más estable, pues los minimiza de forma global y por clases litológicas; a la vez que brinda resultados más informativos, en cada unidad de selectividad minera, desglosando el contenido global en contenidos correspondientes a cada litología; permitiendo filtrar los contenidos de las rocas no procesadas y recalcular el volumen en función de las proporciones de las litologías.
- 2) Se concluye que la simulación en el contexto gaussiano truncado que se propone constituye un método robusto para modelar las litologías en las unidades de selectividad minera, las que se requieren para implementar el modelo general propuesto, debido a que refleja la estructura propia del perfil laterítico y no es afectada de forma considerable por el muestreo preferencial y la desigual abundancia de las clases litológicas en el depósito, siendo por primera vez su aplicación en los yacimientos lateríticos cubanos.
- 3) Se obtiene, por primera vez y constituye uno de los aportes científicos del trabajo, el modelo matemático multivariado, empleando un modelo geológico-genético representativo del perfil laterítico; lo que ha permitido expresar el comportamiento de los contenidos de hierro; este procedimiento asegura un uso apropiado de la información geológica durante la modelación matemática.
- 4) Se aplica, como resultado novedoso, el método de ajuste interactivo, permitiendo dar solución al problema de la indefinición de las estructuras cruzadas de los variogramas y el cokriging en el caso de datos puramente heterotópicos, el cual aparece como un problema colateral asociado al modelo general propuesto, permitiendo realizar estimaciones con cokriging puramente heterotópico, considerado hasta entonces sin solución.
- 5) Un aporte científico del trabajo lo constituye el empleo de límites implícitos en las proporciones de las litologías, lo que permite describir los contactos complicados e imprecisos entre los horizontes del perfil laterítico; este artificio

matemático facilita implementar el modelo propuesto con mayor precisión, al evadir la necesidad de modelar los límites expresados en forma de superficies, los cuales son variables, mal definidos y con elevados errores de estimación.

- 6) Se concluye que el empleo de los métodos geoestadísticos permite hacer un uso más eficiente de la información geofísica de SEV-PI y GPR, si éstas son consideradas como variables auxiliares; se destacan tres aplicaciones principales:
 - a. la modelación de las superficies que limitan las rocas del basamento, las saprolitas y las limonitas, empleando krigeage con drift externo o cokrigeage con colocación, los que excluyen el problema de la falta de precisión de estos métodos geofísicos;
 - b. la modelación de las litologías bajo el contexto gaussiano truncado empleando la información de GPR y SEV-PI como drift externo o variables colocadas durante la simulación de las gaussianas
 - c. la simulación booleana para modelar los bloques flotantes de las rocas duras, donde la información de GPR es usada como proceso de intensidad de Poisson; este método geoestadístico es prácticamente imposible de realizar empleando solamente los pozos de exploración.

Recomendaciones

- 1) Se recomienda probar la aplicabilidad de este método a otros elementos mayoritarios del perfil lateríticos, como sílice y el magnesio, los que presentan el mismo problema de mezcla de poblaciones estadísticas controladas por las litologías; se recomienda estudiar su aplicabilidad a otros elementos como el níquel, en tal caso, aunque el error no disminuya, es posible separar los contenidos asociados a la menas silicatadas y las oxidadas en las unidades de selectividad minera, las cuales no liberan con la misma facilidad el níquel durante el procesamiento metalúrgico.
- 2) Se recomienda probar la efectividad del método para otros yacimientos lateríticos, con modelos geólogo-genéticos diferentes y también a otros tipos genéticos de yacimientos, donde la estimación se vea afectada por la mezcla de poblaciones estadísticas.
- 3) Se recomienda realizar la demostración práctica de la aplicabilidad de este método, debido a las posibilidades que sugiere el empleo de información geofísica de GPR y SEV-PI como variables auxiliares, en la modelación geoestadística; para ello es necesario definir la forma adecuada de post-procesamiento de dicha información, para hacerla más representativa en la simulación de las gaussianas truncadas y como proceso de intensidad de Poisson en la modelación booleana. En este sentido también resulta recomendable investigar el patrón adecuado de la posición de los perfiles de GPR y los sondeos de exploración de explotación.
- 4) Se recomienda investigar la posibilidad de automatizar u optimizar el ajuste de las estructuras cruzadas en el método propuesto para modelar los variogramas multivariados puramente heterotópicos; en tal caso, la lógica fuzzy y las redes neuronales pudieran ser herramientas adecuadas para dicho propósito.
- 5) Se recomienda deducir paso a paso todo el sistema de ecuaciones y realizar las demostraciones matemáticas necesarias para la aplicación del cokriging deducido a partir del modelo propuesto, en soporte de bloques sin discretización, debido a que las covarianzas en soporte de bloques se afectan por las proporciones de las litologías.
- 6) Se recomienda comparar e investigar en detalle los modelos alternativos multivariados con el modelo propuesto y la posibilidad de fusionarlos. Dichos

modelos incluyen los contenidos de los elementos químicos mayoritarios del perfil laterítico, al fusionarse con el modelo general propuesto es posible que se logre una modelación más precisa e informativa que la obtenida en este trabajo.

- 7) Se recomienda investigar los problemas de adquisición de información, fundamentalmente en lo referente a: el número y nombre de los elementos químicos medidos; el empleo de técnicas analíticas diferentes, en datos que se utilizan mezclados; y falta de uniformidad en la clasificación de las litologías. Estos aspectos tienen implicaciones negativas en diferentes etapas de la prospección, exploración y explotación de los yacimientos lateríticos.
- 8) Se recomienda que las empresas mineras que realicen investigaciones más detalladas sobre la geología de los depósitos, antes de comenzar a explotarlos; el poco conocimiento geológico de los yacimientos, en especial del basamento, afecta el proceso de modelación.

Referencias bibliográficas

- Acosta Breal Jorge E, Gentoiu Maria, Lavaut Copa Waldo, Guerra Marcial, Dussac Tamayo Orlando, Fernández Lázaro, 2005: “Resultados de la utilización del georadar (GPR) en la evaluación de yacimientos lateríticos en Cuba Oriental”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, III Congreso de Geofísica (GEF5-p44)
- Arias del Toro José, Pérez Campos Mabel, Campo Cordero Marta, 2005: “Determinación de la continuidad de la mineralización del horizonte de serpentinitas duras (SD) en el yacimiento Yamanigüey”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, I Congreso de Minería (MIN3-6)
- Ariosa Iznaga José Daniel, 2002: “Modelos de yacimientos de lateritas de Fe-Ni-Co asociados a las ofiolitas del macizo Mayarí-Baracoa de Cuba Oriental”, ISMM, Moa (Ph. D), p. 138
- Armstrong Margaret, Galli Alain G., Le Loc’h Gaëlle, Geffroy François, Eschard Rémi, 2003: “Plurigaussian Simulations in Geosciences”. Springer – Verlag Berlin Heidelberg New York, p 149.
- Armstrong Margaret, 1998: “Basic Linear Geostatistics”. Springer – Verlag Berlin Heidelberg New York, p 153.
- Belete Fuentes Orlando, Torres Tamayo Pedro Oscar, Cartaya Pires Maday, 2005: “Estudio de la efectividad de los equipos de extracción en el yacimiento Moa Oriental”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, I Congreso de Minería (MIN1-4)
- Bleines C., Deraisme J., Geffroy F., Jeannée N., Perseval S., Rambert F., Renard D., Torres O., Touffait Y., 2004: “ISATIS Software Manual”, 5th Edition, Geovariances, Avon, France (Reference Guide, www.geovariances.com), p. 711.
- Butt, C.R.M. and Zeegers, H., 1992: “Regolith Exploration Geochemistry in Tropical and Subtropical Terrains”. (Handbook of Exploration Geochemistry, Volume 4, G.J.S Govett, Editor). Elsevier, Amsterdam, 605pp.
- Campos Cordero Marta, Guerra Correoso Vilma, Gé Roche Wilder, 2005: “La fase de investigación geológica en función del desarrollo sostenible de la industria

- minera del níquel en Cuba”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, I Congreso de Minera (MIN2-9)
- Caridad Bruguera Amarán Noel, Coto Pérez Orquídea, Rodríguez Gamboa Juan, Fernández Marisma Eulicer, 2005: “Nuevos avances y tendencias en el desarrollo de tecnologías para el procesamiento de minerales de níquel y cobalto”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, I Congreso de Minera (MIN2-2)
- Chang Rodríguez Alfonso, Ravelo Lescaille Rey, González Pontón Ruben B., Rodríguez Catalá Alfredo, Lugo Aragón Reinel, González Hernández Alfredo, Rubante Martín Dania, Eymil Romero Eligio, González Pacheco Victoria, Sánchez Figueredo Ricardo, 2005: “Reporte sobre zonas de alta alúmina y diques gabroides en el deposito laterítico San Felipe”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, I Congreso de Minera (MIN2-26)
- Chilès Jean-Paul, Delfiner Pierre, 1999: “Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty” Jhon Wiley & Sons Inc., p. 695.
- Cruz Orosa Israel, Días Gonzáles J. Andrés, 2002: “Determinación de los dominios geológicos del yacimiento Moa Oriental”, ISMM, Departamento de Geología, Moa (Trabajo de diploma), p. 80
- Cuador Gil José Quintín, 2002: “Estudios de Estimación y Simulación Geoestadística para la Caracterización de Parámetros Geólogo - Industriales en el Yacimiento Laterítico Punta Gorda”, Universidad de Pinar del Río (Ph. D), p. 120
- David Michel, 1977: “Geostatistical Ore Reserve Estimation”, Ansterdan Oxford New York: Elsevier Scientific Publishing Company.
- Deutsch Clayton V., Journel André G., 1998: “GSLIB Geostatistical Software Library and User’s Guide” Second Edition, Oxford University Press.
- Dubois Grégoire, “The AI-GEOSTATS FAQ list, www.ai-geostats.org, 1998.
- Elias M., 2002: “Nickel laterite deposits-geological overview, resources and exploitation, in Giant Ore Deposits: Characteristics, Genesis, and Exploration” Cooke, D.R., Pongratz, J., eds, Centre for Ore Deposit Research (Special Publication 4. Univ. Of Tasmania, 205 220.) <http://www.csaaus.com/documents/public/publications/godpaper.pdf>.

- Gemcom©, 1999: “User’s Manual”, (Software manual) Gemcom Software International Inc. , 901 – 580 Hornby Street, Vancouver, British Columbia, V6C 3B6, Canada.
- Gentoiu Maria, Acosta Jorge, Lavaut Copa Waldo, Hernández Ransay Alfredo, 2005: “Aplicación de la geoestadística en el cálculo de recursos de los yacimientos ferro-niquelíferos de Moa, con la integración de los resultados geofísicos”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, I Congreso de Minera (MIN3-1)
- Gerth, J., 1990: “Unit-cell dimensions of pure and trace metal-associated goethite”, *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 54: pp. 363-371.
- Gleeson S.A., Butt C.R.M., Elias M., 2003: “Nickel laterites: A review”, SEG Newsletter, Number 54, www.segweb.org
- Golightly, J. P. 1979: “Nickeliferous Laterites: A general Description”, International Laterite Symposium, New Orleans, Louisiana, February 19 to 21, Published by Society of Mining Engineers of the American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineering, Inc., Session 1, p. 3-23.
- Golightly, J.P., 1981: “Nickeliferous laterite deposits”, *Economic Geology*, 75th Anniversary Volume: pp. 710-735.
- Gómez González Orestes, Estévez Cruz Elmidio, Cuador Gil José Quintín, 2005: “Modelaje geológico y de recursos del yacimiento "Pastelillo" utilizando el krigeaje de indicadores”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, VI Congreso de Geología (GEO 14-20)
- González Pontón Rubén B, Chang Rodríguez Alfonso, Ravelo Lescaille Rey, Rodríguez Catalá Alfredo, Lugo Aragón Reynel, González Hernández Alfredo, Rubante Martín Dania, Eymil Romero Eligio, González Pacheco Victoria, Sánchez Figueredo Ricardo, 2005: “Interrelación SiO₂, sílice libre y mineralización niquelífera en el depósito de lateritas San Felipe, Camagüey.”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, I Congreso de Minera (MIN2-13)
- Goovaerts Pierre, 1997: “Geostatistics for Natural Resources Estimation”, Oxford University Press, p. 483.

- Huang Yuantu, Wong Patrick, Gedeon Tom, 1998: “Spatial Interpolation Using Fuzzy Reasoning and Genetic Algorithms”, *Journal of Geographic Information and Decision Analysis*, vol. 2, no. 2, pp. 204 -214.
- Iturralde-Vinent M.A., 1996: “Ofiolitas y arcos volcánicos de Cuba”. IGCP, la Habana (Project 364, Special Contribution n.1.)
- Lantuéjoul Christian, 2002: “Geostatistical simulation: Models and Algorithms”. Springer – Verlag Berlin Heidelberg New York. p 256.
- Lantuéjoul Christian, 2005: “Simulations” Centre de Géostatistique – Ecole des Mines de Paris (CFSG course).
- Lavaut Copa W. 1998: “Tendencias geológicas del intemperismo de las rocas ultramáficas en Cuba Oriental”, *Minería y Geología* No. 15, pág. 9-16.
- Lavaut Copa Waldo, 2005: “Problemática del estudio geológico de los principales yacimientos lateríticos de Cuba Oriental”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, I Congreso de Minera (MIN2-15)
- Le Loc’h Gaëlle, 2005: “Multivariate Geostatistics” Centre de Géostatistique – Ecole des Mines de Paris (CFSG course).
- Legrá Lobaina Arístides Alejandro, 1999: “Metodología para el pronóstico, planificación y control integral de la minería en yacimientos lateríticos”, ISMM, Moa (Ph. D), p. 185
- Linchenat, A. and Shirokova, I, 1964: “Individual characteristics of the nickeliferous iron (laterite) deposits of the northeastern part of Cuba (Pinares de Mayari, Nicaro and Moa)”, *International Geological Congress, 24th, Montreal 1964*, pt. 14, sec. 14, pp 172-187.
- Lynx Mining Systems©, 1998, “MicroLYNX Reference Manual, (Software manual) Soarich Pty Ltd ACN 009 120 576, Lot 50 Sudbury Close, Clifton Beach, North Queensland, Australia 4879, <http://www.lynxmining.com.au>.
- Martínez Vargas Adrian, 2005: “Iron grades estimation in heterogeneous lateritic deposit”, Centre de Géostatistique – Ecole des Mines de Paris, p. 54.
- Martínez Vargas Adrian, Pérez Martínez Yusneuris, 2000: “Metodología para la modelación de yacimientos residuales de níquel”, ISMM, Departamento de Geología, Moa (Trabajo de diploma), p. 185
- Martínez Vargas Adrian, Pérez Melo Niurka, 2005: “¿Cuál es el mejor método para estimar variables en yacimientos lateríticos de níquel y cobalto?”, I

- Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, I Congreso de Minera (MIN3-4)
- Martínez-Vargas Adrián, Legrá-Lobaina Arístides A., Ferrera-Alba Norberto, Mena-Matos Luis F., 2003: “Determinación de un modelo digital de la topografía original en el yacimiento Punta Gorda”. Revista Minería y Geología, Numero 3-4, Vol. XVIII, p 103-119.
- Matheron George, 1965: “Les variables regionalisées et leur estimation”. Paris, Masson. 306pp.
- Menéndez T. J., Almaguer F. A., Rodríguez R., Guillermo M. M., 1990: “Composición sustancial de las menas; Resultados de la exploración orientativa y detallada del yacimiento Moa Oriental”, Informe Geológico emitido por Geominera Oriente, ONRM Moa.
- Muñoz Gómez José Nicolás, Orozco Melgar Gerardo, Rojas Purón Arturo , Cruz Orosa Israel, 2005: “Mineralogía de las menas lateríticas del yacimiento Punta Gorda: implicaciones técnica – operativas durante la explotación”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, I Congreso de Minera (MIN2-6)
- Olea Ricardo A., 1999: “Geostatistics for engineers and earth scientists” Kluwer Academic Publishers, p. 303.
- Ortiz Gonzáles Milagro, 1991: “Características petrográficas de las rocas del basamento; Resultados de la exploración orientativa y detallada del yacimiento Moa Oriental”, Informe Geológico emitido por Geominera Oriente, ONRM Moa.
- Painho Marco, Bação Fernando, 2000: “Using Genetic Algorithms in Clustering Problems”, Geocomputation2000, <http://www.geocomputation.org/2000/GC015/Gc015.htm>.
- Peña Abreu Ramón Eddie, Rodríguez Cardona Adis, Hernández Ramsay Alfredo, 2005: “Estudio estadístico multivariado para una muestra tecnológica”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, I Congreso de Minera (MIN2-27)
- Pimentel Olivera Higinio, Gómez González Orestes, Gala Castro Teresa, Estévez Cruz Elmidio, Cuador Gil José Q., de la Torre Armando, 2005: “Evaluación geólogo-económica de las menas oxidadas del yacimiento de oro-cobre

- Golden Hill”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, VI Congreso de Geología (GEO 13-7)
- Proenza-Fernández Joaquín A., 1997: “Mineralizaciones de cromitas en la faja ofiolítica Mayarí-Baracoa (Cuba). Ejemplo del yacimiento Merceditas”, Universitat de Barcelona, (Ph. D), p. 227
- Renard Didier, 2005: “Non stationary geostatistic” Centre de Géostatistique – Ecole des Mines de Paris (CFSG course).
- Rivoirar Jacques, 1990: “Introduction to disjunctive kriging and nonlinear geostatistics”, Centre de Géostatistique – Ecole des Mines de Paris (Informe interno, C-143), p. 89.
- Rivoirar Jacques, 1994: “Introduction to disjunctive kriging and nonlinear geostatistics”, Oxford University Press, p. 181.
- Rodés García Humberto, Noa Utria René, 2005: “Determinación de las leyes de corte marginal y económica en yacimientos de corteza de intemperismo ultramáfica”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, I Congreso de Minera (MIN2-31)
- Rodríguez Enríquez Tomas, Guerra Correoso Vilma, 2005: “Sistemas de explotación minera utilizados en la industria del níquel en Cuba”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, I Congreso de Minera (MIN1-P38)
- Rodríguez Hernández Joelis, Cabrera Ileana, Alonso José A., Martín Bárbara, 2001: “Acerca del primer hallazgo del mineral ernieniquelita $NiMn_3O_7 \cdot 3H_2O$ en Cuba”, TECNOMAT
- Rodríguez Infante Alina, 1998: “Estudio morfotectónico de Moa y áreas adyacentes para la evaluación de riesgos de génesis tectónica”, ISMM, Moa (Ph. D), p.
- Rojas Purón Arturo, Orozco Melgar Gerardo, Vera Sardinias Ortelio, Muñoz Gómez José Nicolás, Arderí Arturo, 2005: “Caracterización mineralógica y geoquímica de las fases minerales de Mn portadoras de Co en perfiles lateríticos del yacimiento Punta Gorda”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, I Congreso de Minera (MIN2-5)
- Smirnov V.I., 1982: “Geología de Yacimientos minerales”, Editorial Mir, Moscú, p. 654.
- Teixidó Teresa, 2005: “Prospección Geofísica Superficial” Universidad de Granada, (Curso de doctorado en ingeniería geológica), p. 89

- Vera Sardiñas León Ortelio, 2001: “Procedimiento para la determinación de las redes racionales de exploración de los yacimientos lateríticos de níquel y cobalto en la región de Moa”, ISMM, Moa (Ph. D).
- Villavicencio García Bárbaro, 2005: “Una aplicación de redes neuronales artificiales en registros geofísicos de pozos”, I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, VI Congreso de Geología (GEO 14-3)
- Wackernagel Hans, 1998: “Multivariate Geostatistics” 2nd edition, Springer – Verlag Berlin Heidelberg New York, p. 291.

Anexos

Anexo I: Topografía

Para obtener el modelo digital del terreno (MDT) es preferible emplear un set exhaustivo de datos topográficos, pero solo se contó con la cota de la boca de los pozos como información experimental; cuando se mezclan estos datos, provenientes de campañas de exploración diferentes, suele ocurrir que los errores de estimación aumentan, como lo muestran Martínez, et al., 2003; por ello se hace un análisis de la magnitud y distribución de los errores, antes de utilizar dicha información en la modelación de la topografía.

Para hacer más representativo el análisis de los errores de estimación se tuvo en cuenta todos los datos del yacimiento; dichos errores se obtuvieron por el método de validación cruzada clásica.

Los cálculos de las estadísticas descriptivas se realizaron por campañas de exploración (Tabla A.1), en los resultados obtenidos para R16 y las otras campañas se aprecia diferencias, a causa de su desigual extensión espacial (Figura A. 1); en los tres casos los histogramas mostraron una tendencia a la distribución normal.

El análisis estructural se muestra en el acápite III.III "*Modelo geométrico*"; el ajuste también se realizó de forma independiente por campaña de exploración, pero no se observaron diferencias importantes, por lo que se adoptó el mismo modelo de covarianza generalizada para todos los casos.

Para determinar el error asociado a las diferentes redes de exploración se realizó la validación cruzada, los resultados se muestran en la Tabla A.2 y la Figura A.1, éstos sugieren como combinación más apropiada para obtener el MDT los datos mezclados R33+66.

En este caso, el error obtenido por la validación cruzada no debe ser visto como un error real de la medición topográfica de las cotas; en la práctica, el error real de

medición suele ser de unos pocos centímetros y no tiene relevancia para la estimación en soporte de bloques de gran tamaño (de 8.33x8.33x3m)

Tabla A. 1: Estadística descriptiva univariada de la cota de la boca de los pozos, separada por campaña de exploración

	Cuenta	Mínimo	Máximo	Media	Dev. Std.	Varianza
R 16	830	86.42	218	169.49	25.64	657.5
R 33	7150	6.58	399.2	185.18	81.3	6609.6
R 66	1160	19.82	390.19	186.08	74.54	5556.2

Tabla A. 2: Resultados de la validación cruzada según diferentes combinaciones de datos

Dato	Todos los datos					Datos robustos ($ \text{error std.} \leq 2.5$)				
	Num.	Error		Error Std.		Num.	Error		Error Std.	
		Media	Var.	Media	Var.		Media	Var.	Media	Var.
Todo	10132	-0.02	449.12	-0.01	713.38	8950	-0.07	216.45	-0.05	110.1
R 33	7142	0.01	3.32	0.00	0.93	6996	-0.01	2.00	-0.01	0.6
R 66	1073	0.10	12.33	0.01	0.29	1071	0.08	11.25	0.00	0.2
R33+66	8303	-0.01	4.45	-0.00	1.69	7803	-0.07	2.50	-0.05	1.0
R66+16	2919	0.055	5.66	0.011	16.36	2879	0.04	4.18	-0.00	0.4
R33+16	8974	-0.01	3.83	-0.01	8.47	8145	-0.02	1.81	-0.02	0.8

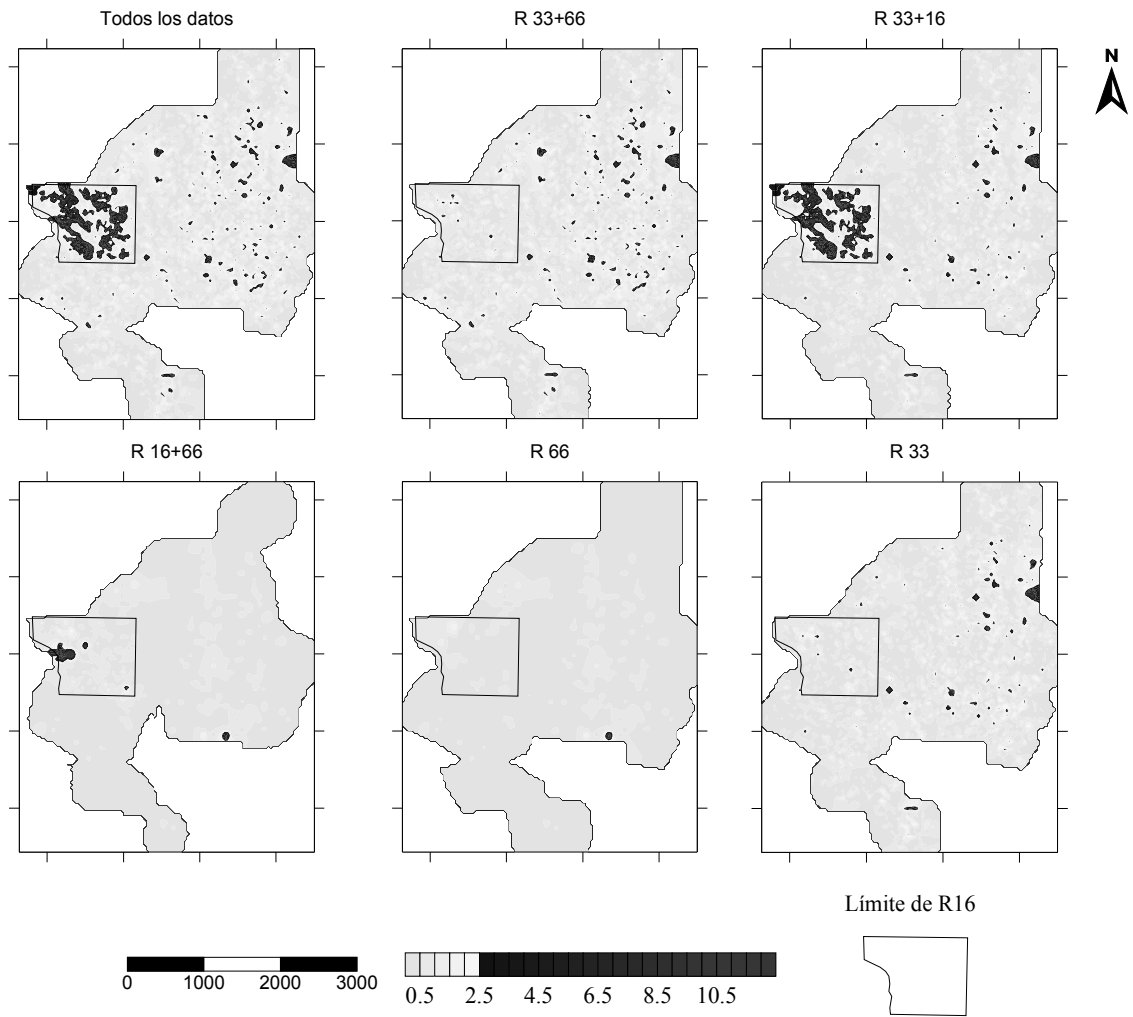


Figura A. 1: Mapa del error medio absoluto estandarizado. Se obtuvo por interpolación (inverso al cuadrado de la distancia) a partir de los errores calculados puntualmente en la posición de los datos

Anexo II: Relación entre los contenidos de los elementos químicos y las litologías

Para comprender la relación entre los contenidos de los elementos químicos y las litologías en el perfil laterítico existen dos técnicas fundamentales: el análisis discriminante y la regresión logística (Jobson, 1992); en ambos casos se requiere una base de datos multivariada, por ello se emplea R33, la cual solamente tiene tres variables, pero está disponible en todo el perfil laterítico; también se utilizó R66, ésta solamente es representativa de las litologías 2 y 3, pero está caracterizada por nueve variables.

Regresión logística usando los datos de R66 y las litologías 2 y 3

Para realizar el análisis se convirtieron las litologías en una variable indicatriz, con valor cero para la clase 2 y uno para la 3.

Dado el modelo de regresión logística definido como:

$$p(d) = e^d / (1 + e^d)$$

el parámetro d resultante fue:

$$d = -1.7 - 0.7From + 0.1Al + 2.0Co - 0.1Cr + 0.1Fe + 0.2Mg - 0.7Ni - 0.01SiO_2 - 1.0Mn$$

donde la variable *From* es la profundidad de la cabeza del testigo, las otras son los contenidos de los elementos químicos expresados en porcentajes.

El modelo explica un porcentaje de deviancia de un 44.34% con un nivel de confianza de 99%; la selección de variables hacia atrás muestra que las más representativas son *From*, Al, Fe y Mg; para validarlo se realizó una clasificación en forma de validación cruzada, los resultados se muestran en la Tabla A.3, el

porcentaje total de muestras correctamente clasificadas es de 87.06%, lo que se considera bastante aceptable.

Tabla A. 3: Tabla de clasificación usando el modelo logístico binario con cutoff de 0.55

Litología	Clasificado	
	2	3
2	68.53%	
3		93.79%

Análisis discriminante usando R 66 y litologías 2 y 3

Solamente se retuvo una función discriminante, con un valor de probabilidad menor que 5% y correlación canónica de 57%; los coeficientes discriminantes estandarizados destacan la elevada influencia de la variable *From* en el sistema (Tabla A.5). El porcentaje total de muestras correctamente clasificadas, empleando los coeficientes que se muestran en la Tabla A.4, fue de 86.10% (Tabla A.6), similar al obtenido en el análisis logístico; en el análisis discriminante la selección hacia atrás elimina Mg y Co, esto ocurre pues otras variables, como SiO₂ y Mn, pueden emplearse en su lugar.

Tabla A. 4: Coeficientes de la función de clasificación

	2	3
From	0.141156	0.463793
Al	77.7497	77.8708
Co	198.004	197.752
Cr	72.5807	73.0021
Fe	89.8924	89.9816
Mg	68.5071	68.4806
Ni	109.619	110.121
sio2	56.473	56.5979
Mn	62.0626	63.1021
Constante	-2808.37	-2817.49

Tabla A. 5: Coeficientes discriminantes estandarizados

From	0.84
Al	0.22
Co	-0.01
Cr	0.14
Fe	0.30
Mg	-0.05
Ni	0.11
sio2	0.40
Mn	0.34

Tabla A. 6: Tabla de clasificación, entre paréntesis la probabilidad a priori empleada para clasificar

Litología	Clasificados	
	2 (P=0.26)	3 (P=0.73)
2	66.17%	
3		93.33%

Análisis discriminante usando los datos de R33

En este caso las variables disponibles son *From*, Fe, Ni y Co, con tal sistema es posible retener cuatro funciones discriminantes con valores de probabilidad menores que 0.05, aunque, considerando sus porcentajes de varianzas y las correlaciones canónicas, solo las dos primeras son consideradas importantes (Tabla A.7). Los coeficientes discriminantes estandarizados hacen evidente que los contenidos de hierro controlan casi en su totalidad la primera función (Tabla A.9); la que a su vez explica prácticamente la varianza de todo el sistema (Tabla A.7).

Tabla A. 7: Parámetros de las funciones discriminantes

Función Discriminante	Eigenvalue λ_j	Porcentaje Relativo $\lambda_j / \sum \lambda_i$	Correlación Canónica $\lambda_j / (1 + \lambda_j)$
1	8.84	90.14	0.95
2	0.86	8.80	0.68
3	0.07	0.69	0.25
4	0.04	0.37	0.19

Tabla A. 8: Coeficientes de la Función de Clasificación por litología

	1	2	3	4	7	17	47
From	0.16	0.13	0.34	0.41	0.40	0.34	0.13
Fe	1.56	1.59	1.48	0.53	0.27	0.27	0.25
Ni	10.05	12.80	13.23	8.90	1.21	2.23	2.80
Co	-24.33	-17.00	-5.46	-9.66	-3.08	-3.53	-3.89
Constante	-42.59	-47.20	-44.13	-14.92	-9.38	-5.12	-6.28

Tabla A. 9: Coeficientes discriminantes estandarizados

	1	2	3	4
From	-0.08	0.50	0.42	-0.81
Fe	0.99	-0.19	0.13	-0.31
Ni	0.47	0.52	-0.78	0.20
Co	-0.07	0.47	0.67	0.63

Para validar el sistema se realizó la clasificación que se muestra en la Tabla A.10, empleando los coeficientes de la Tabla A.8; recombinando las litologías en tres grupos principales definidos por las lateritas (litologías 1, 2 y 3), saprolitas (litología 4) y roca madre (litologías 7, 17 y 47) los resultados se pueden considerar satisfactorios, pero la efectividad de la clasificación dentro de cada uno de estos grupos es muy baja.

En la Tabla A.11 y la Figura A.2 se muestran las coordenadas de los centroides en el hiperespacio definido por las funciones discriminantes, los que permiten reagrupar las litologías en 4 clases, considerando que solo las funciones uno y dos tienen una influencia importante en el sistema:

1. L1 (litologías 1 y 2)
2. L3 (solo litología 3)
3. L4 (litología 4)
4. L7 (litologías de la roca madre: 7, 17 y 47)

De este análisis se puede concluir que los contenidos de hierro permiten caracterizar satisfactoriamente las diferencias entre los grupos litológicos principales, pero no revela pequeños cambios dentro de los mismos.

Tabla A. 10: Tabla de clasificaciones, entre paréntesis la probabilidad a priori

Litología	Tamaño del Grupo	Litología correctamente clasificada en % (probabilidad a priori)						
		1 (0.17)	2 (0.14)	3 (0.47)	4 (0.05)	7 (0.003)	17 (0.16)	47 (0.01)
1	1677	75.85	12.94	11.21	0.00	0.00	0.00	0.00
2	1450	31.52	29.17	39.03	0.07	0.00	0.21	0.00
3	4805	4.72	3.60	86.35	5.20	0.00	0.12	0.00
4	476	0.21	0.00	6.51	55.88	0.00	37.39	0.00
7	33	0.00	0.00	0.00	3.03	0.00	96.97	0.00
17	1589	0.00	0.00	0.00	4.97	0.00	95.03	0.00
47	95	0.00	0.00	0.00	3.16	0.00	96.84	0.00

Tabla A. 11: Coordenadas de los centroides de cada grupo de litologías en el espacio R^4 , representado por las funciones discriminantes

Litologías	Funciones Discriminantes (Coordenadas)			
	1	2	3	4
1	1.45	-1.59	0.02	-0.24
2	1.99	-0.73	-0.28	0.31
3	1.45	0.76	0.11	-0.01
4	-4.13	1.24	-0.97	-0.31
7	-6.17	-0.29	0.51	-0.24
17	-6.01	-0.27	0.20	0.04
47	-5.92	-0.92	-0.21	0.94

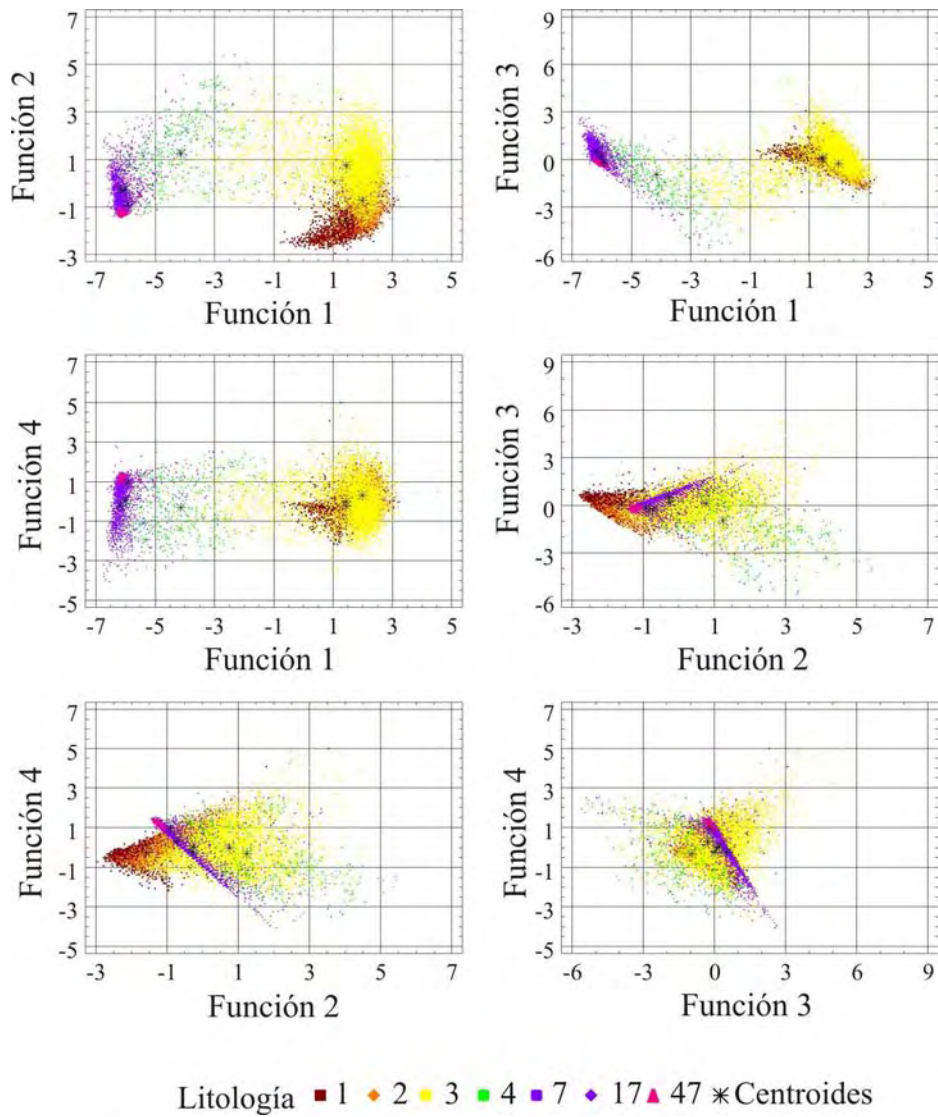


Figura A. 2: Diagramas de dispersión 2D de los valores observados y sus centroides en función de las funciones discriminantes

Anexo III: Reconciliación de los datos

Los datos disponibles están medidos en tres campañas de exploración diferentes, por ello es importante analizar si estos son comparables, es posible mezclarlos si se cumplen las condiciones siguientes:

- a. La igualdad en la precisión y calidad de la medición de la elevación topográfica (Anexo I “*Topografía*”).
- b. La igualdad en la precisión de los ensayos de los contenidos de los elementos químicos.
- c. La igualdad en los criterios de caracterización y clasificación de las litologías de las muestras.

Como se explica en el Anexo I, la precisión en las mediciones topográficas puede asumirse similares para las tres campañas; en el caso de las mediciones de los contenidos de hierro y la descripción de la litología de las muestras pueden existir algunas incompatibilidades, dada la diferencia de la época, laboratorio, método de ensayo, compañía que ejecuta la perforación y personal técnico que clasifica las muestras; si las diferencias no son importantes todos los datos deben emplearse para la estimación.

Igual precisión en los ensayos de los contenidos de los elementos químicos

Como solo R33 es representativa de todos los horizontes del perfil laterítico se hace difícil inferir la equivalencia o compatibilidad entre los valores de hierro medidos en las tres campañas de exploración, una solución consiste en hacer comparaciones por niveles. En el intervalo limitado por las profundidades -4 m y -8 m las medidas de tendencia central son comparables, lo que no ocurre con las varianzas (Tabla A.12); dichas diferencias pueden estar causadas por muchos factores que van desde las técnicas de ensayo hasta la toma y preparación de las muestras, o simplemente por la presencia de valores anómalos correspondientes a L7. Para profundizar un poco más en el parecido de estos valores se calcularon y superpusieron los histogramas de cada campaña (Figura A.3); éstos son similares, no obstante, quedan dudas al respecto y la

decisión de unir todas las muestras se tomó por conveniencia, asumiendo que las diferencias no son lo suficientemente grandes como para no hacerlo.

Tabla A. 12: Estadística de los contenidos de hierro de las muestras localizadas entre las profundidades -4 m y -8 m

Campaña de exploración	Campaña de exploración		
	R33	R16	R66
Media	44.04	46.48	46.22
Mediana	47.55	48.90	48.30
Moda	49.00	50.00	49.70
Desviación estándar	9.45	7.21	6.78
Varianza	89.32	52.03	45.91
Curtósis	5.10	7.20	7.65
Coefficiente de simetría	-2.35	-2.66	-2.66
Mínimo	5.30	6.50	9.00
Máximo	57.10	56.40	54.50
Cuenta	7068	3158	1211

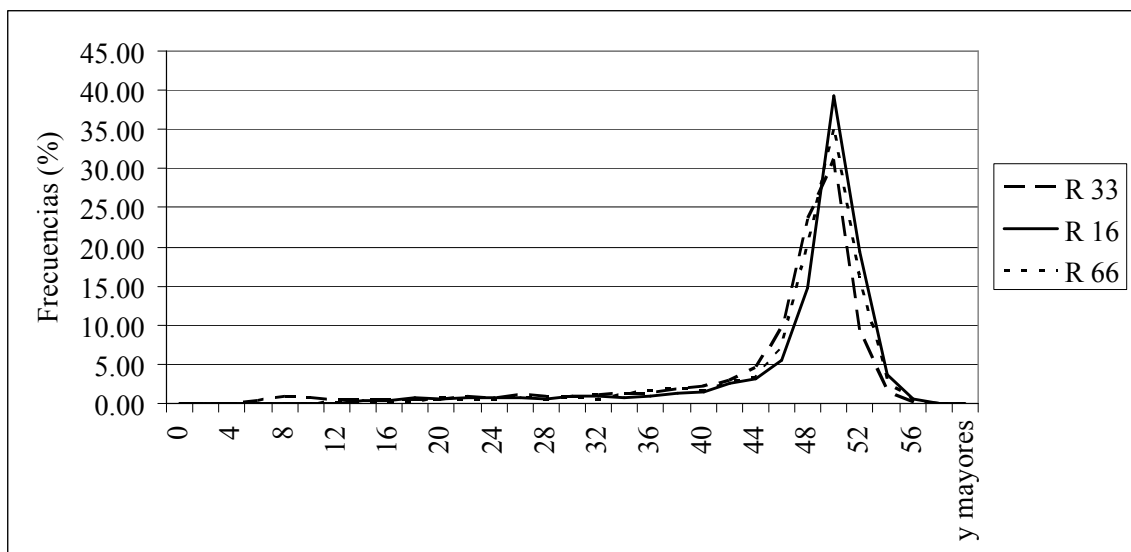


Figura A. 3: Histograma de los contenidos de hierro de las muestras localizadas entre las profundidades -4 m y -8 m

Igualdad de criterios en la descripción de las muestras

Las muestras tomadas en R33, R16 y 66 fueron caracterizadas por geólogos de compañías diferentes, esto causó incongruencias en los criterios para asignar el

código litológico en el límite entre las litologías 3 -4 y 4 -5 de las campañas perforadas por la Moa Nickel S.A. (R16 y 66) y R33.

Durante la revisión exhaustiva de los datos se detectó que las distribuciones de los contenidos de las muestras con litología 4 y 5 de R 16 y 66 son similares a los de 3 y 4 en R 33; para corregir esta diferencia las litologías 4 y 5 de R 16 y 66 se redefinieron a 3 y 4 respectivamente; para visualizar el impacto de esta transformación se realizaron las pruebas siguientes:

1. Se compararon los pozos adyacentes (Figura A.4), y se aprecia que en los pozos correspondientes a R16 y 66 adyacentes a R 33 la litología 4 está más arriba en el perfil.
2. Se comparó la similitud entre las litologías 4 en R16 y 66 con la litología 3 en R33, se notó que sus medias son similares (Figura A.5).
3. Se construyó el histograma de los contenidos de hierro en la litología 3 de R33 y mezclado con los de la litología 4 de R66 y 16, éste es similar al calculado solo para la litología 3 en R 33
4. Se compararon los variogramas de los contenidos de hierro solo en la litología 3 de R33 y mezclado con los de la litología 4 de R 66 y 16, estos son similares (Figura A.6).

De la comparación de los variogramas también es posible deducir que los criterios usados para clasificar las muestras de R16 y 66 permiten hacer una mejor separación de poblaciones estadísticas y que en la litología 3 en R33 este fenómeno persiste.

Finalmente se emplean todos los datos, redefiniendo las litologías 4 y 5 de R16 y 66 a 3 y 4 respectivamente.

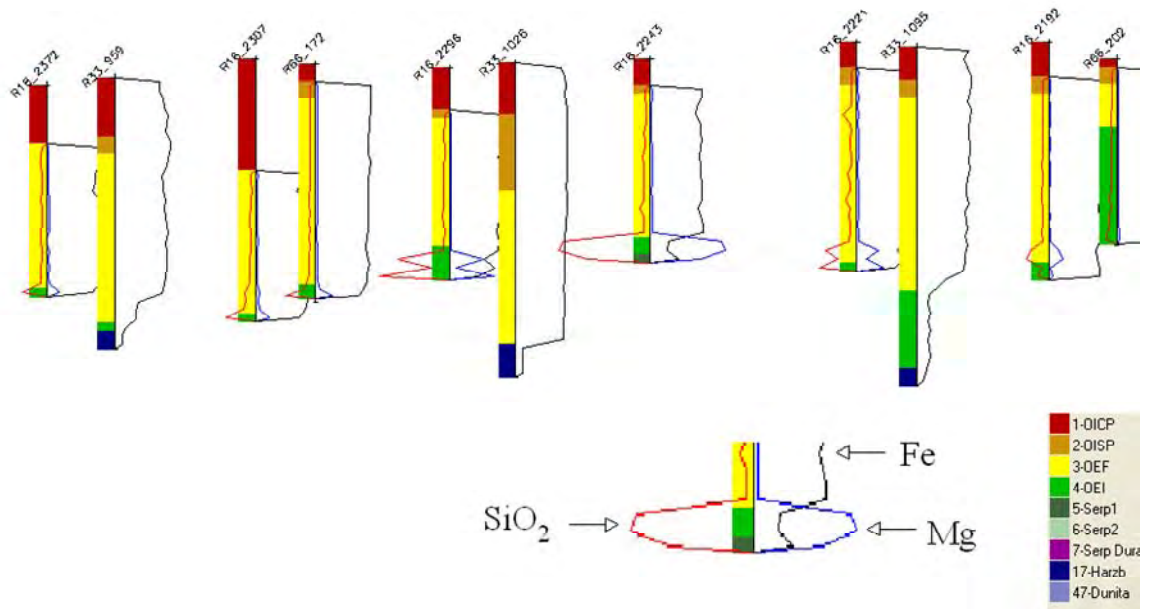


Figura A. 4: Pozos adyacentes de diferentes campañas y la representación de los elementos mayoritarios

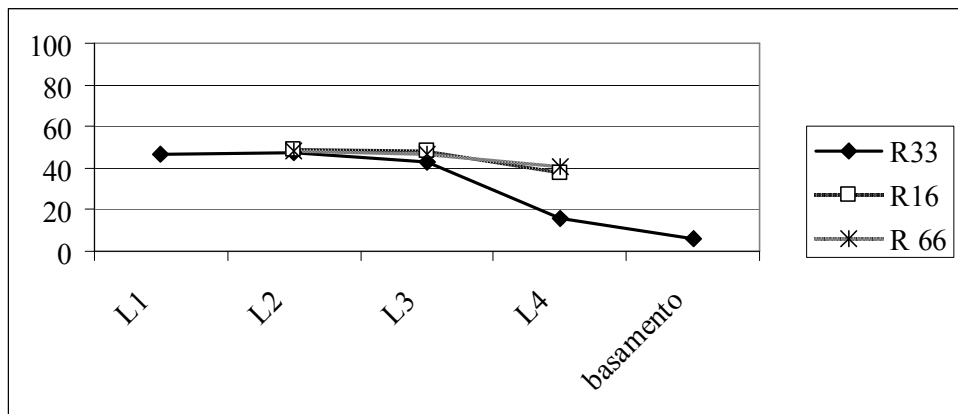


Figura A. 5: Media de los contenidos de hierro separados por litologías y por redes de exploración

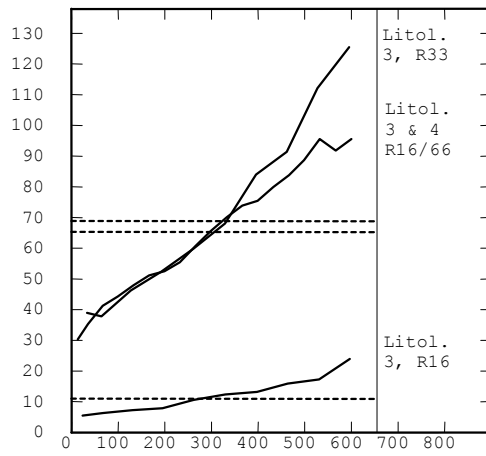


Figura A. 6: Variogramas de los contenidos de hierro para la litología 3 en R33, en R 16 y variogramas para las litologías 3 y 4 en R16 y 66